

基于子空间的多率控制系统闭环辨识

王佳^{1,2}, 王宏伟¹, 夏浩¹, 顾宏¹

1. 大连理工大学控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116023; 2. 大连医科大学生物技术系, 辽宁 大连 116044

通信作者: 王佳, jiaawang@mail.dlut.edu.cn 收稿/录用/修回: 2013-07-08/2013-10-07/2014-03-25

摘要

针对一类多率控制系统, 在控制器信息未知且反馈存在的情形下, 采用子空间辨识方法建立闭环系统中被控对象的离散状态空间模型. 在模型参数化的过程中, 为了避免由于提升技术导致的非因果项列入辨识模型中, 通过因果约束分析得到广义因果模型. 基于状态辅助变量关系, 构造最小二乘问题并利用奇异值分解求解状态序列估计, 同时给出了系统矩阵的计算方法. 最后, 通过数值仿真实验验证了提出方法的有效性.

关键词

子空间辨识
多率控制系统
因果约束
提升技术
中图分类号: TP182
文献标识码: A

Subspace-based Closed-loop Identification of Multirate Control System

WANG Jia^{1,2}, WANG Hongwei¹, XIA Hao¹, GU Hong¹

1. School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China;

2. Biotechnology Department, Dalian Medical University, Dalian 116044, China

Abstract

In accordance with a class of multi-rate control systems, a subspace identification method is used to identify the discrete state-space model of the controlled object in closed-loop systems under feedback while there is no information about the controller. In order to avoid the inclusion of non-causal terms in the identified model, the generalized causal model is obtained through the analysis of causality constraints during the process of model parameterization. Then, based on the relationship of the instrumental variable, the least squares problem is developed and the state sequence estimation is solved by singular values decomposition. Meanwhile, the computation of the system matrices is given. Finally, the numerical simulation illustrates the effectiveness of the proposed method.

Keywords

subspace identification;
multirate control system;
casuality constraint;
lifting technique

1 引言

由于受到客观物理因素的限制, 系统中各个采样器或保持器需以不同的采样周期进行采样或保持, 称这类系统为多率控制系统^[1], 比如: 在化工过程的聚合反应器中, 反应物浓度的变化速率比温度、压力信号慢很多, 如果要求系统各处采用单一的采样周期是不实际的. 在这种情况下, 最好的办法是在系统各处针对不同变化速率的信号采用不同的采样周期. 当前连续被控对象在计算机离散控制下实现的多率控制系统广泛应用于生产实践, 包括网络控制系统、通信系统、大型工业过程控制系统等^[2-4].

当前针对多率控制系统的研究主要集中于系统的控制器和控制策略设计方面. 大多数控制算法都假设系统对应的连续被控对象系统参数是已知的, 或者对应的单率模型的参数是已知的, 或者系统状态已知^[5]. 但是实际工业过程中要事先知道系统的状态或模型参数几乎是不可能的,

因此在状态不可测的情况下建立多率系统模型并研究有效的模型辨识方法具有重要的实际意义. 然而, 多率系统的结构要比单率系统复杂得多, 某种意义上多率系统是一个周期时变系统, 经典的系统辨识方法不再适用于多率系统^[6]. 近年来多率控制系统的不断发展促使多率系统的建模和辨识成为研究的热点, 辨识的主要方法可以分为: 有理分式传递函数模型辨识方法^[7-8]、频域模型辨识方法^[9]、小波模型方法^[10]和状态空间模型辨识方法^[11-12].

值得注意的是, 大部分多率系统辨识方法的研究都集中于开环多率系统, 只适用于被控对象的输入仅在采样瞬间变化的情况, 即整个控制系统处于开环控制状态的情况. 闭环条件下的系统辨识是由于系统运行的需要, 或者出于安全性或者经济性的考虑, 必须在反馈存在的情况下进行系统辨识. 但是由于反馈环节的存在, 系统的噪声和输入具有相关性, 这是闭环系统辨识需要解决共同难题. 文^[13]第一次明确地提出了一般意义下的多率数字控制系统的建

模问题, 分别对闭环系统中的控制器部分和被控对象部分进行频域下的传递函数建模. 近些年来, 关于多率闭环系统的可辨识性问题引起了众多学者的广泛关注. 文[14]中提出了多率闭环系统的可辨识性不需要满足持续激励条件, 基于快速采样和提升技术获得动态特性, 其缺点是辨识精度依赖于噪声模型的估计准确程度. 文[15]从辨识准则函数的正定性出发, 同样证明了该结论, 并指出这种闭环直接辨识的可辨识性条件是相对弱的. 针对一类多率非线性反馈系统, 文[16]中基于最小二乘迭代辨识算法, 推导出这类多率输出误差系统的离散状态空间模型.

本文假设在满足闭环可辨识性的条件下, 考虑系统输入输出通道分别采用不同的采样频率的一般情况, 基于子空间方法辨识闭环系统中被控对象的离散状态空间模型.

2 问题描述

典型的多率控制系统结构如图 1 所示, 其中被控对象是未知的连续时间环节, $u_c(t) \in R^{n_u}$ 和 $y_c(t) \in R^{n_y}$ 分别为被控对象的输入和输出向量, 通过保持器和采样器分别与观测输入向量 $u(k)$ 和输出向量 $y(k)$ 接口, $r(k)$ 是系统外部激励信号. 考虑被控对象是带有干扰的线性时不变连续环节 P , 干扰信号 $v(t)$ 是零均值白噪声, 如图 2 所示.

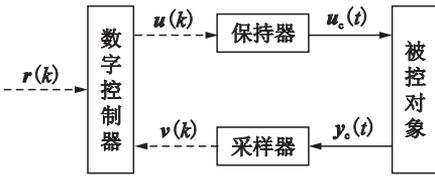


图 1 多率控制系统的一般结构

Fig.1 The general configuration of multirate control system

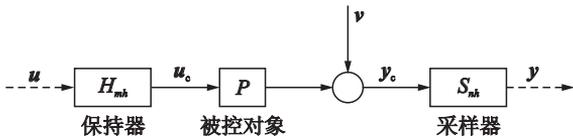


图 2 多率控制系统中的被控对象

Fig.2 The controlled object in multirate control system

假设被控对象的输出 $y_c(t)$ 经采样周期为 T_j 的采样器 S_{nh} 得到数字控制器的输入信号 $y(k)$, 输入 $u_c(t)$ 是由控制器输出 $u(k)$ 通过采样周期为 T_i 的零阶保持器 H_{mh} 得到的. 令采样周期 T_j 和 T_i 各不相同, 但存在采样周期 h 满足 $T_i = mh$ 和 $T_j = nh$, 其中, m 和 n 均为正整数. 令 $s = lcm(m, n)$ 为 m 和 n 的最小公倍数且 $T = sh$, 称 T 为该多率系统的框架周期, h 为基周期.

可以看出, 由于闭环系统中的观测输入 $u(k)$ 和输出 $y(k)$ 之间的刷新频率各不相同, 尽管被控对象 P 是连续线性时不变环节, 但是所对应的离散化模型却是线性时变的. 因此, 图 1 和图 2 所示的闭环多率系统的辨识问题可描述为: 给定有限 N 维多率采样输入 $u(k)$ 和输出 $y(k)$ 的观测序列, 在反馈存在的情况下, 确定闭环系统中被控对象 P 的离散状态空间模型.

3 基于提升技术的因果模型

3.1 单率状态空间模型

采用提升技术将框架周期 T 内的所有采样输入 $u(k)$ 和输出 $y(k)$, 通过 m 阶输入提升算子映射到扩展输入向量 $\underline{u}(kT)$ 和 n 阶输出提升算子映射到扩展输出向量 $\underline{y}(kT)$, 可以得到:

$$\underline{u}(kT) = \begin{bmatrix} u(kh) \\ u(kh+h) \\ \vdots \\ u(kh+(m-1)h) \end{bmatrix} \in R^{mn_u} \quad (1)$$

和

$$\underline{y}(kT) = \begin{bmatrix} y(kh) \\ y(kh+h) \\ \vdots \\ y(kh+(n-1)h) \end{bmatrix} \in R^{mn_y} \quad (2)$$

为了书写简便, 将 $\underline{u}(kT)$ 、 $\underline{y}(kT)$ 分别记为 \underline{u}_k 、 \underline{y}_k , 其它各变量亦然. 从而可以得到连续被控对象 P 在框架周期 T 上的单率线性时不变离散状态空间模型:

$$P: \begin{cases} \underline{x}_{k+1} = \underline{A}\underline{x}_k + \underline{B}\underline{u}_k + \underline{K}\underline{e}_k \\ \underline{y}_k = \underline{C}\underline{x}_k + \underline{D}\underline{u}_k + \underline{e}_k \end{cases} \quad (3)$$

其中, \underline{x}_k 为 n 维离散状态向量, \underline{e}_k 为零均值白噪声序列的新息. $[\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}]$ 为适当维数的系统矩阵, \underline{K} 为卡尔曼增益. 将式(3)中的输出方程写作 $\underline{e}_k = \underline{y}_k - \underline{C}\underline{x}_k - \underline{D}\underline{u}_k$, 代入式(3)的第一个等式, 可得:

$$\underline{P}': \begin{cases} \underline{x}_{k+1} = \underline{A}\underline{x}_k + \underline{B}\underline{u}_k + \underline{K}\underline{y}_k \\ \underline{y}_k = \underline{C}\underline{x}_k + \underline{D}\underline{u}_k + \underline{e}_k \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\underline{A}' = \underline{A} - \underline{K}\underline{C}$, $\underline{B}' = \underline{B} - \underline{K}\underline{D}$. 定义联合变量 $\underline{z}_k^T = [\underline{u}_k^T \quad \underline{y}_k^T]^T$, 式(4)经过多步迭代, 可得如下广义输入输出状态空间方程组:

$$\underline{Y}_f = \underline{\Gamma}_f \underline{X}_k + \underline{H}_f \underline{Z}_f + \underline{E}_f \quad (5)$$

和

$$\underline{Y}_p = \underline{\Gamma}_p \underline{X}_{k-p} + \underline{H}_p \underline{Z}_p + \underline{E}_p \quad (6)$$

其中, 定义输出 Hankel 矩阵 \underline{Y}_f 和 \underline{Y}_p 如下:

$$\underline{Y}_f = \begin{bmatrix} \underline{y}_k & \underline{y}_{k+1} & \cdots & \underline{y}_{k+N-1} \\ \underline{y}_{k+1} & \underline{y}_{k+2} & \cdots & \underline{y}_{k+N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{y}_{k+f-1} & \underline{y}_{k+f} & \cdots & \underline{y}_{k+f+N-2} \end{bmatrix} \triangleq [\underline{y}_k^f \quad \underline{y}_{k+1}^f \quad \cdots \quad \underline{y}_{k+N-1}^f] \quad (7)$$

和

$$\underline{Y}_p = \begin{bmatrix} \underline{y}_{k-p} & \underline{y}_{k-p+1} & \cdots & \underline{y}_{k-p+N-1} \\ \underline{y}_{k-p+1} & \underline{y}_{k-p+2} & \cdots & \underline{y}_{k-p+N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{y}_{k-1} & \underline{y}_k & \cdots & \underline{y}_{k+N-2} \end{bmatrix} \triangleq [\underline{y}_{k-p}^p \quad \underline{y}_{k-p+1}^p \quad \cdots \quad \underline{y}_{k-p+N-1}^p] \quad (8)$$

这里下标 p 和 f 分别表示过去和将来的概念, 可取任意正整数, 矩阵 \underline{Z}_f , \underline{Z}_p 和 \underline{E}_f , \underline{E}_p 有相似定义. 广义能观测矩阵 $\underline{\Gamma}_f$ 和下三角 Toeplitz 矩阵 \underline{H}_f 分别为

$$\underline{\Gamma}_f = \begin{bmatrix} \underline{C} \\ \underline{C} \underline{A} \\ \vdots \\ \underline{C} \underline{A}^{f-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\underline{H}_f = \begin{bmatrix} \underline{D} & 0 & \cdots & 0 \\ \underline{C} \underline{B} & \underline{D} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{C} \underline{A}^{f-2} \underline{B} & \underline{C} \underline{A}^{f-3} \underline{B} & \cdots & \underline{D} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中, $\underline{B} = [\underline{B} \quad \underline{K}]$, $\underline{D} = [\underline{D} \quad \mathbf{0}]$. 状态序列 \underline{X}_k 和 \underline{X}_{k-p} 分别定义为

$$\underline{X}_k = [x_k \quad x_{k+1} \quad \cdots \quad x_{k+N-1}] \quad (11)$$

和

$$\underline{X}_{k-p} = [x_{k-p} \quad x_{k-p+1} \quad \cdots \quad x_{k-p+N-1}] \quad (12)$$

3.2 因果约束分析

由于提升模型(3)和(4)中的多个输入(输出)变量是由原系统的同一变量提升出来的, 因此模型中的各变量有可能不是完全独立的. 为了分析提升得到的模型是否满足因果约束条件, 首先令:

$$\begin{bmatrix} L_1^1 \\ L_2^1 \\ \vdots \\ L_f^1 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} L_{11}^1 & L_{12}^1 & \cdots & L_{1p}^1 \\ L_{21}^1 & L_{22}^1 & \cdots & L_{2p}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{f1}^1 & L_{f2}^1 & \cdots & L_{fp}^1 \end{bmatrix} \quad (13a)$$

$$\begin{bmatrix} L_1^2 \\ L_2^2 \\ \vdots \\ L_f^2 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} L_{11}^2 & L_{12}^2 & \cdots & L_{1p}^2 \\ L_{21}^2 & L_{22}^2 & \cdots & L_{2p}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{f1}^2 & L_{f2}^2 & \cdots & L_{fp}^2 \end{bmatrix} \quad (13b)$$

$$\begin{bmatrix} L_1^3 \\ L_2^3 \\ \vdots \\ L_f^3 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} L_{11}^3 & L_{12}^3 & \cdots & L_{1f}^3 \\ L_{21}^3 & L_{22}^3 & \cdots & L_{2f}^3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{f1}^3 & L_{f2}^3 & \cdots & L_{ff}^3 \end{bmatrix} \quad (13c)$$

然后, 将式(4)中的输出表示为过去输出、将来输入、过去输入的线性组合, 则式(4)中的子空间辨识问题转化为如下 f 目标函数的最小化问题:

$$[\hat{L}_i^1 \quad \hat{L}_i^2 \quad \hat{L}_i^3] = \arg \min \{J\} \quad (14)$$

$$J = \sum_{j=0}^{N-1} \left\| \mathbf{y}_{k+j+i-1} - [L_i^1 \quad L_i^2 \quad L_i^3] \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{k-p+j}^p \\ \mathbf{u}_{k-p+j}^p \\ \mathbf{u}_{k+j}^f \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (15)$$

式中, $i=1, 2, \dots, f$, $\mathbf{y}_{k+j+i-1}$ 对应式(4)中的输出变量, \mathbf{y}_{k-p+j}^p 对应式(8)中的过去输出向量. 按照式(7)和式(8), 定义过去输入向量 \mathbf{u}_{k-p+j}^p 和将来输入向量 \mathbf{u}_{k+j}^f . 例如, 当 $i=1$ 时, 模型输出为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= [\hat{L}_1^1 \quad \hat{L}_1^2 \quad \hat{L}_1^3] \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{k-p}^p \\ \mathbf{u}_{k-p}^p \\ \mathbf{u}_k^f \end{bmatrix} + \mathbf{o}(k) \\ &= [\hat{L}_1^1 \quad \hat{L}_1^2] \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{k-p}^p \\ \mathbf{u}_{k-p}^p \end{bmatrix} + \hat{L}_{11}^3 \mathbf{u}_k + \underbrace{\sum_{j=2}^f \hat{L}_{1j}^3 \mathbf{u}_{k+j-1}}_{\text{non-causal}} + \mathbf{o}(k) \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{o}(k)$ 为误差项. 可以看出, 式(16)中 $\underbrace{\sum_{j=2}^f \hat{L}_{1j}^3 \mathbf{u}_{k+j-1}}_{\text{non-causal}}$ 是

非因果项, 在模型参数化过程中应避免将非因果项列入辨识参数中. 通常的方法是使得矩阵 \underline{D} 为三角结构以忽略这些因果项, 但文[18]指出, 该方法会导致参数估计具有较大的方差.

4 广义因果模型

基于第3节的因果约束分析, 为了使得辨识模型满足因果约束条件并且参数估计的方差尽可能小, 我们将各 Hankel 矩阵按行排列, 例如, 重新定义 \underline{Y}_f :

$$\underline{Y}_f \triangleq \begin{bmatrix} \underline{Y}_{f1} \\ \underline{Y}_{f2} \\ \vdots \\ \underline{Y}_{ff} \end{bmatrix}, \quad \underline{Y}_i = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{i1} \\ \underline{Y}_{i2} \\ \vdots \\ \underline{Y}_{if} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中, $i=1, 2, \dots, f$. 将矩阵 \underline{Z}_f 和 \underline{E}_f 按照上面的方式重新定义可以得到 \underline{Z}_{fi} 、 \underline{Z}_i 以及 \underline{E}_{fi} 、 \underline{E}_i , 经过将各个 Hankel 矩阵按列排列后, 则式(5)中广义输入输出方程可以重新写成如下形式:

$$\underline{Y}_{fi} = \underline{\Gamma}_{fi} \underline{X}_k + \underline{H}_{fi} \underline{Z}_i + \underline{E}_i \quad (18)$$

其中, $i=1, 2, \dots, f$, \underline{E}_i 为白噪声序列, 记:

$$\underline{\Gamma}_f = \begin{bmatrix} \underline{\Gamma}_{f1} \\ \underline{\Gamma}_{f2} \\ \vdots \\ \underline{\Gamma}_{ff} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\underline{H}_{fi} = [\underline{C} \underline{A}^{i-2} \underline{B} \quad \cdots \quad \underline{C} \underline{B} \quad \underline{D}] \quad (20)$$

从式(18)出发, 当 $i=1$ 时, 可得:

$$(i) \quad \underline{Y}_{f1} = \underline{C} \underline{X}_k + \underline{D} \underline{Z}_1 + \underline{E}_1$$

其中, $\underline{D} = [\underline{D} \quad \mathbf{0}]$, 显然, (i) 式满足因果性; 当 $i=2$ 时, 式(18)可以写做:

$$(ii) \quad \underline{Y}_{f2} = \underline{C} \underline{A} \underline{X}_k + [\underline{C} \underline{B} \quad \underline{D}] \underline{Z}_2 + \underline{E}_2$$

显然, (ii) 式同样满足因果性, 以此类推, 可以看出式(18)经过将各 Hankel 矩阵按行排列, 使得每一行的 Toeplitz 矩阵 \underline{H}_{fi} 为三角结构, 避免了将来输入的影响, 满足因果性, 是物理可实现的.

5 多率系统的闭环辨识

5.1 状态矩阵估计

对方程(4)进行后向迭代, 可得辅助变量关系:

$$\underline{X}_k = \underline{A}^p \underline{X}_{k-p} + \underline{L}_p \underline{Z}_p \quad (21)$$

其中, $\underline{L}_p = [\underline{A}^{p-1} \underline{B} \quad \underline{A}^{p-2} \underline{B} \quad \cdots \quad \underline{B}]$. 将式(21)代入方程(18)中, 可以得到:

$$\underline{Y}_{fi} = \underline{\Gamma}_{fi} \underline{A}^p \underline{X}_{k-p} + \underline{\Gamma}_{fi} \underline{L}_p \underline{Z}_p + \underline{H}_{fi} \underline{Z}_i + \underline{E}_i \quad (22)$$

其中, $i=1, 2, \dots, f$. 进一步假设, 系统具有单位圆内的稳定极点, 当 $p \rightarrow \infty$ 时, \underline{A}^p 趋向为零^[19]. 假设 p 足够大时, 式(22)可近似写成:

$$\underline{Y}_{fi} \approx \underline{\Gamma}_{fi} \underline{L}_p \underline{Z}_p + \underline{H}_{fi} \underline{Z}_i + \underline{E}_i \quad (23)$$

由式(23)可以得到如下最小二乘估计:

$$[\widehat{\underline{\Gamma}}_{f_i} \widehat{\underline{L}}_{f_i} \widehat{\underline{H}}_{f_i}] = \underline{Y}_{f_i} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{f_i} \\ \underline{Z}_i \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中, $i=1, 2, \dots, f$. 由上面式(18)和式(23)对比可知, 能观测矩阵和状态序列的乘积 $\underline{\Gamma}_{f_i} \underline{X}_k$ 由下式近似得到:

$$\underline{\Gamma}_{f_i} \underline{X}_k \approx \underline{\Gamma}_{f_i} \underline{L}_{f_i} \underline{Z}_{f_i} \quad (25)$$

当 p 趋向无穷大时, 有 $\lim_{p \rightarrow \infty} \underline{\Gamma}_{f_i} \underline{L}_{f_i} \underline{Z}_{f_i} = \underline{\Gamma}_{f_i} \underline{X}_k$ 则可以得到:

$$\widehat{\underline{\Gamma}}_{f_i} \underline{X}_k = \begin{bmatrix} \widehat{\underline{\Gamma}}_{f_i} \underline{L}_{f_i} \underline{Z}_{f_i} \\ \widehat{\underline{\Gamma}}_{f_i} \underline{L}_{f_i} \underline{Z}_{f_i} \\ \vdots \\ \widehat{\underline{\Gamma}}_{f_i} \underline{L}_{f_i} \underline{Z}_{f_i} \end{bmatrix} \quad (26)$$

对式(27)中得到的 $\widehat{\underline{\Gamma}}_{f_i} \underline{X}_k$ 进行奇异值分解:

$$\widehat{\underline{\Gamma}}_{f_i} \underline{X}_k \approx [\underline{U}_n \underline{U}_s] \begin{bmatrix} \Sigma_n & 0 \\ 0 & \Sigma_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_n^T \\ \underline{V}_s^T \end{bmatrix} \quad (27)$$

其中, 系统阶次 n 以通过矩阵 Σ_n 中包含的非零奇异值的个数来确定, \underline{V}_n 是其对应的行子空间, 可确定状态序列估计^[20]:

$$\hat{\underline{X}}_k = \Sigma_n^{1/2} \underline{V}_n \quad (28)$$

5.2 计算系统矩阵

在计算系统矩阵的过程中, 可通过求解下面最小二乘问题确定系统矩阵:

$$[\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}] = \arg \min \{ \underline{W} \} \quad (29)$$

其中:

$$\underline{W} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\begin{bmatrix} \underline{x}_{k+1} \\ \underline{y}_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix} \right)^T \cdot \left(\begin{bmatrix} \underline{x}_{k+1} \\ \underline{y}_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix} \right) \quad (30)$$

首先令:

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \underline{D} = \begin{bmatrix} D_0 \\ D_1 \\ \vdots \\ D_{n-1} \end{bmatrix} \quad (31)$$

其中, 在最优化的过程中, 将 \underline{D} 中的因果条件包含进来, 即:

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} D_{00} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ D_{10} & D_{11} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{n-1,0} & D_{n-1,1} & \cdots & D_{n-1,m-1} \end{bmatrix} \quad (32)$$

且进一步将式(1)和式(2)重新写作:

$$\underline{u}(k) \triangleq \begin{bmatrix} u_0(k) \\ u_1(k) \\ \vdots \\ u_{m-1}(k) \end{bmatrix}, \quad \underline{y}(k) \triangleq \begin{bmatrix} y_0(k) \\ y_1(k) \\ \vdots \\ y_{n-1}(k) \end{bmatrix} \quad (33)$$

则可将式(31)中的目标函数 \underline{W} 转化为

$$\underline{W}' = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(\underline{x}_{k+1} - [\underline{A} \ \underline{B}] \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix} \right)^T \left(\underline{x}_{k+1} - [\underline{A} \ \underline{B}] \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix} \right) + \left[\underline{y}_0(k) - \underline{C}_0 \underline{x}_k \right]^T \left[\underline{y}_0(k) - \underline{C}_0 \underline{x}_k \right] + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\underline{y}_i(k) - [\underline{C}_i \underline{D}_i] \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix} \right)^T \cdot \left(\underline{y}_i(k) - [\underline{C}_i \underline{D}_i] \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix} \right) \right\}$$

则可得系统矩阵估计:

$$[\hat{\underline{A}} \ \hat{\underline{B}}] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [\underline{x}_{k+1} \underline{x}_k^T \underline{x}_{k+1} \underline{u}_k^T] \cdot \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix}^T \quad (34)$$

$$\hat{\underline{C}}_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \underline{y}_0(k) \underline{x}_k^T \cdot \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \underline{x}_k \underline{x}_k^T \quad (35)$$

$$[\hat{\underline{C}}_i \ \hat{\underline{D}}_i] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\underline{y}_i(k) \underline{x}_k^T \quad \underline{y}_i(k) \underline{u}_k^T \right] \cdot \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_k \\ \underline{u}_k \end{bmatrix}^T \quad (36)$$

其中, $i=1, 2, \dots, n-1$.

6 数值仿真

下面通过数值仿真来验证上述闭环多率系统辨识方法的有效性. 考虑文[13]中给出的闭环系统, 其中被控对象的连续状态空间模型为

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} -2.5 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 2.5 & 1 \\ 10 & -1.2 \\ 5/6 & 1 \end{bmatrix} \underline{u}_c$$

$$\underline{y}_c = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ -1/3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{u}_c$$

数字控制器模型是通过以下连续控制器模型离散化得到的,

$$\dot{\underline{x}}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2.5 \end{bmatrix} \underline{x}_c + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} (r - y)$$

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} 20 & 6 & 0 \\ 13 & 13 & 0 \\ -25 & 10 & 25 \\ -26 & 13 & 52 \end{bmatrix} \underline{x}_c + \begin{bmatrix} 10 & 12 \\ 13 & 65 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} (r - y)$$

并可以使得整个闭环多率系统在反馈存在的条件下保持稳定. 输出噪声 v 是零均值、方差为 0.1 的高斯白噪声, 参考输入 r 是零均值、单位方差的的高斯白噪声序列, 输出噪声 v 和参考输入 r 统计独立. 外部输入 r 、观测输入 u 和输出 y 的刷新周期分别为 0.2 s、0.1 s 和 0.2 s, 那么框架周期为 $T=0.2$ s, 基周期 $h=0.1$ s.

选取输入和输出提升变量分别为

$$\underline{u}(k) = \begin{bmatrix} \underline{u}_1(kh+0) \\ \underline{u}_1(kh+0.1) \\ \underline{u}_2(kh+0) \\ \underline{u}_2(kh+0.1) \end{bmatrix}, \quad \underline{y}(k) = \begin{bmatrix} \underline{y}_1(kh)+0 \\ \underline{y}_2(kh)+0 \end{bmatrix}$$

初始参数 $f=10$, $p=25$, 数据长度 $N=2\ 406$. 用本文提出的闭环多率辨识方法进行 100 次蒙特卡洛实验, 每次实验保持参考输入相同但取不同的噪声序列, 可得状态序列估计, 对其进行奇异值分解得到的奇异值分布图如图 3 所示, 可初步确定模型阶次为 $n=3$.

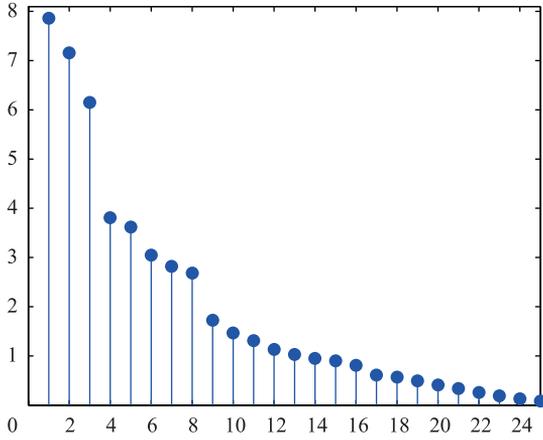


图 3 奇异值分布图

Fig.3 The distribution diagram of singular values

图 4 和图 5 分别给出了真实模型和估计模型的阶跃响应曲线和闭环系统的输出拟合曲线, 其中, 红色对应真实模型, 蓝色对应本文提出的闭环辨识方法得到的阶跃响应曲线, 绿色对应文 [13] 提出的闭环方法得到的阶跃响应曲线.

从图 4 可以看出, 本文提出的方法得到的估计模型阶跃响应更接近真实模型的阶跃响应, 优于文 [13] 中提出的方法. 进一步从图 5 可以看出, 文 [13] 中提出方法的输出误差较大, 而本文提出方法得到的估计模型构成的闭环系统输出可以很好拟合真实系统输出.

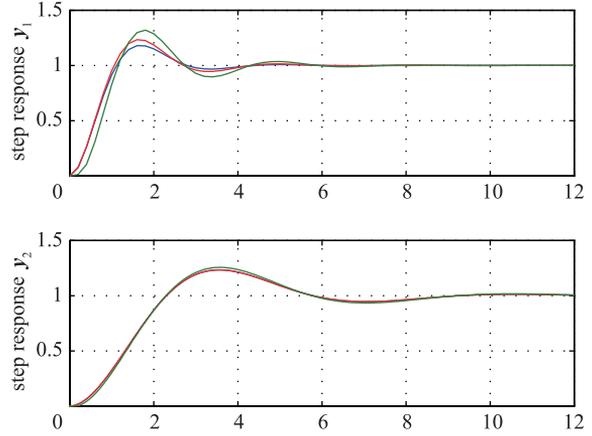


图 4 真实模型和两种方法得到估计模型的阶跃响应

Fig.4 Step response of the true and estimated models by two methods

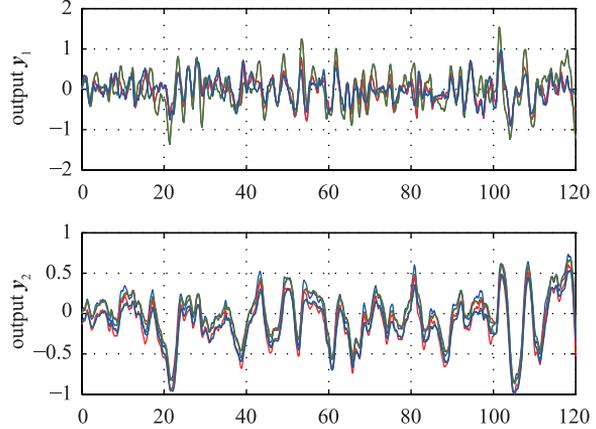


图 5 真实闭环系统和估计模型构成的闭环系统的输出拟合曲线

Fig.5 The output plots of true closed-loop system and estimated model in the closed-loop

参考文献

[1] 肖建. 多采样率数字控制系统[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
Xiao J. Multirate digital control system[M]. Beijing: Science Press, 2003.

[2] Zou Y, Chen T, Li S. Network-based predictive control of multirate systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(7): 1145 – 1156.

[3] Nagamune R, Huang X, Horowitz R. Robust control synthesis techniques for multirate and multisensing track-following servo systems in hard disk drives[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2010, 132(2): 1 – 10.

[4] Jiang Y L, Zou Y Y, Niu Y G. Robust explicit solution of multirate predictive control system with external disturbances[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2013, 32(5): 25013 – 25015.

[5] 吴瑶, 罗雄麟. 化工多采样率数字控制技术的研究进展[J]. 化工进展, 2008, 27(9): 1342 – 1347.
Wu Y, Luo X L. Progress of multirate digital control technique in chemical industry[J]. Chemical Industry and Engineering Progress, 2008, 27(9): 1342 – 1347.

[6] 倪博溢, 萧德云. 多采样率系统的辨识问题综述[J]. 控制理论与应用, 2009, 27(1): 62 – 68.
Ni B Y, Xiao D Y. A survey on identification of multirate sampled systems[J]. Control Theory & Applications, 2009, 27(1): 62 – 68.

[7] Ding F, Chen T W. Modelling and identification of multirate systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(1): 105 – 122.

[8] Wang W, Ding F, Dai J Y. Maximum likelihood least squares identification for systems with autoregressive moving average noise[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(5): 1842 – 1853.

[9] Sekhar S C, Sreenivas T V. Auditory motivated level-crossing approach to instantaneous frequency estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(4): 1450 – 1462.

- [17] Cui P L, Li J H, Wang G Z. Improved kernel principal component analysis for fault detection[J]. *Expert Systems with Applications*, 2008, 34(2): 1210–1219.
- [18] Kano M, Sakata T, Hasebe S. Just-in-time statistical process control: Adaptive monitoring of vinyl acetate monomer process[C]//The 18th IFAC World Congress. 2011: 13157–13162.
- [19] 张成, 李元. 基于统计模型分析间歇过程故障检测方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2013, 34(9): 2103–2110.
Zhang C, Li Y. Study on the fault-detection method in batch process based on statistical pattern analysis[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2013, 34(9): 2103–2110.
- [20] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 5 版. 杭州: 浙江大学出版社, 2001: 213–218.
Sheng Z, Xie S Q, Pan C Y. *Probability theory and mathematical statistics*[M]. 5th ed. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2001: 213–218.
- [21] Eigenvector Research Inc. Metal etch data for fault detection evaluation[DB/OL]. (2013-01-12)[2013-07-20]. <http://software.eigenvector.com/Data/Etch/index.html>.
- [22] He Q P, Wang J. Fault detection using the k-nearest neighbor rule for semiconductor manufacturing processes[J]. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 2007, 20(4): 345–354.
- [23] Singh K P, Malik A. Multi-way partial least squares modeling of water quality data[J]. *Analytica Chimica Acta*, 2007, 584(2): 385–396.

作者简介

张成(1979–), 男, 博士生, 讲师. 研究领域为系统监控与故障检测.

李元(1964–), 女, 博士, 教授. 研究领域为基于数据驱动技术的复杂过程故障检测与诊断.

高宪文(1955–), 男, 博士, 教授. 研究领域为复杂工业过程建模和智能控制.

(上接第 587 页)

- [10] Chen D J, Fan J W, Zhang F H. An identification method for spindle rotation error of a diamond turning machine based on the wavelet transform[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2012, 63(5/6/7/8): 457–464.
- [11] Han L L, Ding F. Identification for multirate multi-input systems using the multi-innovation identification theory[J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2009, 57(9): 1438–1449.
- [12] Ding F, Liu G J, Liu X P. Partially coupled stochastic gradient identification methods for non-uniformly sampled systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(8): 1976–1981.
- [13] Godbout L, Jordan D, Apostolakis I. Closed-loop model for general multirate digital control systems[J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 1990, 137(5): 329–336.
- [14] Wang J, Chen T, Huang B. Closed-loop identification via output fast sampling[J]. *Journal of Process Control*, 2004, 14(5): 555–570.
- [15] Sun L, Ohmori H, Sano A. Output intersampling approach to direct closed-loop identification[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(12): 1936–1941.
- [16] Hu P P, Ding F. Multistage least squares based iterative estimation for feedback nonlinear systems with moving average noises using the hierarchical identification principle[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 73(1/2): 583–592.
- [17] Bamieh B, Pearson J B, Francis B A, et al. A lifting technique for linear periodic systems with applications to sampled-data control[J]. *Systems & Control Letters*, 1991, 17(2): 79–88.
- [18] Qin S J, Ljung L. Closed-loop subspace identification with innovation estimation[C]//The 13th IFAC Symposium on System Identification. Rotterdam, Netherlands; IFAC, 2003: 888–892.
- [19] Li W, Han Z, Shah S L. Subspace identification for FDI in systems with non-uniformly sampled multirate data[J]. *Automatica*, 2006, 42(4): 619–627.
- [20] Van Overschee P, De Moor B. *Subspace Identification for linear systems: Theory, implementation, applications*[M]. Rotterdam, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.

作者简介

王佳(1984–), 女, 博士, 讲师. 研究领域为系统辨识, 故障检测.

王宏伟(1969–), 男, 博士, 副教授. 研究领域为模式识别, 鲁棒控制.

夏浩(1969–), 男, 博士, 教授. 研究领域为复杂系统的控制与检测等.