信息与控制　2014 年　第 43 卷　第 5 期：596 ~ 603

DOI：10.13976/j.cnki.xk.2014.0596　　文章编号：1002 - 0411(2014) - 05 - 0596 - 08

基于 LPV 鲁棒滤波器的大型民机作动器故障检测

郑凌霄，刘世前，李元祥，骆建华，衣建臣

上海交通大学航空航天学院，上海　200240

基金项目：国家自然基金资助项目(10577012)；工信部“十二·五”民机专项预研项目(MJZ-S-2011-06)；国家航天支撑技术基金资助项目(12GFZ-JJ02-022)

通信作者：刘世前，liushiqian@sjtu.edu.cn

收稿/录用/修回：2013 - 09 - 13/2013 - 11 - 13/2014 - 03 - 26

摘要

针对大型民机飞行控制系统作动器故障，考虑飞机对象和飞行控制系统结构参数随高度和马赫数时变，且测量信号受干扰影响，提出线性参变(linear parameter varying，LPV)系统鲁棒故障检测方法. 目标是寻找参变滤波器使残差系统实现参变 H_∞/H_- 混合指标，利用回路成形思想将该目标转换为参变 H_∞ 鲁棒性能问题，进而使用线性分式变换转换为具有结构不确定性的线性时不变 H_∞ 鲁棒性能问题，运用标定有界实引理推导出故障检测滤波器存在的充分条件，并借助 Matlab 半正定规划工具箱求解滤波器参数，得到的滤波器与被监控对象具有相同的时变参数结构，能够随可测参数自适应调参. 最后以 B747-100/200 大型民机为例，检测其升降舵舵效损伤故障，仿真结果表明本文提出的 LPV 鲁棒故障检测方法是有效的.

关键词

大型民用飞机

故障检测

线性参数时变

鲁棒滤波

中图分类号：TP273

文献标识码：A

LPV Robust Filter Based Fault Detection of the Actuators for a Jumbo Jet Transport Aircraft

ZHENG Lingxiao, LIU Shiqian, LI Yuanxiang, LUO Jianhua, YI Jianchen

School of Aeronautics and Astronautics, *Shanghai Jiaotong University*, *Shanghai* 200240, *China*

Abstract

A robust fault detection filter design method for faults in the actuator of a jumbo jet transport aircraft is proposed by considering how the structural parameters of the transport aircraft plant and its flight control system vary with flight altitude and Mach number, and how the measure signals are disrupted by noise. The objective is to find a parameter-vaying filter that makes the residual system fulfill a parameter varying mixed H_∞/H_- index. Using loop-shaping theory, the mixed index is transformed into a parameter-varying H_∞ index. The LFT tool is then employed to transform the above problem into a H_∞ robust performance problem for an LTI system with structured uncertainty, and the sufficient conditions for the existence of the filter are achieved via scaled bounded real lemmas. The parameters of the LPV filter for fault detection are obtained by the Matlab SDP toolbox. This LPV filter has the same varying parameter structure as the monitored plant, and it has adaptive capability for the varying parameters. Finally, a simulation example of the elevator surface injury of a B747-100/200 jumbo jet is illustrated to demonstrate the practical effect of the proposed approach.

Keywords

jumbo jet transport aircraft; fault detection; linear parameter varying (LPV); robust filter

1　引言

基于模型的故障检测的主要挑战是真实对象的复杂性，如建模不确定性，这种不确定性对系统输出的影响不能与系统故障效应完全解耦，鲁棒 FD(fault detection)的目的正是系统存在模型不确定的情况下，将故障与其它干扰输入区分开[1-3]. 而鲁棒残差生成问题则不仅要求抑制干扰和模型不确定，同时要求残差对故障充分敏感，这就产生了一个极小—极大优化问题，文[4]最早提出了 H_∞/H_- 框架，即鲁棒指标采用 H_∞ 范数，同时故障敏感指标采用 H_- 指数. 文[5]提出了鲁棒故障检测的多种混合指标问题，包括 H_∞/H_{min} 指标，并利用因数分解给出了这些问题的统一求解方法. 文[6]采用迭代算法求解两组 LMI(linear matrix inequality)得到满足鲁棒和敏感指标的观测器存

在的充分条件，并通过该算法计算观测器增益阵. 文[7]通过合适的变换将 $\mathrm{H}_\infty/\mathrm{H}_-$ 混合目标问题转换成标准 H_∞ 问题，给出了一种易于理解和实现的设计框架，这些研究促进了鲁棒故障检测理论的发展.

由于参数变化使得传统的时不变 H_∞ 鲁棒 FD 滤波器很难满足检测性能要求，针对 LPV 对象故障检测问题的研究受到了充分重视，文[8]将文[7]的方法扩展到多胞 LPV 系统，设计顶点鲁棒滤波器，进而利用凸性质得到 LPV 检测滤波器，这种滤波器可以实现参数在其范围内任意时变情况下的鲁棒检测. 文[9]针对具有多胞结构的仿射 LPV 系统，按照二次 H_∞ 性能的定义提出二次 H_- 性能，将文[6]中的迭代算法扩展至 LPV 对象.

对于大型民用飞机，作动器故障会产生灾难性后果[10]，因此民机作动器故障诊断成为近几年的研究热点. 文[11]针对 B747，以 LTI(linear time invariant)动力学模型为对象，考虑作动器加性不确定、阵风和噪声干扰，设计 H_∞ 鲁棒故障检测和隔离滤波器. 文[11－14]利用几何方法设计 B747 飞机 LPV 故障检测滤波器. 文[15]分别以 B747 作动器多胞 LPV 模型和线性分式变换(LFT)表示的 LPV 模型为对象，设计满足 $\mathrm{H}_\infty/\mathrm{H}_-$ 指标的 FD 滤波器.

本文针对民机飞行控制系统作动器故障，考虑飞机对象和飞行控制系统参数时变，测量信号受噪声影响等因素，提出满足参数时变 $\mathrm{H}_\infty/\mathrm{H}_-$ 混合指标的 LPV 故障检测滤波器设计方法，并给出了 LPV 检测滤波器的分析和设计算法，得到的滤波器能够保证对在已知范围内任意时变的参数、残差均满足指定的鲁棒性和故障灵敏性，与文[9]的迭代算法相比本文算法简单、计算量小，相对于文[15]，本文滤波器设计结构简单，且对于一定的性能指标和加权函数，滤波器的求解不会因为结构矩阵的选择而存在数值问题. 本文通过检测 B747-100/200 升降舵舵效故障验证该方法的有效性.

2　问题描述

一般 H_∞ 鲁棒故障检测滤波器结构[11]如图 1 所示.

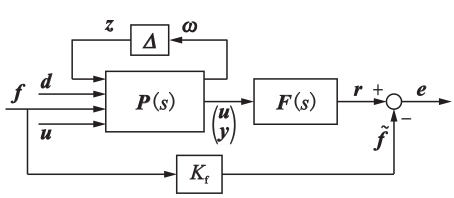

图 1　一般 H_∞ 鲁棒故障检测滤波器结构

Fig.1　General structure of robust H_∞ FD filter

其中 $\boldsymbol{P}(s)$ 为标称 LTI 对象，$\boldsymbol{F}(s)$ 为待设计的稳定的 H_∞ 故障检测滤波器. $\boldsymbol{f}$，$\boldsymbol{d}$，$\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{y}$ 分别表示故障、干扰、控制输入和测量输出，$\boldsymbol{r}$ 为故障检测残差，$\tilde{\boldsymbol{f}}$ 为故障预滤波信号，对于故障估计问题预滤波增益 $K_\mathrm{f}=1$，而故障检测问题则希望 K_f 尽可能大，$\boldsymbol{e}$ 为 $\boldsymbol{r}$ 与 $\tilde{\boldsymbol{f}}$ 之间的误差，Δ 表示模型的不确定量.

H_∞ 鲁棒故障检测滤波器设计问题的目标是寻找一个 LTI 滤波器使输入项$[\boldsymbol{d}\quad \boldsymbol{z}\quad \boldsymbol{u}\quad \boldsymbol{f}]^\mathrm{T}$ 与误差 $\boldsymbol{e}$ 的增益最小化，这是一个标准的跟踪问题，即残差信号是在存在模型不确定和干扰项的情况下，对故障预滤波信号的跟踪，检测性能通过回路成形的思想转换为对传递函数的频率响应的整形.

当模型不确定较大时，LTI 滤波器不能满足检测性能，甚至一个稳定的滤波器都可能不存在，尤其是对于参数时变引起的模型不确定，采用标准 H_∞ 设计方法存在很大的保守性，本文针对这一局限性提出 LPV 鲁棒故障检测滤波设计问题.

考虑 LPV 动态系统 $\boldsymbol{P}(s,\boldsymbol{\theta})$，同时受未知输入干扰 $\boldsymbol{d}$ 和作动器故障 $\boldsymbol{f}$ 影响，描述为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t)&=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{K}_1(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{f}(t)+\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{d}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)&=\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{K}_2(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{f}(t)+\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{d}(t)\end{aligned}\tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x}\in\mathrm{R}^n$，$\boldsymbol{u}\in\mathrm{R}^p$，$\boldsymbol{y}\in\mathrm{R}^m$，$\boldsymbol{f}\in\mathrm{R}^{q\mathrm{f}}$，$\boldsymbol{x}$ 为故障系统状态，如飞机飞行状态迎角与俯仰速率$[\alpha,q]$，$\boldsymbol{u}$ 表示控制输入指令，如升降舵偏角指令 δ_e，$\boldsymbol{y}$ 表示测量输出，如$[\alpha,q]$；$\boldsymbol{f}$ 表示待检测的作动器故障，如升降舵损伤故障 $\eta\times\delta_\mathrm{e}$，$\eta\in[-1,0]$为损伤程度，$\boldsymbol{d}$ 表示干扰项，如状态噪声、测量噪声或不感兴趣故障，其中 $\boldsymbol{u}$ 是已知量，$\boldsymbol{f}$ 和 $\boldsymbol{d}$ 是未知有界量，$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})$、$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta})$、$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta})$、$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})$、$\boldsymbol{K}_1(\boldsymbol{\theta})$、$\boldsymbol{K}_2(\boldsymbol{\theta})$、$\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{\theta})$、$\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{\theta})$为适当维数的矩阵，$\boldsymbol{K}_1(\boldsymbol{\theta})$为 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta})$ 的一列或几列，时变参数向量 $\boldsymbol{\theta}=(\theta_1,\cdots,\theta_k)\in\mathrm{R}^k$ 可实时测量，且各元素在确定的范围内变化$\underline{\theta}_i\leqslant\theta_i\leqslant\bar{\theta}_i$，$i=1,2,\cdots,k$.

针对系统(1)，参数时变 $\mathrm{H}_\infty/\mathrm{H}_-$ 指标的故障检测问题描述如下：

问题 1　考虑 LPV 系统 $\boldsymbol{P}(s,\boldsymbol{\theta})$，寻找一个 LPV 滤波器 $\boldsymbol{F}(s,\boldsymbol{\theta})$：

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_f(t)&=\boldsymbol{A}_f(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{x}_f(t)+\boldsymbol{B}_f(\boldsymbol{\theta})[\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{u}(t)]^\mathrm{T}\\ \boldsymbol{r}(t)&=\boldsymbol{C}_f(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{x}_f(t)+\boldsymbol{D}_f(\boldsymbol{\theta})[\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{u}(t)]^\mathrm{T}\end{aligned}\tag{2}$$

使得残差系统

$$\boldsymbol{r}(s)=\boldsymbol{T}_{r\bar{d}}(s,\boldsymbol{\theta})\bar{\boldsymbol{d}}(s)+\boldsymbol{T}_{rf}(s,\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{f}(s)\tag{3}$$

满足以下目标：

a1）对于任意$\underline{\theta}_i\leqslant\theta_i\leqslant\bar{\theta}_i$，残差系统(3)稳定；

a2）$\|\boldsymbol{T}_{r\bar{d}}(s,\boldsymbol{\theta})\|_\infty<\gamma_1$；

a3）$\|\boldsymbol{T}_{rf}(s,\boldsymbol{\theta})\|_{-,\Omega}>\gamma_2$.

其中 $\boldsymbol{r}\in\mathrm{R}^{q_r}$，$\boldsymbol{T}_{r\bar{d}}(s,\boldsymbol{\theta})$和 $\boldsymbol{T}_{rf}(s,\boldsymbol{\theta})$分别为广义干扰项 $\bar{\boldsymbol{d}}=[\boldsymbol{d}\quad\boldsymbol{u}]^\mathrm{T}$ 和待检测故障 $\boldsymbol{f}$ 对残差 $\boldsymbol{r}$ 的传递函矩阵，$\|\cdot\|_\infty$ 为传递函数阵的 H_∞ 范数，$\|\cdot\|_{-,\Omega}$为传递函数阵的 H_- 指数，是其在频域范围 Ω 内的非零最小奇异值[7]，这里 Ω 指低频范围.

3　LPV 故障检测滤波器设计

3.1　$\mathrm{H}_\infty/\mathrm{H}_-$ 指标分析

问题 1 中 a1)为稳定指标，a2)、a3)为故障检测指标，分别描述了系统鲁棒指标和故障敏感指标，是对相应传递函数阵范数上界和下界的约束，根据回路成形的思想[16]，系统鲁棒指标、故障敏感指标以及期望的动态响应可以利用传递函数幅值在频域上的分布，通过设计加权函数来实现.

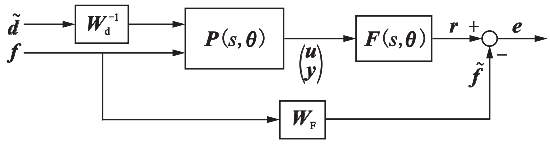

图 2 LPV 故障检测滤波器设计结构

Fig.2 LPV FD filter design structure

根据上述描述，本文提出如图 2 的鲁棒故障检测滤波器设计结构，其中动态加权函数 W_d^{-1} 和 W_F 分别用于对干扰和故障响应的整形，故障预滤波增益 K_f 合并入 W_F. 定义误差信号 $e(s)=r(s)-W_F(s)f(s)$，则图 2 加权误差系统为

$$e(s)=T_{e\tilde{d}}(s,\theta)\tilde{d}(s)+T_{ef}(s,\theta)f(s) \tag{4}$$

考虑加权函数 W_d 满足 $\|W_d\|_\infty<\gamma_1$ 且可逆，W_f 满足 $\|W_f\|_{-,\Omega}>\gamma_2$ 可逆且具有低通特性，而 W_d^{-1} 为 W_d 的逆，$W_F=\dfrac{1+\gamma_2}{\gamma_2}W_f$.

由 H_∞ 范数定义可知，当 $\|W_d\|_\infty<\gamma_1$ 且 $\|T_{rd}(\theta)W_d^{-1}\|_\infty<1$ 时，一定有 $\|T_{rd}\|_\infty<\gamma_1$.

由 $H_{-,\Omega}$ 指数定义可知[7]：

$$\|T_{rf}(\theta)\|_{-,\Omega}\geqslant\|W_F\|_{-,\Omega}-\|T_{rf}(\theta)-W_F\|_{\infty,\Omega} \tag{5}$$

因 $e(s)=r(s)-W_F(s)f(s)$，上式可重写为

$$\|T_{rf}(\theta)\|_{-,\Omega}\geqslant\|W_F\|_{-,\Omega}-\|T_{ef}(\theta)\|_{\infty,\Omega} \tag{6}$$

将上式提取因式，得到

$$\|T_{rf}(\theta)\|_{-,\Omega} \geqslant(1-\|T_{ef}(\theta)\|_{\infty,\Omega}\|W_F^{-1}\|_{\infty,\Omega})\|W_F\|_{-,\Omega} \tag{7}$$

由 $\|W_f\|_{-,\Omega}>\gamma_2$ 和 $W_F=\dfrac{1+\gamma_2}{\gamma_2}W_f$ 得 $\|W_F\|_{-,\Omega}\geqslant 1+\gamma_2$. 若 $\|T_{ef}(\theta)\|_{\infty,\Omega}<1$，则一定有 $\|T_{rf}(\theta)\|_{-,\Omega}>\gamma_2$，$T_{ef}$ 具有低通特性，则 $\|T_{ef}(\theta)\|_{\infty,\Omega}=\|T_{ef}(\theta)\|_\infty$.

根据上述分析，可得到问题 1 中故障检测性能指标的充分条件如下：

若加权误差系统(4)满足性能：

b1) $\|T_{e\tilde{d}}(\theta)\|_\infty=\|T_{rd}(\theta)W_d^{-1}\|_\infty<1$；

b2) $\|T_{ef}(\theta)\|_\infty=\|T_{rf}(\theta)-W_F\|_\infty<1$

则残差系统(3)满足 a2)、a3).

将指标 b1)、b2)合写，则问题 1 可以重新描述成一个参变 H_∞ 鲁棒性能问题，即，对于给定的混合指标 γ_1 和 γ_2 及加权函数 W_d 和 W_f，寻找一个 LPV 滤波器 $F(s,\theta)$，使得加权误差系统(4)满足以下目标：

c1) 对于任意 $\underline{\theta}_i\leqslant\theta_i\leqslant\bar{\theta}_i$，加权误差系统(4)稳定；

c2) $\|T_{e[f,\tilde{d}]^T}(\theta)\|_\infty<1$.

3.2 基于 LFT 方法的参变检测滤波器设计

由于被监控对象是时变参数 θ 的函数，参变 H_∞ 性能问题是无限维的，即需要对不同的 θ 求解 H_∞ 问题，本文采用线性分式变换 LFT(linear fraction transformation)方法，将对象和滤波器中的时变参数分解出来，得到一个具有反馈不确定性的 LTI 对象，利用标定小增益定理求解 FD 滤波器.

作如下假设：

A1) $P(s,\theta)$ 中的参变矩阵均可写成 θ 的仿射函数，如 $A(\theta)=A_0+A_1\theta_1+\cdots+A_k\theta_k$，参考文[17]，这样的假设可对应于飞行控制系统参变模型的多项式展开；

A2) $|\theta_i|\leqslant 1$，$i=1,2,\cdots,k$，若 $|\theta_i|>1$，可以通过适当的线性变换使有界参数 θ_i 缩放到区间[−1, 1]内.

$P(s,\theta)$ 的上 LFT 变换 $F_u(P(s),\Theta)$ 为

$$\begin{pmatrix} z \\ \bar{y} \end{pmatrix}=P(s)\begin{pmatrix} w \\ f \\ \bar{d} \end{pmatrix} \tag{8}$$

$$z=\Theta w \tag{9}$$

其中 $\bar{y}=[y\quad u]^T$，Θ 为不确定参数块，表示时变参数，对于满足假设 A1)的对象，有

$$\Theta=\text{block diag}(\theta_1 I_1,\cdots,\theta_k I_k)\in\mathbf{R}^{q_\Theta\times q_\Theta} \tag{10}$$

且为 k 个标量矩阵构成的对角分块矩阵，I_i 的维数表示参数 θ_i 重复出现的次数，q_Θ 为虚拟的不确定输入输出 w 和 z 的维数，由假设 A2)可知 $\Theta^T\Theta\leqslant 1$.

寻找一个与被监控对象具有相同时变参数结构 Θ 的滤波器 $F(s,\theta)=F_1(F(s),\Theta)$ 满足问题 1 要求，设计结构如图 3，可测量参数 θ 用于更新滤波器参数.

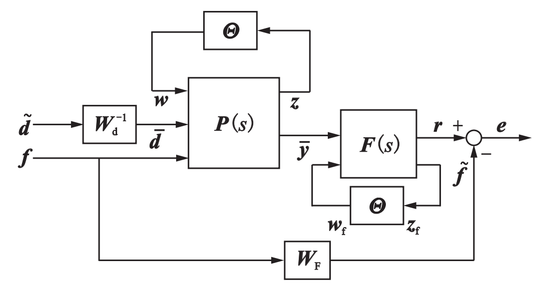

图 3 故障检测滤波器 LFT 表示框图

Fig.3 LFT form of FD filter

将图 3 所示的结构表达成标准 H_∞ 设计框架，如图 4(a).

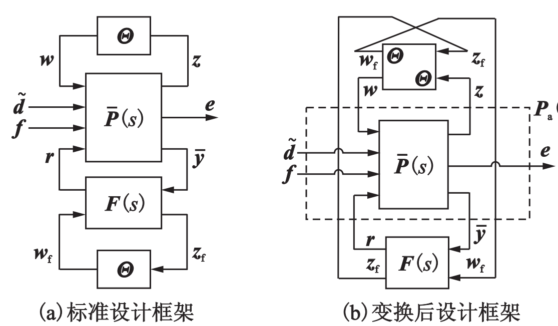

图 4 H_∞ 问题设计框架

Fig.4 Design frameworks of H_∞ problem

其中 $\bar{P}(s)$ 为实际对象与加权函数的增广

$$\begin{pmatrix} z \\ e \\ \bar{y} \end{pmatrix}=\bar{P}(s)\begin{pmatrix} w \\ \tilde{d} \\ f \\ r \end{pmatrix} \tag{11}$$

则从 $[\tilde{d}\quad f]$ 至 e 的传递函数为

$$T(\bar{P},F,\Theta)=F_1(F_u(\bar{P},\Theta),F_1(F,\Theta)) \tag{12}$$

因被监控对象和滤波器均是时变参数的函数，将所有的参数集中到一个不确定块中，引入增广对象 $P_a(s)$

$$\begin{pmatrix} z_f \\ z \\ e \\ \bar{y} \\ w_f \end{pmatrix} = \overbrace{\left(\begin{array}{c:c:c} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{I}_{q\Theta} \\ \hdashline \mathbf{0} & \bar{\boldsymbol{P}}(s) & \mathbf{0} \\ \hdashline \boldsymbol{I}_{q\Theta} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}\right)}^{\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s)} \begin{pmatrix} w_f \\ w \\ \tilde{d} \\ f \\ r \\ z_f \end{pmatrix} \tag{13}$$

则图 4(a)结构可重画为图 4(b)，可以看出，此为有结构不确定性的鲁棒性能问题，即，寻找 LTI 滤波器 $\boldsymbol{F}(s)$使得对于所有的参数 $\boldsymbol{\theta}(t)$，图 4(b)所示的反馈系统稳定，且满足性能指标

$$\left\| \boldsymbol{F}_{\mathrm{u}}\left(\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s),\ \boldsymbol{F}(s)),\ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Theta} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Theta} \end{pmatrix}\right) \right\|_{\infty} < 1 \tag{14}$$

定义具有参数块 $\boldsymbol{\Theta}$ 式(10)结构的集合

$$\Delta:=\{\text{block diag}(\theta_1\boldsymbol{E}_1,\ \cdots,\ \theta_k\boldsymbol{E}_k),\ \theta_i \in [-1,\ 1]\} \tag{15}$$

重复对角块$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\Theta} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Theta} \end{pmatrix}$集合用 $\Delta\otimes\Delta$ 表示.

定义 Δ 的相似标定矩阵集合

$$L_{\Delta}:=\{\boldsymbol{L}>0:\ \boldsymbol{L\Theta}=\boldsymbol{\Theta L},\ \forall\, \boldsymbol{\Theta}\in\Delta\} \in \mathrm{R}^{q\Theta\times q\Theta} \tag{16}$$

则 $\Delta\otimes\Delta$ 的相似标定矩阵集合为

$$L_{\Delta\otimes\Delta}=\left\{\begin{pmatrix} \boldsymbol{L}_1 & \boldsymbol{L}_2 \\ \boldsymbol{L}_2^{\mathrm{T}} & L_3 \end{pmatrix}>0:\ \boldsymbol{L}_1\in \boldsymbol{L}_{\Delta},\ \boldsymbol{L}_3 \in \boldsymbol{L}_{\Delta},\ \boldsymbol{L}_2\boldsymbol{\Theta}=\boldsymbol{\Theta L}_2,\ \forall\, \boldsymbol{\Theta}\in\Delta\right\} \tag{17}$$

根据标定小增益定理，反馈系统稳定且满足性能式(14)的充分条件是存在相似标定矩阵 $\boldsymbol{L}\in L_{\Delta\otimes\Delta}$和 LTI 滤波器 $\boldsymbol{F}(s)$使标称反馈系统 $\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s),\ \boldsymbol{F}(s))$稳定，且满足以下不等式

$$\left\| \begin{pmatrix} \boldsymbol{L}^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{I} \end{pmatrix} \boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s),\ \boldsymbol{F}(s)) \begin{pmatrix} \boldsymbol{L}^{-1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{I} \end{pmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \tag{18}$$

其中 $\boldsymbol{I}$ 是为实现鲁棒性能而引入的不确定块的标定矩阵，为了简化相似标定矩阵的计算，假设从$[\tilde{\boldsymbol{d}}\quad \boldsymbol{f}]$至 $\boldsymbol{e}$ 的传递函数阵为方阵，这个假设可以通过增加全 0 行实现.

3.3　LPV 滤波器的求解

为了得到我们的结论，首先给出以下引理.

引理 1[18]　考虑参数结构 Δ，其相似标定矩阵集合 L_{Δ} 定义同式(16)，$\boldsymbol{T}(s)$为一个方阵传递函数，其状态空间实现为 $\boldsymbol{T}(s)=\boldsymbol{D}+\boldsymbol{C}(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}$，则下述 2 个描述等价.

1) $\boldsymbol{A}$ 为稳定矩阵，且存在 $\boldsymbol{L}\in L_{\Delta}$ 使 $\|\boldsymbol{L}^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{D}+\boldsymbol{C}(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B})\boldsymbol{L}^{-\frac{1}{2}}\|_{\infty}<\gamma$.

2) 矩阵不等式

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{XA} & \boldsymbol{XB} & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} & -\gamma\boldsymbol{L} & \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} & -\gamma\boldsymbol{L}^{-1} \end{pmatrix}<0 \tag{19}$$

存在正定解 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{L}\in L_{\Delta}$.

引理 1 的矩阵不等式是基于状态空间的，考虑 LPV 故障系统 $\boldsymbol{P}(s,\ \boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{F}_{\mathrm{u}}(\boldsymbol{P}(s),\ \boldsymbol{\Theta})$的标称系统 $\boldsymbol{P}(s)$的一个连续状态空间实现为

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}}(t)&=\boldsymbol{Ax}(t)+\boldsymbol{B}_{\theta}\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{B}_{1\tilde{d}}\tilde{\boldsymbol{d}}(t)+\boldsymbol{B}_{1f}\boldsymbol{f}(t) \\ \boldsymbol{z}(t)&=\boldsymbol{C}_{\theta}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}_{\theta}\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{D}_{\theta1\tilde{d}}\tilde{\boldsymbol{d}}(t)+\boldsymbol{D}_{\theta1f}\boldsymbol{f}(t) \\ \bar{\boldsymbol{y}}(t)&=\boldsymbol{C}_2\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}_{2\theta}\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{D}_{21\tilde{d}}\tilde{\boldsymbol{d}}(t)+\boldsymbol{D}_{21f}\boldsymbol{f}(t) \end{aligned} \tag{20}$$

其中 $\boldsymbol{A}\in \mathrm{R}^{n\times n}$，$\boldsymbol{B}_{\theta}\in \mathrm{R}^{n\times q\Theta}$，$\boldsymbol{B}_{1\tilde{d}}\in \mathrm{R}^{n\times(q_{\mathrm{d}}+p)}$，$\boldsymbol{B}_{1f}\in R^{n\times q_f}$，$\boldsymbol{C}_{\theta}\in \mathrm{R}^{q\Theta\times n}$，$\boldsymbol{C}_2\in \mathrm{R}^{(p+m)\times n}$，假设加权函数 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{d}}^{-1}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{F}}$ 的状态空间实现分别为$[\boldsymbol{A}_{\mathrm{d}}\quad \boldsymbol{B}_{\mathrm{d}}\quad \boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}\quad \boldsymbol{D}_{\mathrm{d}}]$和$[\boldsymbol{A}_{\mathrm{F}}\quad \boldsymbol{B}_{\mathrm{F}}\quad \boldsymbol{C}_{\mathrm{F}}\quad \boldsymbol{D}_{\mathrm{F}}]$，则增广对象 $\bar{\boldsymbol{P}}(s)$的状态空间紧凑形式为

$$\left(\begin{array}{c} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{d}} \\ \dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{F}} \\ \hline \boldsymbol{z} \\ \hline \boldsymbol{e} \\ \bar{\boldsymbol{y}} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc:c:cc:c} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}_{1\tilde{d}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}} & \mathbf{0} & \boldsymbol{B}_{\theta} & \boldsymbol{B}_{1\tilde{d}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{A}_{\mathrm{d}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{d}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{A}_{\mathrm{F}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{F}} & \mathbf{0} \\ \hdashline \boldsymbol{C}_{\theta} & \boldsymbol{D}_{\theta1\tilde{d}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}} & \mathbf{0} & \boldsymbol{D}_{\theta\theta} & \boldsymbol{D}_{\theta1\tilde{d}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}} & \boldsymbol{D}_{\theta1\mathrm{f}} & \mathbf{0} \\ \hdashline \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\boldsymbol{C}_{\mathrm{F}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\boldsymbol{D}_{\mathrm{F}} & \boldsymbol{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hdashline \boldsymbol{C}_2 & \boldsymbol{D}_{21\tilde{d}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}} & \mathbf{0} & \boldsymbol{D}_{21} & \boldsymbol{D}_{21\tilde{d}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}} & \boldsymbol{D}_{21\mathrm{f}} & \mathbf{0} \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{d}} \\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{F}} \\ \hline \boldsymbol{w} \\ \hline \tilde{\boldsymbol{d}} \\ \boldsymbol{f} \\ \hline \boldsymbol{r} \end{array}\right) \tag{21}$$

上式中按照实线进行分块的矩阵简写为

$$\begin{pmatrix} \bar{\boldsymbol{A}} & \bar{\boldsymbol{B}}_{\theta} & \bar{\boldsymbol{B}}_1 & \bar{\boldsymbol{B}}_2 \\ \bar{\boldsymbol{C}}_{\theta} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta\theta} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta1} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta2} \\ \bar{\boldsymbol{C}}_1 & \bar{\boldsymbol{D}}_{1\theta} & \bar{\boldsymbol{D}}_{11} & \bar{\boldsymbol{D}}_{12} \\ \bar{\boldsymbol{C}}_2 & \bar{\boldsymbol{D}}_{2\theta} & \bar{\boldsymbol{D}}_{21} & \bar{\boldsymbol{D}}_{22} \end{pmatrix} \tag{22}$$

$\bar{\boldsymbol{A}}\in \mathrm{R}^{\bar{n}\times\bar{n}}$，由上两式可知 $\bar{\boldsymbol{D}}_{22}=0$，且 $\bar{\boldsymbol{B}}_2=0$ 表明图 4 所示框图中的反馈系统为开环系统. 通过补全零行使 $\bar{\boldsymbol{D}}_{11}\in \mathrm{R}^{s\times s}$为方阵，其中 $s=\max(q_{\mathrm{r}},\ m+q_{\mathrm{d}}+q_{\mathrm{f}})$.

基于引理 1，可得如下定理.

定理 1　考虑 LPV 系统(1)，假设 A1)和 A2)满足，给定系统鲁棒指标 γ_1，故障敏感指标 γ_2，及可逆动态加权函数 $\|\boldsymbol{W}_{\mathrm{d}}\|_{\infty}<\gamma_1$ 和 $\|\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}\|_{-,\Omega}>\gamma_2$，干扰加权函数 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{d}}^{-1}$ 为 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{d}}$ 的逆，故障加权函数 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{F}}=\dfrac{1+\gamma_2}{\gamma_2}\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}$，$\boldsymbol{N}_{\mathrm{R}}$ 和 $\boldsymbol{N}_{\mathrm{S}}$ 分别为$(\bar{\boldsymbol{B}}_2^{\mathrm{T}},\ \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta2}^{\mathrm{T}},\ \bar{\boldsymbol{D}}_{12}^{\mathrm{T}},\ \mathbf{0})$和$(\bar{\boldsymbol{C}}_2,\ \bar{\boldsymbol{D}}_{2\theta},\ \bar{\boldsymbol{D}}_{21},\ \mathbf{0})$的零空间的基构成的矩阵，若存在对称矩阵$(\boldsymbol{R},\ \boldsymbol{S})\in \mathrm{R}^{\bar{n}\times\bar{n}}$以及相似标定矩阵$(\boldsymbol{L}_3,\ \boldsymbol{J}_3)\in \mathrm{R}^{q\Theta\times q\Theta}$，使得以下矩阵不等式组有可行解

$$\boldsymbol{N}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix} \bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{R}+\boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{C}}_{\theta}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{C}}_1^{\mathrm{T}} & \bar{\boldsymbol{B}}_{\theta} & \bar{\boldsymbol{B}}_1 \\ * & -\boldsymbol{J}_3 & \mathbf{0} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta\theta} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta1} \\ * & * & -\boldsymbol{I} & \bar{\boldsymbol{D}}_{1\theta} & \bar{\boldsymbol{D}}_{11} \\ * & * & * & -\boldsymbol{L}_3 & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{I} \end{pmatrix}\boldsymbol{N}_{\mathrm{R}}<0 \tag{23}$$

$$\boldsymbol{N}_{\mathrm{S}}^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix} \bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}+\boldsymbol{S}\bar{\boldsymbol{A}} & \boldsymbol{S}\bar{\boldsymbol{B}}_{\theta} & \boldsymbol{S}\bar{\boldsymbol{B}}_1 & \bar{\boldsymbol{C}}_{\theta}^{\mathrm{T}} & \bar{\boldsymbol{C}}_1^{\mathrm{T}} \\ * & -\boldsymbol{L}_3 & \mathbf{0} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta\theta}^{\mathrm{T}} & \bar{\boldsymbol{D}}_{1\theta}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\boldsymbol{I} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta1}^{\mathrm{T}} & \bar{\boldsymbol{D}}_{11}^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -\boldsymbol{J}_3 & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{I} \end{pmatrix}\boldsymbol{N}_{\mathrm{S}}<0 \tag{24}$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{S} \end{pmatrix}\geqslant 0 \tag{25}$$

$$\boldsymbol{L}_3\in L_{\Delta},\ \boldsymbol{J}_3\in L_{\Delta},\ \begin{pmatrix} \boldsymbol{L}_3 & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{J}_3 \end{pmatrix}\geqslant 0 \tag{26}$$

则 LPV 故障检测问题 1 有解；且当$(\boldsymbol{R},\ \boldsymbol{S},\ \boldsymbol{L},\ \boldsymbol{J})$满足(23)~(26)，$(\boldsymbol{R},\ \boldsymbol{S})$满足秩约束

$$\mathrm{rank}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{RS})\leqslant k \tag{27}$$

时，k 阶 LPV 鲁棒故障检测滤波器(2)存在.

证明 首先，根据 3.1 节指标分析，欲使残差系统(3)满足指标 a2)和 a3)，加权误差系统(4)满足 c2)即可，而问题 1 有解的充分条件为加权系统(4)满足 c1)、c2).

其次，根据 3.2 节分析，对于满足假设 A1)、A2)的 LPV 故障系统 $\boldsymbol{P}(s,\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{F}_{\mathrm{u}}(\boldsymbol{P}(s),\boldsymbol{\Theta})$，存在具有相同结构 $\boldsymbol{\Theta}$ 的参变故障检测滤波器 $\boldsymbol{F}(s,\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{F}(s),\boldsymbol{\Theta})$，使其加权误差系统(4)满足 c1)c2)的充分条件为存在 LTI 鲁棒滤波器 $\boldsymbol{F}(s)$，使其标称反馈系统 $\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s),\boldsymbol{F}(s))$稳定，且满足指标(18)，其中 $\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s)$为引入加权对象.

最后，基于引理 1 给出标称反馈系统 $\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s),\boldsymbol{F}(s))$稳定，且满足指标(18)的充要条件.

由式(13)、(21)、(22)，$\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s)$的状态空间实现为

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}_{q_{\boldsymbol{\Theta}}}\\ \boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{\theta\theta}}&\bar{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{\theta}1}&\bar{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{\theta}2}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{1\boldsymbol{\theta}}&\bar{\boldsymbol{D}}_{11}&\bar{\boldsymbol{D}}_{12}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{2\boldsymbol{\theta}}&\bar{\boldsymbol{D}}_{21}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{I}_{q_{\boldsymbol{\Theta}}}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}\\ \bar{\boldsymbol{C}}_q\\ \bar{\boldsymbol{C}}_1\\ \bar{\boldsymbol{C}}_2\\ \boldsymbol{0}\end{pmatrix}\cdot$$

$$(s\boldsymbol{I}-\bar{\boldsymbol{A}})^{-1}(\boldsymbol{0},\bar{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{\theta}},\bar{\boldsymbol{B}}_1,\bar{\boldsymbol{B}}_2,\boldsymbol{0})\tag{28}$$

假设 $\boldsymbol{F}(s)$的状态空间实现为

$$\boldsymbol{F}(s)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{D}_{f11}&\boldsymbol{D}_{f1\boldsymbol{\theta}}\\ \boldsymbol{D}_{f\boldsymbol{\theta}1}&\boldsymbol{D}_{f\boldsymbol{\theta\theta}}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{C}_{f1}\\ \boldsymbol{C}_{f\boldsymbol{\theta}}\end{pmatrix}\cdot$$

$$(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_f)^{-1}(\boldsymbol{B}_{f1}\quad\boldsymbol{B}_{f\boldsymbol{\theta}})\tag{29}$$

则 $\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s),\boldsymbol{F}(s))$可表示为

$$\begin{pmatrix}\tilde{\boldsymbol{A}}&\tilde{\boldsymbol{B}}\\ \tilde{\boldsymbol{C}}&\tilde{\boldsymbol{D}}\end{pmatrix}=\boldsymbol{F}_1\left\{\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_0&\boldsymbol{B}_0&\boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{C}_0&\boldsymbol{D}_{11}&\boldsymbol{D}_{12}\\ \boldsymbol{C}&\boldsymbol{D}_{21}&\boldsymbol{0}\end{pmatrix},\boldsymbol{\Omega}\right\}$$

$$=\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_0+\boldsymbol{\Omega C}&\boldsymbol{B}_0+\boldsymbol{\Omega D}_{12}\\ \boldsymbol{C}_0+\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{\Omega C}&\boldsymbol{D}_{11}+\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{\Omega D}_{21}\end{pmatrix}\tag{30}$$

其中：

$$\boldsymbol{A}_0=\begin{pmatrix}\bar{\boldsymbol{A}}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}_{k\times k}\end{pmatrix},\ \boldsymbol{B}_0=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{\theta}}&\bar{\boldsymbol{B}}_1\\ \boldsymbol{0}_{k\times q_{\boldsymbol{\Theta}}}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{B}}_2&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{I}_k&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}_{k\times q_{\boldsymbol{\Theta}}}\end{pmatrix},\ \boldsymbol{C}_0=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}_{q_{\boldsymbol{\Theta}}\times k}\\ \bar{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{\theta}}&\boldsymbol{0}\\ \bar{\boldsymbol{C}}_1&\boldsymbol{0}\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_{11}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}_{q_{\boldsymbol{\Theta}}\times q_{\boldsymbol{\Theta}}}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{\theta\theta}}&\bar{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{\theta}1}\\ \boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{1\boldsymbol{\theta}}&\bar{\boldsymbol{D}}_{11}\end{pmatrix},\ \boldsymbol{D}_{12}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}_{q_{\boldsymbol{\Theta}}\times k}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}_{q_{\boldsymbol{\Theta}}}\\ \boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{\theta}2}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{12}&\boldsymbol{0}\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}_k\\ \bar{\boldsymbol{C}}_2&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}_{q_{\boldsymbol{\Theta}}\times k}\end{pmatrix},\ \boldsymbol{D}_{21}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}_{k\times q_{\boldsymbol{\Theta}}}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{2\boldsymbol{\theta}}&\bar{\boldsymbol{D}}_{21}\\ \boldsymbol{I}_{q_{\boldsymbol{\Theta}}}&0&0\end{pmatrix}\tag{31}$$

和

$$\boldsymbol{\Omega}:=\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_f&\boldsymbol{B}_{f1}&\boldsymbol{B}_{f\boldsymbol{\theta}}\\ \boldsymbol{C}_{f1}&\boldsymbol{D}_{f11}&\boldsymbol{D}_{f1\boldsymbol{\theta}}\\ \boldsymbol{D}_{f\boldsymbol{\theta}}&\boldsymbol{D}_{f\boldsymbol{\theta}1}&\boldsymbol{D}_{f\boldsymbol{\theta\theta}}\end{pmatrix}\tag{32}$$

记

$$\boldsymbol{L}:=\begin{pmatrix}\boldsymbol{L}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}_s\end{pmatrix},\ \boldsymbol{J}:=\boldsymbol{L}^{-1}\tag{33}$$

根据引理 1，标称反馈系统 $\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{P}_{\mathrm{a}}(s),\boldsymbol{F}(s))$稳定，且满足不等式(18)的充要条件为

$$\begin{pmatrix}\tilde{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{A}}&\boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{B}}&\tilde{\boldsymbol{C}}\\ \tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}&-\boldsymbol{L}&\tilde{\boldsymbol{D}}\\ \tilde{\boldsymbol{C}}&\tilde{\boldsymbol{D}}&-\boldsymbol{J}\end{pmatrix}<0\tag{34}$$

存在正定解 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{L}\in L_{\Delta\otimes\Delta}$.

根据式(30)，可将式(34)写成

$$\boldsymbol{\Psi}+\boldsymbol{P}_X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega Q}+\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_X<0\tag{35}$$

其中

$$\boldsymbol{\Psi}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{XA}_0&\boldsymbol{XB}_0&\boldsymbol{C}_0^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}&-\boldsymbol{L}&\boldsymbol{D}_{11}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{C}_0&\boldsymbol{D}_{11}&-\boldsymbol{J}\end{pmatrix}\tag{36}$$

$$\boldsymbol{P}_X=(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{0},\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}})\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}\end{pmatrix},\ \boldsymbol{Q}=(\boldsymbol{C},\boldsymbol{D}_{21},\boldsymbol{0})\tag{37}$$

由文[19]定理 2.4.1 可知，不等式(35)有解的充要条件为

$$\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{P}_X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi W}_{\boldsymbol{P}_X}<0,\ \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{Q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi W}_{\boldsymbol{Q}}<0\tag{38}$$

其中 $\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{P}_X}$和 $\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{Q}}$ 分别是以 $\boldsymbol{P}_X$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 的零空间的基为列向量构成的矩阵. 记 $\boldsymbol{P}=(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{0},\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}})$，可以看出

$$\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{P}_X}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{X}^{-1}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}\end{pmatrix}\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{P}}\tag{39}$$

$\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{P}}$ 为 $\boldsymbol{P}$ 的零空间的基构成的矩阵. 则式(38)可写成 $\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi W}_{\boldsymbol{P}}<0$，

$$\boldsymbol{\Phi}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}+\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{A}_0&\boldsymbol{B}_0&\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{C}_0^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}_0^{\mathrm{T}}&-\boldsymbol{L}&\boldsymbol{D}_{11}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{C}_0\boldsymbol{X}^{-1}&\boldsymbol{D}_{11}&-\boldsymbol{J}\end{pmatrix}\tag{40}$$

将 $\boldsymbol{X}$ 作如下分解

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{S}&\boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{E}\end{pmatrix},\ \boldsymbol{X}^{-1}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{R}&\boldsymbol{M}\\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{F}\end{pmatrix}\tag{41}$$

其中$(\boldsymbol{N},\boldsymbol{M})\in\mathrm{R}^{\bar{n}\times k}$和$(\boldsymbol{E},\boldsymbol{F})\in\mathrm{R}^{k\times k}$.

将 $\boldsymbol{L}$ 作如下分解

$$\boldsymbol{L}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{L}_1&\boldsymbol{L}_2&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{L}_2^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{L}_3&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}_s\end{pmatrix},\ \boldsymbol{L}^{-1}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{J}_1&\boldsymbol{J}_2&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{J}_2^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{J}_3&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}_s\end{pmatrix}\tag{42}$$

其中

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{L}_1&\boldsymbol{L}_2\\ \boldsymbol{L}_2^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{L}_3\end{pmatrix}\in L_{\Delta\otimes\Delta},\ \begin{pmatrix}\boldsymbol{J}_1&\boldsymbol{J}_2\\ \boldsymbol{J}_2^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{J}_3\end{pmatrix}\in L_{\Delta\otimes\Delta}\tag{43}$$

则可得

$$\boldsymbol{\Phi}=\begin{pmatrix}\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{R}+\boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{A}}&\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{M}&\boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{\theta}}&\bar{\boldsymbol{B}}_1&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{C}}_1^{\mathrm{T}}\\ *&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{C}}_1^{\mathrm{T}}\\ *&\boldsymbol{0}&-\boldsymbol{L}_1&-\boldsymbol{L}_2&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ *&*&*&\boldsymbol{L}_3&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{\theta\theta}}^{\mathrm{T}}&\bar{\boldsymbol{D}}_{1\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\\ *&*&*&*&-\boldsymbol{I}_{\mathrm{s}}&\boldsymbol{0}&\bar{\boldsymbol{D}}_{\boldsymbol{\theta}1}^{\mathrm{T}}&\bar{\boldsymbol{D}}_{11}^{\mathrm{T}}\\ *&*&*&*&*&-\boldsymbol{J}_1&-\boldsymbol{J}_2&\boldsymbol{0}\\ *&*&*&*&*&*&-\boldsymbol{J}_3&\boldsymbol{0}\\ *&*&*&*&*&*&*&\boldsymbol{I}_s\end{pmatrix}\tag{44}$$

其中 $*$ 表示对称元素，将 $\boldsymbol{P}$ 按照相应矩阵写全，则

$$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_k & \boldsymbol{0}_{k\times q_{\boldsymbol{\Theta}}} & \boldsymbol{0}_{k\times q_{\boldsymbol{\Theta}}} & \boldsymbol{0}_{k\times q_{\boldsymbol{\Theta}}} & \boldsymbol{0}_{k\times q_{\boldsymbol{\Theta}}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \bar{\boldsymbol{B}}_2^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta 2}^{\mathrm{T}} & \bar{\boldsymbol{D}}_{12}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}_{q_{\boldsymbol{\Theta}}\times k} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & I_{q_{\boldsymbol{\Theta}}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{pmatrix} \tag{45}$$

记$(\bar{\boldsymbol{B}}_2^{\mathrm{T}},\bar{\boldsymbol{D}}_{\theta 2}^{\mathrm{T}},\bar{\boldsymbol{D}}_{12}^{\mathrm{T}})$的零空间的基为$(\boldsymbol{P}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{P}_2^{\mathrm{T}},\boldsymbol{P}_3^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$，则

$$\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{P}}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{P}_1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{P}_2 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{P}_3 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{pmatrix} \tag{46}$$

可见其分块矩阵的第 2，3，6 行为全零行，则

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{P}}\\ &=\begin{pmatrix}\boldsymbol{P}_1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{P}_2 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{P}_3 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix}\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{R}+\boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{C}}_{\theta}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{C}}_1^{\mathrm{T}} & \bar{\boldsymbol{B}}_{\theta} & \bar{\boldsymbol{B}}_1\\ * & -\boldsymbol{J}_3 & \boldsymbol{0} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta\theta} & \bar{\boldsymbol{D}}_{\theta 1}\\ * & * & -\boldsymbol{I} & \bar{\boldsymbol{D}}_{1\theta} & \bar{\boldsymbol{D}}_{11}\\ * & * & * & -\boldsymbol{L}_3 & \boldsymbol{0}\\ * & * & * & * & -\boldsymbol{I}\end{pmatrix}\cdot\\ &\quad\begin{pmatrix}\boldsymbol{P}_1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{P}_2 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{P}_3 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{47}$$

利用下式

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{P}_1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{P}_2 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{P}_3 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{pmatrix}\boldsymbol{N}_{\mathrm{R}} \tag{48}$$

可得不等式(23)，同理可得不等式(24).

由文[19]引理 4.1.3 可知，存在$(\boldsymbol{N},\boldsymbol{M})\in\mathrm{R}^{\bar{n}\times k}$和$(\boldsymbol{E},\boldsymbol{F})\in\mathrm{R}^{k\times k}$满足$\begin{pmatrix}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{E}\end{pmatrix}>0$，且$\begin{pmatrix}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{E}\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{M}\\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{F}\end{pmatrix}$的充要条件为

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{S}\end{pmatrix}\geqslant 0,\ \text{且}\ \mathrm{rank}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{R})\leqslant k$$

可得式(25)和式(27)，同理可得式(26).

证毕.

说明：当 $k=\bar{n}$ 即全阶滤波器时，不等式(23)～(26)是变量$(\boldsymbol{R},\boldsymbol{S},\boldsymbol{L}_3,\boldsymbol{J}_3)$的 LMI 组，为凸规划问题，可以利用 SDP 工具箱求解.

全阶 LPV 故障检测滤波器的构造算法如下：

(Ⅰ) 设计 $\mathrm{H}_{\infty}/\mathrm{H}_{-}$ 指标(γ_1,γ_2)及加权函数 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{d}}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{F}}$；

(Ⅱ) 计算增广对象 $\bar{\boldsymbol{P}}(s)$，并求解不等式(23)～(26)得到$(\boldsymbol{R},\boldsymbol{S},\boldsymbol{L}_3,\boldsymbol{J}_3)$；

(Ⅲ) 计算 LPV 滤波器参数，包括：

1) 根据$(\boldsymbol{R},\boldsymbol{S})$计算正定对称矩阵 $\boldsymbol{X}$

利用奇异值分解计算满足 $\boldsymbol{M}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{I}-\boldsymbol{R}\boldsymbol{S}$ 的两个满秩矩阵$(\boldsymbol{M},\boldsymbol{N})\in\mathrm{R}^{\bar{n}\times k}$，求解满足下面矩阵方程的正定对称矩阵 $\boldsymbol{X}$：

$$\boldsymbol{X}\begin{pmatrix}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{R}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0}\end{pmatrix} \tag{49}$$

2) 根据$(\boldsymbol{L}_3,\boldsymbol{J}_3)$计算相似标定矩阵 $\boldsymbol{L}\in L_{\Delta\otimes\Delta}$

利用奇异值分解计算满足 $\boldsymbol{L}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_2=\boldsymbol{I}-\boldsymbol{L}_3\boldsymbol{J}_3$ 的两个满秩矩阵$(\boldsymbol{L}_2,\boldsymbol{J}_2)$，求解满足下面矩阵方程的 $\boldsymbol{L}$

$$\boldsymbol{L}\begin{pmatrix}\boldsymbol{J}_2 & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{J}_3 & \boldsymbol{I}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{L}_2\\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{L}_3\end{pmatrix} \tag{50}$$

3) 计算 LPV 滤波器状态空间 $\boldsymbol{\Omega}$

求解满足以下矩阵不等式的 $\boldsymbol{\Omega}$：

$$\boldsymbol{\Psi}+\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{X}}<0 \tag{51}$$

以上算法中的矩阵等式和不等式以及未知矩阵的结构约束问题都是凸的，均可采用 SDP 工具箱求解.

4　仿真结果

以 B747-100/200 升降舵舵效故障为例，验证上述故障检测方法的有效性，根据文[20]提供的气动数据建立非线性动力学模型，并在飞行包线内高度 10 000 至 20 000 英尺，马赫数 0.6 至 0.7，66 个不同条件下以水平直线匀速飞行为基准运动获得其小扰动线性模型. 选择纵向短周期运动为被监控对象，假设不同飞行条件下推力不变，以攻角和俯仰角速率(α,q)为状态，升降舵偏角为输入，攻角、俯仰角速率以及升降舵控制指令为输出量. 假设气流角和角速率测量数据受零均值白噪声干扰，其标准差分别为 $\sigma_q=0.1°/\mathrm{s}=0.001\ 75\ \mathrm{rad/s}$，$\sigma_\alpha=0.1°=0.001\ 75\ \mathrm{rad/s}$，升降舵控制指令已知.

首先计算 B747 纵向短周期 LPV 模型. 将时变高度和马赫数写成

$$H=15000+5000\delta_{\mathrm{H}}$$
$$\mathrm{Ma}=0.65+0.05\delta_{\mathrm{mach}}$$

其中$(\delta_{\mathrm{H}},\delta_{\mathrm{mach}})\in[-1,1]$，通过曲面拟合获得以下形式的参变状态空间描述：

系统矩阵

$$\boldsymbol{A}(\delta_{\mathrm{H}},\delta_{\mathrm{mach}})=\boldsymbol{A}_0+\boldsymbol{A}_1\delta_{\mathrm{H}}+\boldsymbol{A}_2\delta_{\mathrm{mach}}+\boldsymbol{A}_3\delta_{\mathrm{H}}\delta_{\mathrm{mach}}$$

其中

$$\boldsymbol{A}_0=\begin{pmatrix}-0.4546 & 0.9852\\ -1.5165 & -0.6471\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{A}_1=\begin{pmatrix}0.0784 & 0.0015\\ 0.3057 & 0.0929\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_2=\begin{pmatrix}-0.0315 & 0.0002\\ -0.2593 & -0.0438\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{A}_3=\begin{pmatrix}0.0055 & -0.0002\\ 0.0519 & 0.0036\end{pmatrix}$$

升降舵输入矩阵

$$\boldsymbol{B}(\delta_{\mathrm{H}},\delta_{\mathrm{mach}})=\boldsymbol{B}_0+\boldsymbol{B}_1\delta_{\mathrm{H}}+\boldsymbol{B}_2\delta_{\mathrm{mach}}+\boldsymbol{B}_3\delta_{\mathrm{H}}\delta_{\mathrm{mach}}$$

其中

$$\boldsymbol{B}_0=\begin{pmatrix}-0.8308\mathrm{e}-3\\ -33.2544\mathrm{e}-3\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{B}_1=\begin{pmatrix}0.0592\mathrm{e}-3\\ 3.0242\mathrm{e}-3\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_2=\begin{pmatrix}-0.0212\mathrm{e}-3\\-3.5187\mathrm{e}-3\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{B}_3=\begin{pmatrix}-0.0067\mathrm{e}-3\\-0.0569\mathrm{e}-3\end{pmatrix}$$

记 $\theta_1=\delta_{\mathrm{H}}$，$\theta_2=\delta_{\mathrm{mach}}$，$\theta_3=\delta_{\mathrm{H}}\delta_{\mathrm{mach}}$ 为参变量，其标称值均为 0，且 $\theta_i\in[-1,1]$，$i=1,2,3$，可得到升降舵舵效损伤 LPV 故障模型，则式(1)中的各系数矩阵为

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{A}_0+\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{\theta}_1+\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{\theta}_2+\boldsymbol{A}_3\boldsymbol{\theta}_3$$
$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{B}_0+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{\theta}_1+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{\theta}_2+\boldsymbol{B}_3\boldsymbol{\theta}_3$$
$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta})=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$
$$\boldsymbol{K}_1(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta}),\ \boldsymbol{K}_2(\boldsymbol{\theta})=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$
$$\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{\theta})=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix},\ \boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{\theta})=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

利用 Matlab 函数 lftdata 计算故障模型的 LFT 表示，可得到上文式(12)中的各状态空间矩阵及参变分块对角阵 $\boldsymbol{\Theta}$

$$\boldsymbol{\Theta}=\mathrm{diag}\left(\theta_1\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\ \theta_2\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\ \theta_3\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$$

设计以下加权函数

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}=0.1\frac{\frac{1}{312.1}s+1}{\frac{1}{2.8}s+1},\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}=0.9\frac{\frac{1}{289}s+1}{\frac{1}{2.89}s+1}$$
$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{n1}}=100,\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{n2}}=100$$

其中 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}$ 分别是对升降舵控制指令和损伤故障的加权，$\boldsymbol{W}_{\mathrm{n1}}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{n2}}$ 是对测量噪声的加权，则干扰加权 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{d}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{W}_{\mathrm{n1}},\boldsymbol{W}_{\mathrm{n2}},\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}})$，使残差系统满足以下要求：

1）对于任意时变 $\boldsymbol{\theta}$，传感器噪声至残差的增益 $|\boldsymbol{T}_{\mathrm{rn}}|$ 小于 40 dB；

2）对于任意时变 $\boldsymbol{\theta}$，升降舵指令至残差增益 $|\boldsymbol{T}_{\mathrm{ru}}|$ 小于加权函数增益 $|\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}|$，期望在频域范围[0 rad/s，1.3 rad/s]内小于 −20 dB；

3）对于任意时变 $\boldsymbol{\theta}$，升降舵舵效损伤故障至残差增益 $|\boldsymbol{T}_{\mathrm{rf}}|$ 大于加权函数增益 $|\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}|$，期望在频域范围[0 rad/s，5 rad/s]内大于 0 dB.

由上一部分 LPV 故障检测滤波器构造方法，为得到严格真的滤波器，约束 $\boldsymbol{D}_{f\theta\theta}$ 为零矩阵，得到 $\boldsymbol{\Omega}$ 为

$$\boldsymbol{A}_f=\begin{pmatrix}-1.1274&1.8096&-0.0006&-0.3755\\-0.9492&-2.9487&0.0001&1.1906\\0.0138&0.0066&-2.8340&-0.0119\\5.2625&-6.1624&0.0011&-16.5389\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_{f1}=\begin{pmatrix}-0.0710&0.2052&-0.0089\\-0.4926&-0.1654&0.0030\\0.0053&0.0023&-0.4538\\-0.8917&-1.9669&0.0000\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_{f\theta}=\begin{pmatrix}0.1440&-0.1531&0.0717&-0.0079&-0.0743&0.0583\\-0.0488&0.0527&-0.0473&0.0092&0.0724&-0.0241\\0.0008&-0.0009&0.0007&-0.0001&-0.0009&0.0004\\-0.0000&0.0000&-0.0000&0.0000&0.0000&-0.0000\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_{f1}=(1.2532\quad -0.5837\quad 0.0451\quad 585.8100)$$

$$\boldsymbol{C}_{f\theta}=\begin{pmatrix}0.1526&1.3172&-0.0003&1.2268\\-0.0998&1.3880&-0.0003&1.6392\\0.4524&1.2387&-0.0004&0.7432\\0.1201&0.1400&-0.0000&-0.0077\\0.5315&1.5494&-0.0004&0.9753\\-0.2452&-0.9104&0.0003&-0.6624\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_{f11}=(0.0035\quad -0.3728\quad 0.0000)$$

$$\boldsymbol{D}_{f1\theta}=(-0.2710\quad 0.2930\quad -0.1455\quad 0.0135\quad 0.1407\quad -0.1144)\times 1.0\mathrm{e}-4$$

$$\boldsymbol{D}_{f\theta 1}=\begin{pmatrix}-0.0062&-0.0087&-0.0066\\-0.0068&-0.0110&-0.0052\\-0.0074&-0.0047&0.0001\\-0.0009&0.0000&0.0001\\-0.0092&-0.0062&-0.0001\\0.0055&0.0041&-0.0002\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_{f\theta\theta}=\boldsymbol{0}_{6\times 6}$$

为了进一步验证本文方法的有效性，图 5 给出加权函数描述的性能指标以及残差系统的幅频特性，其中虚线对应 $\boldsymbol{\theta}$ 为 40 个不同的固定值下的响应.

图 5(a)可见，升降舵控制指令至残差增益 $|\boldsymbol{T}_{\mathrm{ru}}|$ 在频域范围[0 rad/s，1.3 rad/s]小于加权函数 $|\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}|$，由图 5(b)可见，升降舵舵效损伤故障至残差增益 $|\boldsymbol{T}_{\mathrm{rf}}|$ 在频域范围[0 rad/s，5 rad/s]内大于加权函数 $|\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}|$，图 5(c)、(d)表明攻角和俯仰角速率测量噪声至残差增益 $|\boldsymbol{T}_{\mathrm{rn}}|$ 小于 40 dB，根据定理 1，本文方法设计的 LPV 滤波器可以实现故障敏感指标 $\gamma_2>0.9$，系统鲁棒指标 $\gamma_1<100$.

由于残差对故障的敏感增益与对干扰(噪声和控制输入)的抑制增益之间的矛盾，γ_1，γ_2 以及加权函数的设计是个反复迭代的过程，并且对于不同形式的干扰，加权函数的设计也不同，本例中假设测量干扰是方差为0.001的白噪声，且对故障和控制输入没有更多假设，因此设计 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{n}}$ 为常数，$\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}$ 和 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}$ 为低通函数，通过时域仿真可知，当升降舵指令为 1°，损伤程度小于 10% 时，就难以区分控制输入和故障对残差的影响. 若能已知更多故障和干扰幅值及频域信息，则可以利用本文方法重新设计混合指标和加权函数以实现故障检测.

5 结论

本文针对大型民用飞机飞行控制系统参数时变特性，提出满足混合参变 $\mathrm{H}_\infty/\mathrm{H}_-$ 指标的 LPV 鲁棒故障检测滤波器设计方法. 通过线性矩阵不等式给出了滤波器存在的充分条件以及参数化算法. 从仿真结果可以看出 LPV 滤波器的特点是能够随测量值自适应调参，可以满足参数大范围变化下的故障检测性能. 应当指出，本文提出的方法基于

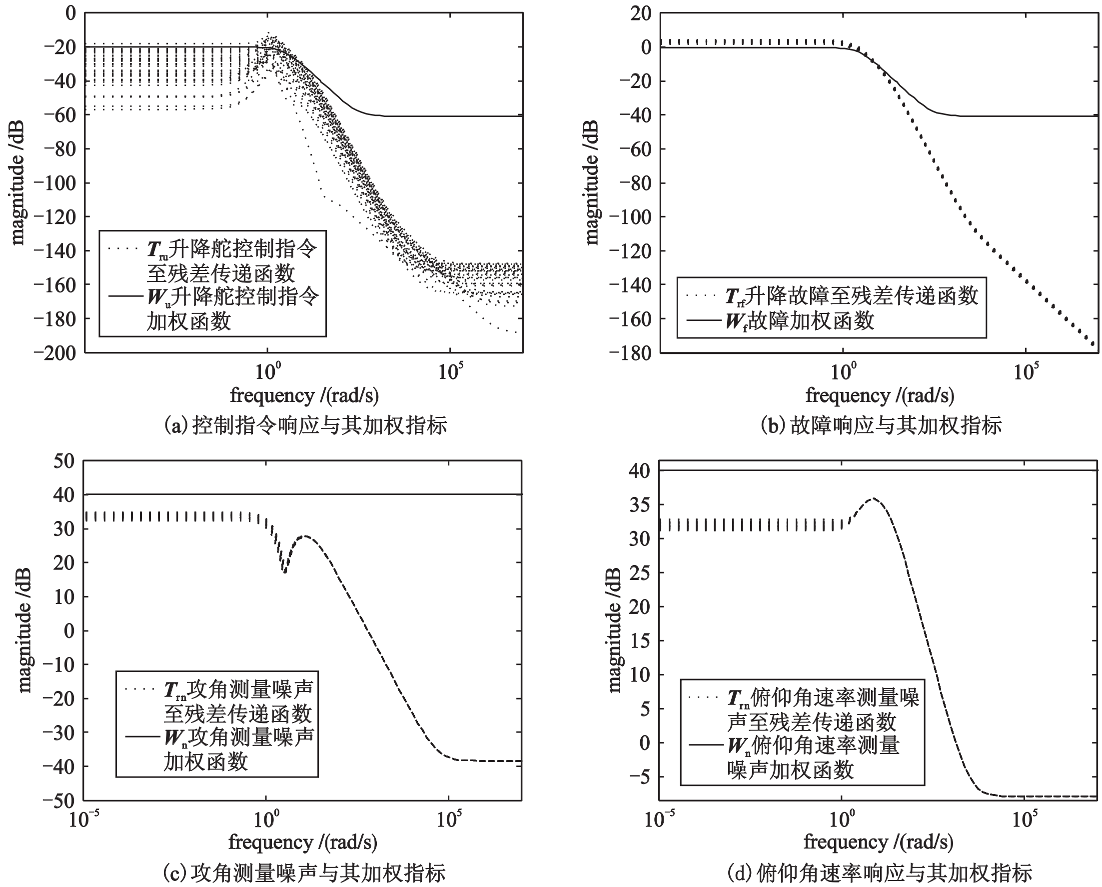

图 5　加权函数指标与残差系统幅频响应

Fig.5　Weight function index and frequency response of the residual system

常数李亚普诺夫矩阵，设计的性能指标对于给定范围内任意参数 $\boldsymbol{\theta}$，即任意时变参数轨迹均满足，而大型民机一般为伪 LPV 对象，即参变量高度和马赫数也是其状态量，因此本文的方法仍具有一定的保守性，对于参数变化率有界或伪 LPV 系统的故障检测是尚待进一步研究的内容.

参考文献

[1] 陈玉东，施颂椒，翁正新. 动态系统的故障诊断方法综述[J]. 化工自动化及仪表，2001，28(3)：1－14.
Chen Y D, Shi S J, Weng Z X. A survey of dynamic system fault detection method[J]. Control and Instruments in Chemical Industry, 2001, 28(3): 1－14.

[2] Liu J, Wang J L, Yang G H. An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1995－2004.

[3] Zhang P, Ding S X. An integrated trade-off design of observer based fault detection systems[J]. Automatica, 2008, 44(7): 1886－1894.

[4] Chen J, Patton R J. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems [M]. Rotterdam, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1999.

[5] Ding S X, Jeinschl T, Frank P M. A unified approach to the optimization of fault detection systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2000, 14(7): 725－745.

[6] Wang J L, Yang G H, Liu J. An LMI approach to H-index and mixed H_-/H_∞ fault detection observer design[J]. Automatica, 2007, 43(9): 1656－1665.

[7] Henry D, Zolghadri A. Design of fault diagnosis filters: A multi-objective approach[J]. Journal of the Franklin Institute, 2005, 342(4): 421－446.

[8] Henry D, Zolghadri A. Fault diagnosis for LPV systems[C]//2008 16th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 261－266.

[9] Wei X, Verhaegen M. LMI solutions to the mixed H_-/H_∞ fault detection observer design for linear parameter-varying systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2011, 25(2): 114－136.

[10] Edwards C, Lombaerts T, Smaili H. Fault tolerant flight control: A benchmark challenge[M]. Berlin, Germany: Springer, 2010.

（下转第 611 页）

[13] Haneishi H, Shiobara T, Miyake Y. Color correction for colorimetric color reproduction in an electronic endoscope[J]. Optics Communications, 1995, 11(4): 57 -63.
[14] Gijsenij A, Gevers T. Color constancy using natural image statistics and scene semantics[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(4): 687 -698.
[15] Weijer J, Gevers T, Gijsenij A. Edge based color constancy[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(9): 2207 -2214.
[16] Tian J D, Tang Y D. Linearity of each channel pixel values from a surface in and out of shadows and its applications[C]//IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 985 -992.
[17] International Electrotechnical Commission. Multimedia systems and equipment-colour measurement and management - part 2-1: Colour management-default RGB colour space-sRGB[R]. IEC 61966-2-1, 1999.
[18] Tian J, Zhu L, Tang Y. Outdoor shadow detection by combining tricolor attenuation and intensity[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2012, 2012(1): 1 -8.
[19] Comaniciu D, Ramesh V, Meer P. Kernel-based object tracking[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 25(5): 564 -577.
[20] Mei X, Ling H B. Robust visual tracking and vehicle classification via sparse representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(11): 2259 -2272.

作者简介

朱琳琳(1982 -)，女，博士后．研究领域为模式识别与图像处理．
田建东(1980 -)，男，博士，副研究员．研究领域为模式识别与图像处理．
韩建达(1968 -)，男，博士，研究员．研究领域智能控制．

(上接第 603 页)

[11] Marcos A, Ganguli S, Balas G J. An application of H_∞ fault detection and isolation to a transport aircraft[J]. Control Engineering Practice, 2005, 13(1): 105 -119.
[12] Sename O, Gaspar P, Bokor J. Robust control and linear parameter varying appoaches: Application to vehicle dynamics[M]. Berlin, Germany: Springer, 2013: 147 -156.
[13] Bokor J, Balas G. Detection filter design for LPV systems - A geometric approach[J]. Automatica, 2004, 40(3): 511 -518.
[14] Szaszi A, Marcos G J, Balas J. LPV detection filter design for a Boeing 747-100/200 aircraft[J]. Journal of Guidance, Dynamics and Control, 2005, 28(3): 461 -470.
[15] Vanek B, Szabó Z, Edelmayer A. Geometric LPV fault detection filter design for commercial aircrafts[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. San Francisco, CA, USA: AIAA, 2011.
[16] 周克敏．鲁棒与最优控制[M]．北京：国防工业出版社，2006：157 -161.
Zhou K M. Robust and optimal control[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2006: 157 -161.
[17] Saussi D, Saydy L. Gain scheduling with guardian maps for longitudinal flight control[J]. Journal of Guidance, Control, and Dnamics, 2011, 34(4): 1045 -1059
[18] Apkarian P, Gahinet P. A convex characterization of gain-scheduled H_∞ controllers[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(5): 853 -864.
[19] 俞立．鲁棒控制：线性矩阵不等式处理方法[M]．北京：清华大学出版社，2002：19 -20, 49 -50.
Yu L. Robust control: LMI method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 19 -20, 49 -50.
[20] Hanke C R, Nordwall D R. The simulation of a jumbo jet transport aircraft volume Ⅱ: Modeling data[R]. Wichita, KA, USA: Boeing Company, 1970.

作者简介

郑凌霄(1990 -)，女，硕士生．研究领域为飞行控制，故障诊断．
刘世前(1971 -)，男，博士，副教授．研究领域为飞行器控制，信息融合与目标跟踪，无人机系统．
李元祥(1968 -)，男，博士，副教授．研究领域为目标跟踪与识别，遥感信息处理，文字识别．