

## 智能感知与自主控制专刊

## 基于分布式拍卖算法的多无人机分组任务分配

许 可<sup>1</sup>, 宫 华<sup>1</sup>, 秦新立<sup>2</sup>, 张博渊<sup>2</sup>

1. 沈阳理工大学理学院, 辽宁 沈阳 110159; 2. 天津大学电气自动化与信息工程学院, 天津 300072

基金项目: 辽宁省自然科学基金计划重点资助项目(20170540790); 辽宁省教育厅科学技术研究项目(LG201615); 沈阳市科技计划资助项目(17-231-1-31)

通信作者: 宫华, gonghua1018@sina.com 收稿/录用/修回: 2018-01-02/2018-05-14/2018-05-21

## 摘要

研究了异构多无人机系统的任务分配问题, 将任务根据类型分组, 以总收益最大为目标函数, 考虑无人机能力、任务分组等约束条件建立了 MUAP-GT (multi-UAV task assignment problem for grouped tasks) 模型. 在对 MUAP-GT 进行对偶分解的基础上, 首先设计了带共享存储中心的分布式拍卖算法, 通过无人机个体目标的最大化实现了整体目标最大化. 进一步地结合最大一致性算法将共享存储中心移除, 使算法变为完全分布式的算法. 最后通过仿真实验表明了算法的有效性与收敛性.

## 关键词

无人机(UAV)  
任务分配  
分组任务  
分布式拍卖算法  
中图法分类号: TP301  
文献标识码: A

## Multi-UAV Task Assignment for Grouped Tasks Based on Distribution Auction Algorithm

XU Ke<sup>1</sup>, GONG Hua<sup>1</sup>, Qin Xinli<sup>2</sup>, ZHANG Boyuan<sup>2</sup>

1. School of Science, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China;

2. School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China

## Abstract

We consider the problem of task assignment in heterogeneous multiple unmanned aerial vehicle (multi-UAV) systems, in which the tasks form disjoint groups. We establish a MUAP-GT (multi-UAV task assignment problem for grouped tasks) model. The objective is to maximize the total payoff where the number of tasks by a UAV is constant. We present a distributed auction algorithm for the MUAT-GT model based on dual decomposition, where the UAV system has a shared memory. The shared memory is removed, and a totally distributed algorithm is generated. Simulation results indicate the effectiveness and convergence of the proposed method.

## Keywords

unmanned aerial vehicle (UAV);  
task assignment;  
grouped tasks;  
distributed auction algorithm

## 0 引言

随着无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)技术的快速发展, UAV 在军事、民用领域内的应用越来越广泛, 而无人机任务分配问题是无人机应用中的重要问题<sup>[1-3]</sup>. 在无人机任务分配问题中, 任务类型(如侦查任务、运输任务、攻击任务等)、任务量级、无人机的性能以及携带的有效载荷都会有所区别. 因此, 在考虑无人机性能以及任务类型约束下, 如何分配无人机去执行相关任务时使得系统总收益最大是无人机系统亟待解决的问题<sup>[2-3]</sup>.

现有研究多无人机任务分配问题的算法中主要有集中

式和分布式两种. 相对于集中式算法, 分布式算法对通信中心依赖性小, 可扩展性和鲁棒性都较好, 同时随着无人机性能和自主能力的增强, 通信受限下基于分布式算法的无人机任务分配问题受到越来越广泛的关注<sup>[3-5]</sup>. 大量学者研究了无人机分布式任务分配方法, 比如一致性理论<sup>[6-9]</sup>、对策论<sup>[10]</sup>、聚类算法<sup>[11]</sup>、次梯度算法<sup>[12]</sup>、多智能体<sup>[13]</sup>、拍卖算法<sup>[14-17]</sup>等, 其中基于市场机制的拍卖算法具有计算复杂性低, 运行效率高的优点, 尤其适用于分布式任务分配问题.

Bertsekas 首先提出拍卖算法, 运用带共享存储中心的拍卖算法解决了简单的单个任务分配问题<sup>[18]</sup>. Zavlanos 等

结合一致性算法与拍卖算法, 去掉共享存储中心, 对简单任务分配问题提出了完全分布式的算法<sup>[6]</sup>. 邸斌等针对异构无人机的协同任务分配问题, 采用信息熵描述任务的代价与收益, 设计基于局部通信带拍卖中心的分布式拍卖算法<sup>[14]</sup>. 赵明明等针对多无人机实现同时攻击目标的任务, 设计了不确定信息下的拍卖算法使无人机到达目标的时间趋于一致<sup>[16]</sup>. 吴俊成等针对空中作战的目标任务分配问题, 将拍卖算法与遗传算法对比, 说明在针对局部重点目标时, 拍卖算法的性能更优<sup>[17]</sup>. 邓启波基于分层思想对 UAV 进行编组, 对分布式系统局部任务分配问题, 考虑任务之间的关联设计了基于拍卖思想的求解流程<sup>[8]</sup>. 程聪<sup>[15]</sup>、丁臻极<sup>[2]</sup>针对动态突发条件下任务的重分配问题, 设计了相应的拍卖算法.

但是, 在上述无人机任务分配问题中一般都认为任务之间相互独立, 不考虑无人机自身能量限制. 事实上由于续航能力、有效负载等条件限制, 每个无人机可以执行的任务数量一定是有限的. 另外, 任务具有不同类型, 比如在军事问题中, 任务有侦查任务、打击任务等; 在灾难救援中, 任务有搜索任务、人员解救任务、物资投放任务等. 由于无人机携带的有效载荷限制, 每个无人机执行每种类型任务的数量是有限的, 此时, 就需要对任务按照类型及其相关性进行分组并确定组内执行任务数量限制.

本文针对多无人机分组任务分配问题, 在考虑无人机能力限制、分组限制等约束下, 建立数学模型, 基于拍卖算法设计求解该模型的分布式算法.

## 1 多无人机分组任务分配问题模型

有  $n_u$  个无人机组成的无人机集合  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_{n_u}\}$ , 包含  $n_t$  个任务的任务集合  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{n_t}\}$ , 假设每个无人机可以执行任意任务, 要求当任务分配完毕后, 所有任务都必须被执行, 而且每个任务只能分配给一个无人机. 由于续航能力以及携载限制, 每个无人机最多可以执行  $N_i$  个任务, 显然  $\sum_{i=1}^{n_u} N_i \geq n_t$ . 根据任务类型以及特点, 任务可以分为若干个互不相交的组  $\{T_1, \dots, T_{n_s}\}$ , 由于无人机携带有效载荷的限制, 每个无人机在每组内可以执行的任务数量是有限的, 假设  $u_i$  最多可以执行  $T_k$  内的  $N_{k,i}$  个任务. 无人机  $u_i$  执行任务  $t_j$  可以获得收益  $a_{ij}$ , 收益  $a_{ij}$  与  $t_j$  自身的价值  $v_j$ 、任务  $t_j$  与无人机  $u_i$  之间的飞行距离  $d_{ij}$ 、无人机  $u_i$  执行任务  $t_j$  的匹配程度  $s_{ij}$  有关, 收益  $a_{ij}$  定义为

$$a_{ij} = v_j + s_{ij} - d_{ij}w_i$$

其中,  $w_i$  表示  $u_i$  的单位飞行成本. 匹配度  $s_{ij}$  可以根据无人机组本次执行的任务属性定义, 比如如果执行的是运输任务, 那么匹配度  $s_{ij}$  可以定义为

$$s_{ij} = \frac{1}{1 + |c_i - m_j|}$$

其中,  $c_i$  为  $u_i$  的理想载重量,  $m_j$  为  $t_j$  对应物品的重量.

决策变量定义为

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{任务 } t_j \text{ 分配给无人机 } u_i \\ 0, & \text{任务 } t_j \text{ 不分配给无人机 } u_i \end{cases}$$

总体目标是给定  $n_t$  个任务的分配方案, 使总收益最大. 那么多无人机组任务分配问题 (MUAP-GT: multi-UAV task assignment problem for grouped tasks) 可以描述为

$$\max \sum_{i=1}^{n_u} \sum_{j=1}^{n_t} a_{ij}x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n_u} x_{ij} = 1, j=1, 2, \dots, n_t \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n_t} x_{ij} \leq N_i, i=1, 2, \dots, n_u \quad (3)$$

$$\sum_{j \in T_k} x_{ij} \leq N_{k,i}, i=1, 2, \dots, n_u, k=1, 2, \dots, n_s \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i=1, 2, \dots, n_u, j=1, 2, \dots, n_t \quad (5)$$

式(1)为目标函数, 表示总收益最大. 式(2)~式(5)为约束条件, 式(2)表示每个任务必须分配给一个机器人, 式(3)表示每个无人机最多可以执行  $N_i$  个任务, 式(4)表示, 每个无人机最多可以执行  $N_{k,i}$  个  $T_k$  中的任务.

## 2 基于分布式拍卖算法的 MUAP-GT 算法设计

事实上, 上述多无人机组任务分配问题 (MUAP-GT), 可以归结为最小费用流问题, 采用集中式算法在多项式时间内求解<sup>[19]</sup>. 但是在无人机系统中, 如果采用控制中心执行算法统一分配任务的方式, 系统的可扩展性以及鲁棒性往往较弱, 因此有必要设计 MUAP-GT 的分布式算法. 下面首先设计具有共享存储中心的分布式算法, 接下来进一步讨论如何去掉共享存储中心并提出完全分布式的算法.

### 2.1 MUAP-GT 的对偶分解

在前面的 MUAP-GT 中  $\sum_{i=1}^{n_u} N_i \geq n_t$ , 为使求解简化, 增加  $\sum_{i=1}^{n_u} N_i - n_t$  个虚拟任务使总任务数量与任务执行能力相等, 虚拟任务集合记为  $T_v$ , 每个虚拟任务各自构成单独的任务组, 此时的任务总数量记为  $n = \sum_{i=1}^{n_u} N_i$ , 任务集合  $T = T \cup T_v = \{t_1, \dots, t_{n_t}, t_{n_t+1}, \dots, t_n\}$ , 任意无人机执行虚拟任务获得的收益为 0, 即  $a_{ij} = 0, i=1, 2, \dots, n_u, j \in T_v$ . 在得到的最终任务分配方案中自动去掉虚拟任务. 增加虚拟任务后, 约束条件(3)变为

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = N_i, i=1, 2, \dots, n_u \quad (6)$$

根据对偶分解原理<sup>[19]</sup>, 通过将约束条件(2)对偶化, MUAP-GT 的对偶优化问题可写为

$$\begin{aligned} \min_{p_j} &= \max \sum_{i=1}^{n_u} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_{ij} + \sum_{j=1}^n p_j \left(1 - \sum_{i=1}^{n_u} x_{ij}\right) \\ \text{s.t.} & \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = N_i, i=1, 2, \dots, n_u \\ & \quad \sum_{j \in T_k} x_{ij} \leq N_{k,i}, i=1, 2, \dots, n_u, k=1, 2, \dots, n_s \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $p_j$  是与约束(2)中  $t_j$  对应的对偶变量, 称为  $t_j$  的价格, 记  $p = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ . 由对偶问题(7)可知, 如果价格向

量  $p$  固定, 可以通过对每个无人机  $u_i$  求解下述问题实现整体目标:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{j=1}^n (a_{ij} - p_j) x_{ij} \\ \text{s.t. } & \sum_{j=1}^n x_{ij} = N_i, \quad i = 1, 2, \dots, n_u \\ & \sum_{j:j \in T_k} x_{ij} \leq N_{k,i}, \quad k = 1, 2, \dots, n_s \end{aligned} \quad (8)$$

## 2.2 MUAP-GT 拍卖算法设计

下面设计求解上述问题的拍卖算法<sup>[18]</sup>. 算法在每轮迭代中, 每个无人机求解优化问题(8), 为能使自身获得最大收益的任务出价, 当价格向量不再发生变化的时候算法停止, 当然可能会出现多个无人机竞争同一任务的情况, 此时就需要价格更新确保算法收敛并且没有分配冲突<sup>[21]</sup>.

### 2.2.1 基本概念描述

第  $\tau$  轮迭代中  $t_j$  的价格记为  $p_j(\tau)$ , 则此时该任务对于  $u_i$  的价值记为  $v_{ij} = a_{ij} - p_j(\tau)$ , 记  $J_k^l$  表示  $T_k$  中对于  $u_i$  价值第  $l$  大的任务的下标,  $J_k^*$  表示在  $T_k$  中对于  $u_i$  价值最大的前  $N_{k,i}$  个任务对应的下标集,  $V_{ij \in J_k^*}$  为相应任务的价值集, 即:

$$\begin{aligned} J_k^* &= \{J_k^l, l=1, \dots, N_{k,i}\} \\ V_{ij \in J_k^*} &= \{v_{ij} | j \in J_k^*\} \end{aligned}$$

记  $J_i^* = \bigcup_{k=1}^{n_s} J_k^*$ , 记  $J_i \subseteq J_i^*$  是  $J_i^*$  中分配给  $u_i$  的任务的下标集, 根据式(8), 每个  $u_i$  都希望分配到价值最大的  $N_i$  个任务, 即:

$$\sum_{j \in J_i} (a_{ij} - p_j(\tau)) = \sum_{k=1}^{(N_i)} (\max) \{V_{ij \in J_k^*} | k = 1, \dots, n_s\} \quad (9)$$

当满足式(9)时, 称无人机  $u_i$  是满意的, 当所有无人机达到满意, 称整个任务分配方案与价格达到均衡. 为避免几个无人机竞争对其来说价值相等的任务, 同时出价不变算法陷入死循环, 给定增量  $\varepsilon > 0$ , 保证出价递增, 如果所有分配给  $u_i$  的任务都满足:

$$\begin{aligned} & \{a_{ij} - p_j(\tau) | j \in J_i\} \\ & \geq (\max) \{ \max_{j \in T_k} (a_{ij} - p_j(\tau)) - \varepsilon | k = 1, \dots, n_s \} \end{aligned} \quad (10)$$

称  $u_i$  基本满意, 如果所有无人机基本满意, 称整个任务分配方案与价格达到基本均衡.

### 2.2.2 价格更新规则

在拍卖算法中, 每个无人机  $u_i$  需要为  $J_i$  中的任务出价, 因此价格更新规则是拍卖算法的核心. 设  $j'_k$  是  $T_k$  中除  $J_k^*$  中的任务之外价值最大的任务下标, 即:

$$j'_k = \arg \max_{j \in T_k, j \notin J_k^*} v_{ij}(\tau)$$

设  $j_m^*$  是  $J_i^*$  中第  $N_i + 1$  大价值任务的的任务下标,  $m$  是该任务所在的组别, 则  $\forall j'_k \in J_i$  中的任务, 下一轮迭代的出价为

$$\begin{aligned} & p_{j'_k}(\tau + 1) \\ & = p_{j'_k}(\tau) + (v_{j'_k}(\tau) - \max\{v_{j'_k}(\tau), v_{j_m^*}(\tau)\}) + \varepsilon \end{aligned} \quad (11)$$

式中参数  $\varepsilon$  保证价格出价至少以  $\varepsilon$  增加, 避免算法陷入死循环.

### 2.2.3 算法步骤

无人机  $u_i$  对于任务  $t_j$  的出价记为  $p_j^i$ , 基于拍卖的 MUAP-GT 分布式算法应包含以下步骤:

**Step 1** 初始化: 置  $\tau = 0$ ,  $p_j(\tau) = 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

**Step 2** 投标阶段:  $u_i$  利用价格向量  $[p_1(\tau), p_2(\tau), \dots, p_n(\tau)]$  计算需要投标的任务集  $J_i$ , 根据价格更新规则(11)计算出价  $p_j^i(\tau + 1)$ , 并将价格传送给拍卖中心.

**Step 3** 价格一致性阶段: 令  $p_j(\tau + 1) = \max_i \{p_j^i(\tau + 1)\}$ ,  $\forall j = 1, \dots, n$ . 并向所有无人机广播  $p_j(\tau + 1)$ .

**Step 4** 收敛条件: 如果  $p_j(\tau + 1) = p_j(\tau)$ ,  $\forall j = 1, \dots, n$ , 算法停止; 否则令  $\tau = \tau + 1$ , 转向 Step 2.

在上述步骤中最关键的是投标阶段, 投标阶段每个无人机详细计算步骤见算法 1 (如图 1 所示).

记  $J_i(\tau)$  表示在第  $\tau$  轮迭代中,  $u_i$  想要竞标任务的下标集,  $K_i(\tau)$  是这些任务所在组  $T_k$  的下标集,  $u_i$  在第  $\tau$  轮迭代的出价向量记为  $\mathbf{p}^i(\tau)$ ,  $\mathbf{p}$  是一致性阶段之后所有任务的价格构成的价格向量.

在上面的算法迭代中可能会出现这样的情形: 有两个或两个以上无人机对同一任务出价相同, 并且该价格为该任务的当前最高出价, 此时当本轮迭代终止时, 这几个无人机都会认为该任务分配给了自己, 为避免这种情形出现, 可以给每个无人机设定优先级, 当出价相同时, 把任务分配给优先级较高的无人机, 共享存储中心在广播任务价格的时候同时广播该无人机标识.

前面设计的 MUAP-GT 分布式拍卖算法的时间复杂度为  $O\left(n_u n_t^2 \frac{\max\{a_{ij}\} - \min\{a_{ij}\}}{\varepsilon}\right)$ , 其中  $O(n)$  是算法 1 中每个机器人竞标需要的时间,  $n_t \frac{\max\{a_{ij}\} - \min\{a_{ij}\}}{\varepsilon}$  是迭代需要的最大次数. 算法运行停止时每个无人机得到的分配方案与最优方案相比误差不超过  $N_i \varepsilon$ . 因此  $\varepsilon$  越大, 算法收敛越快, 但此时解的误差较大;  $\varepsilon$  越小, 算法收敛越慢, 此时解的误差较小.

## 3 完全分布式的 MUAP-GT 算法

在上面描述的 MUAP-GT 算法中, 共享存储中心负责收集价格信息并向所有无人机广播. 在本节中, 将结合最大一致性算法<sup>[6]</sup>, 讨论如何将共享存储中心去掉, 使算法变为完全分布式的算法.

用图  $G(V, E)$  来表示无人机通信网络的拓扑结构, 图中点的集合  $V$  表示无人机集合  $U$ ,  $E$  表示连接各节点的边, 如果两个无人机在通信距离内, 则存在连接对应两个节点的边, 此时这两个无人机可以彼此通信. 如果网络中的任意两个节点至少存在一条链路, 则称网络是连通的<sup>[21]</sup>. 在下面的完全分布式拍卖算法中, 不妨假设整个网络  $G$  是连通的.

**算法 1** 无人机  $u_i$  的投标过程

输入:  $a_{ij}, i=1, \dots, n_u, j=1, \dots, n; p(\tau); T_k, k=1, \dots, n_s; J_i(\tau-1), K_i(\tau-1), p^i(\tau)$ .

输出:  $J_i(\tau), K_i(\tau), p^i(\tau+1)$ .

//更新价格信息

for  $j \in J_i(\tau-1)$  do

if  $p_j^i(\tau) < p_j(\tau)$  then

$J_i(\tau-1) = J_i(\tau-1) \setminus \{j\}$ ;

$K_i(\tau-1) = K_i(\tau-1) \setminus \{k \mid t_j \in T_k\}$ ;

end if

end for

$N_i' = |J_i(\tau-1)|$ ;

$N_{k,i}' = |J_i(\tau), t_j \in T_k|$ ;

$v_{ij} = a_{ij} - p_j(\tau)$ ;

//在每个  $T_k$  中选择价值最大的  $N_{k,i}' + 1$  个任务

for  $k=1, \dots, n_s$  do

if  $k \notin K_i$  then

$J_k^* = \{j_k^l, l=1, \dots, N_{k,i}'\}$

else

$J_k^* = \{j_k^l \mid l=1, \dots, N_{k,i}' - N_{k,i}', j \notin J_i(\tau-1)\}$

end if

$J_k^i = \operatorname{argmax}_{t_j \in T_k, j \in J_k^*} v_{ij}(\tau)$

end for

//选择  $N_i - N_i'$  个价值最大的任务

$\bar{J} = \operatorname{argmax}_{N_i - N_i'} \{v_{ij}, j \in J_k^*\}$ ;

$\bar{K} = \{k \mid t_j \in T_k, j \in \bar{J}\}$ ;

//储存价值第  $N_i + 1$  大的任务

$m = \operatorname{argmax}_{k \in K_i \cup \bar{K}} v_{ij}$ ;

//更新价格和任务分配信息

$J_i(\tau) = J_i(\tau-1) \cup \bar{J}$ ;

$K_i(\tau) = K_i(\tau-1) \cup \bar{K}$ ;

for  $j=1, \dots, n$  do

if  $j \in \bar{J}$  then

$j_k^* = j$ ;

$p_{j_k^*}^i(\tau+1) = p_{j_k^*}^i(\tau) + (v_{ij_k^*}(\tau) - \max\{v_{ij_m^*}(\tau), v_{ij^*}(\tau)\}) + \varepsilon$

else

$p_j^i(\tau+1) = p_j^i(\tau)$

end if

end for

图1 算法 1

Fig.1 Algorithm 1

在完全分布式算法中, 由于没有拍卖中心收集并广播价格信息, 无人机  $u_i$  并不知道任务  $t_j$  的全局最高价格, 在每轮迭代开始之前, 它只通过与其相连的邻居节点更新本地任务价格:

$$p_j^i(\tau+1) = \max_{k \in N_i'} p_j^k(\tau) \quad (12)$$

其中,  $p_j^i(\tau)$  表示在第  $\tau$  轮迭代开始之前,  $u_i$  存储的  $t_j$  的价格;  $N_i' = \{i\} \cup N_i$ ,  $N_i$  表示  $G$  中与  $u_i$  存在边的邻居节点. 显然, 如果整个网络是连通, 通过不断与邻居节点进行通信,  $u_i$  最终也可以获得任务  $t_j$  的最高出价  $p_j$ . 如果用  $u_i^*$  表示对任务  $t_j$  出价为  $p_j$  的无人机, 那么  $u_i$  获得  $p_j$  需要的迭代次数就等于从  $u_i$  到  $u_i^*$  最短路径的长度, 记为  $d_{u_i u_i^*}$ .

基于上述讨论, 在算法 1 的开始增加价格信息交互部分, 即每个  $u_i$  采用式 (12) 更新价格信息, 最多  $\max\{d_{u_i u_j^*}, i, j=1, \dots, n_u\}$  轮即可获得全局价格.

### 4 仿真实验与结果分析

假设某无人机军事基地有 20 架无人机出发针对某区域执行侦查、评估、打击、物资投放等任务. 区域范围  $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$ , 其中随机分布着 60 个任务点, 即  $n_u = 20, n_t = 60$ . 任务根据类型可以分为 4 组, 即  $n_s = 4$ , 每组 15 个任务. 无人机  $u_i$  的任务能力限制  $N_i = 3, i=1, 2, \dots, 20$ ; 分组约束  $N_{k,i} = 1, k=1, 2, 3, 4, i=1, 2, \dots, 20$ . 收益  $a_{ij}$  由在  $(0, 20)$  上的均匀分布随机产生.

算法在 Windows 10 系统下, 内存为 4G, Matlab 2014a

环境下运行.

根据前面的描述,  $\varepsilon$  是算法的关键参数, 直接影响解的性能, 下面测试不同  $\varepsilon$  取值对本文设计算法的求解效率与解的性能的影响.

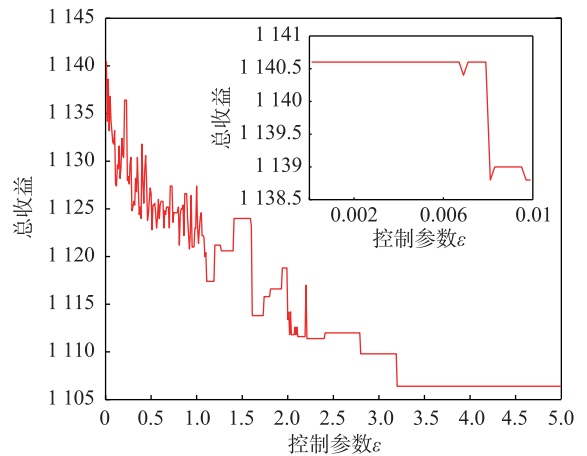


图 2 参数  $\varepsilon$  的取值对算法求得分配方案总收益的影响

Fig.2 Impaction of parameter  $\varepsilon$  on the total payoffs of assignment by our algorithm

图 2 是不同  $\varepsilon$  取值与算法求得分配方案的总收益之间的关系, 可以看出随着  $\varepsilon$  的增大总收益也就是目标函数值总体趋势越来越小, 随着  $\varepsilon$  的减小总收益越来越大. 但是当  $\varepsilon$  缩小到一定程度时, 目标函数值不再变化, 为了能

更清楚地看出这一点, 在图 2 的右上角放大了  $\varepsilon$  的取值在  $[0.001, 0.01]$  时的总收益值, 很明显当  $\varepsilon < 0.08$  时, 总收益基本不再变化, 当  $\varepsilon < 0.06$  时, 缩小其取值除了增加算法的求解时间并不能提高目标函数值, 此时求得的总收益与最优值基本相等. 值得注意的是, 算法的整体性能较好, 即使当  $\varepsilon > 3.5$  时, 总收益与最优值的误差也不超过 4%.

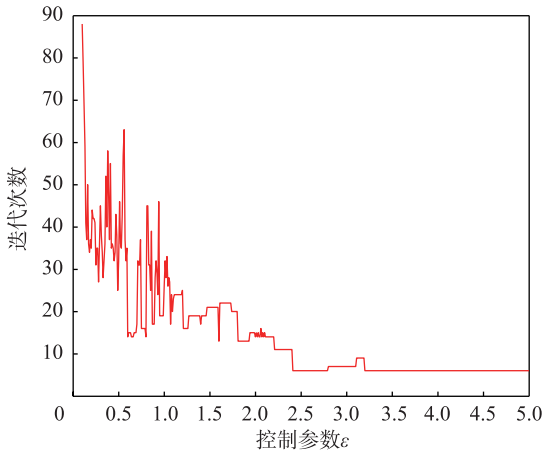


图 3 参数  $\varepsilon$  的取值对算法迭代次数的影响

Fig.3 Impaction of parameter  $\varepsilon$  on the number of algorithm's iteration

图 3 是不同  $\varepsilon$  取值与算法停止所需迭代次数即投标次数之间的关系, 可以看出随着  $\varepsilon$  的增大, 算法收敛所需要的迭代次数总体趋势越来越小, 当  $\varepsilon > 2.5$  迭代次数基本不变, 保持在 10 次左右.

综合图 2 和图 3 可以看出,  $\varepsilon$  的取值在  $[0.008, 3]$  时, 对算法效率和解的性能影响较大, 当  $\varepsilon < 0.08$  时, 虽然总收益值基本等于最优值, 但此时迭代次数接近 90 次, 速度较慢; 当  $\varepsilon > 2.5$  时, 虽然算法运行 10 次左右即可收

表 1  $\varepsilon = 1$  时的任务分配方案

Tab.1 Task allocation scheme when  $\varepsilon = 1$

无人机	执行的任务	无人机	执行的任务
$u_1$	$t_{13}(1), t_{40}(3), t_{47}(4)$	$u_{11}$	$t_7(1), t_{24}(2), t_{43}(3)$
$u_2$	$t_{23}(2), t_{31}(3), t_{55}(4)$	$u_{12}$	$t_{25}(2), t_{38}(3), t_{51}(4)$
$u_3$	$t_1(1), t_{20}(2), t_{56}(4)$	$u_{13}$	$t_6(1), t_{35}(3), t_{50}(4)$
$u_4$	$t_5(1), t_{22}(2), t_{33}(3)$	$u_{14}$	$t_{30}(2), t_{36}(3), t_{58}(4)$
$u_5$	$t_{17}(2), t_{39}(3), t_{48}(4)$	$u_{15}$	$t_{14}(1), t_{41}(3), t_{52}(4)$
$u_6$	$t_8(1), t_{32}(3), t_{49}(4)$	$u_{16}$	$t_{26}(2), t_{37}(3), t_{54}(4)$
$u_7$	$t_{15}(1), t_{29}(2), t_{53}(4)$	$u_{17}$	$t_{11}(1), t_{45}(3), t_{46}(4)$
$u_8$	$t_{12}(1), t_{27}(2), t_{57}(4)$	$u_{18}$	$t_9(1), t_{18}(2), t_{59}(4)$
$u_9$	$t_{10}(1), t_{16}(2), t_{34}(3)$	$u_{19}$	$t_3(1), t_{19}(2), t_{60}(4)$
$u_{10}$	$t_4(1), t_{21}(2), t_{44}(3)$	$u_{20}$	$t_2(1), t_{28}(2), t_{42}(3)$

敛, 但此时与最优解差距相对较大. 综合比较可知,  $\varepsilon$  的取值在  $[1, 1.5]$  之间时结果较好, 此时算法迭代 20 次左右即

可收敛, 解的误差也不超过 2%.

表 1 是当  $\varepsilon = 1$  时的任务分配方案, 任务后面括号内的数字表示该任务所在的组数, 按照该方案执行获得的总收益为 1 127.9.

为了进一步说明算法的有效性, 针对本文的模型编写了 lingo 程序, 在不同参数条件下对比了算法的运行效率, 如表 2 所示, 下面的运算中  $\varepsilon$  都取 1.

表 2 本文算法与 lingo 运算结果对比

Tab.2 The comparison of the results between the proposed algorithm and lingo

问题参数	本文算法		lingo	
	目标函数值	运行时间 /s	目标函数值	运行时间 /s
$n_u = 20$				
$n_t = 60$	1 127.9	0.5	1 140.7	3
$n_s = 4$				
$n_u = 40$				
$n_t = 200$	3 752.1	4	3 782.4	25
$n_s = 10$				
$n_u = 50$				
$n_t = 500$	8 379.5	14	8 436.8	82
$n_s = 20$				

可以看出, 与 lingo 的求解结果相比, 本文设计的算法求解的结果目标函数值略小, 但这个差距并不大, 误差基本在 1%, 并且随着问题规模的增加, 误差比有下降的趋势. 运行时间方面, 可以看出 lingo 的运行时间远长于本文设计的算法. 从运行结果来看, lingo 的运行时间似乎也在可接受范围内. 事实上, 本文所提算法的最大优势在于它是一个分布式算法, 也就是说在算法执行过程中, 不需要统一的控制中心去执行算法给出任务分配方案, 只要整个无人机网络保持连通, 每个无人机可以通过与通信范围的无人机通信更新自身价格信息实现任务的分配, 当部分无人机出现故障或者无人机数量增加时, 也就是当无人机网络中节点的数量发生变化时, 算法仍能正常运行. 因此, 相对于一般集中式算法, 该算法在可扩展性和鲁棒性上都有较大程度的提升.

### 5 结论

本文针对多无人机的任务分配问题, 根据任务类型将任务分组, 考虑无人机的执行能力约束, 定义了多无人机分组任务分配问题 MUAP-GT, 在对问题进行对偶分解的基础上设计了求解该问题的分布式拍卖算法, 算法不需要共享存储中心或者控制中心存储拍卖价格信息, 每个无人机只需要通过与邻居节点通信维护与更新自身价格列表即可给出出价信息. 仿真结果验证了算法的性能与效率. 但是在本文设计的无人机任务分配问题中没有考虑任务执行所需要的时间, 以及任务之间的偏序关系, 这些问题都有待进一步研究.

## 参考文献

- [1] Terry S, George B, Clayton R. A cognitive task analysis to elicit preliminary requirements for an automated UAV verification & planning system [J]. *Journalism & Mass Communication Quarterly*, 2013, 57(1): 210–214.
- [2] 丁臻极. 城市环境下多无人机应急救援任务分配技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.  
Ding Z J. Task allocation technology of unmanned aerial vehicles for emergency relief in an urban terrain [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [3] 宗群, 王丹丹, 邵士凯, 等. 多无人机协同编队飞行控制研究现状及发展[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(3): 1–14.  
Zong Q, Wang D D, Shao S K, et al. Research status and development of multi UAV coordinated formation flight control [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2017, 49(3): 1–14.
- [4] 唐苏妍, 朱一凡, 李群, 等. 多 Agent 系统任务分配方法综述[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(10): 2155–2161.  
Tang S Y, Zhu Y F, Li Q, et al. Survey of task allocation in multi agent systems [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(10): 2155–2161.
- [5] 沈林成, 陈璟, 王楠. 飞行器任务规划技术综述[J]. 航空学报, 2014, 34(3): 593–606.  
Shen L C, Chen J, Wang N. Overview of air vehicle mission planning techniques [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2014, 34(3): 593–606.
- [6] Zavlanos M M, Spesivtsev L, Pappas G J. A distributed auction algorithm for the assignment problem [C]//*Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision & Control*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 1212–1217.
- [7] 王林. 多无人机协同目标跟踪问题建模与优化技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.  
Wang L. Modeling and optimization multi-UAVs cooperative target tracking [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011.
- [8] 邓启波. 多无人机协同任务规划技术研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2014.  
Deng Q P. Cooperative task planning of multiple unmanned aerial vehicles [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2014.
- [9] 张庆杰, 徐惠斌, 陶军, 等. 面向多无人机协同观测的分布式无色信息滤波方法[J]. 信息与控制, 2014, 43(6): 654–663.  
Zhang Q J, Xu H B, Tao J, et al. Distributed unscented information filter method for cooperative observation using multiple UAVs [J]. *Information and Control*, 2014, 43(6): 654–663.
- [10] Sujit P B, Ghose D. Negotiation schemes for multi-agent cooperative search [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2009, 223(6): 791–813.
- [11] 孙小雷. 基于多阶段航迹预测的无人机任务规划方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.  
Sun X L. Research on mission planning for unmanned aerial vehicles based on multi-stage path prediction [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015.
- [12] 李远. 多 UAV 协同任务资源分配与编队轨迹优化方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.  
Li Y. Research on resources allocation and formation trajectories optimization for multiple UAVs cooperation mission [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011.
- [13] Choi J, Oh S, Horowitz R. Distributed learning and cooperative control for multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(12): 2802–2814.
- [14] 邸斌, 周锐, 丁全心. 多无人机分布式协同异构任务分配[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 274–278.  
Di B, Zhou R, Ding Q X. Distributed coordinated heterogeneous task allocation for unmanned aerial vehicles [J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 274–278.
- [15] 程聪. 无人机协同作战任务分配与攻击效能评估技术[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013.  
Cheng C. Research on task allocation & attack effectiveness evaluation technique for UAVs cooperatively combating [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013.
- [16] 赵明明, 李彬, 王敏立. 不确定信息下基于拍卖算法的多无人机同时到达攻击多目标[J]. 电光与控制, 2015, 22(2): 89–93.  
Zhao M M, Li B, Wang M L. Auction algorithm based multi-UAV arriving simultaneously to attack multiple targets with uncertain information [J]. *Electronics Optics & Control*, 2015, 22(2): 89–93.
- [17] 吴俊成, 周锐, 冉华明, 等. 遗传算法和拍卖算法在任务分配中的性能比较[J]. 电光与控制, 2016, 23(2): 11–15.  
Wu J C, Zhou R, Ran H M, et al. Performance comparison of genetic algorithm with auction algorithm in task allocation [J]. *Electronics Optics & Control*, 2016, 23(2): 11–15.
- [18] Bertsekas D P. The auction algorithm: A distributed relaxation method for the assignment problem [J]. *Annals of Operations Research*, 1988, (14), 105–123.
- [19] Luo L Z, Chakraborty N, Sycara K. Multi-robot assignment algorithms for tasks with set precedence constraints [C]//*2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 2526–2533.
- [20] Boyd S, Vandenberghe L. *Convex optimization* [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004.
- [21] Luo L Z, Chakraborty N, Sycara K. Provably-good distributed algorithm for constrained multi-robot task assignment for grouped tasks [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2015, 31(1): 19–30.

## 作者简介

许可(1982–), 女, 讲师, 硕士. 研究领域为优化理论与算法.

宫华(1976–), 女, 教授, 博士. 研究领域为优化理论与数学规划.

秦新立(1992–), 男, 硕士生. 研究领域为无人机任务分配与轨迹优化.