

动态多目标进化优化研究进展

郭一楠^{1,2}, 汤万宝¹, 陈国玉¹, 巩敦卫¹

1. 中国矿业大学信息与控制工程学院, 江苏 徐州 221116;

2. 中国矿业大学(北京)机电与信息工程学院, 北京 100083

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61973305, 61573361, 61773384); 江苏省“六大人才高峰”资助项目(2017-DZXX-046)

通信作者: 巩敦卫, dwgong@vip.163.com 收稿/录用/修回: 2020-11-30/2021-02-08/2021-03-02

摘要

动态多目标优化问题在实际生产与生活中广泛存在且问题特性随时间或环境的变化复杂多样。为有效解决该类问题, 研究人员先后提出用于跟踪最优解的动态多目标进化优化方法和获得鲁棒 Pareto 最优解集的鲁棒动态多目标进化优化方法。前者检测到多目标优化问题特性动态改变时, 重新触发寻优过程, 从而快速、准确地收敛到新环境下优化问题的真实 Pareto 前沿。因此, 环境变化检测机制和环境响应策略是核心。本文从环境变化检测方法和多样性保持、记忆策略、预测机制、迁移学习等环境响应策略入手, 对已有研究进行分类归纳和总结。为有效降低解的切换代价, 在有限时间内为用户提供可行且满意的较优解, 已有的鲁棒动态多目标进化方法通过构建新型鲁棒多目标优化模型, 寻找鲁棒 Pareto 最优解, 不仅在当前环境下具有最优的收敛性能, 还能以一定的满意程度, 逼近未来多个相邻动态环境下优化问题的真实 Pareto 前沿。为合理评价上述方法的性能, 本文列出常用的性能评价指标。最后, 基于对已有方法局限性的分析, 探讨了动态多目标进化优化存在的难点和挑战。

关键词

多目标优化

动态

进化算法

鲁棒

中图法分类号: TP3

文献标识码: A

Research Progress on Dynamic Multi-objective Evolutionary Optimization

GUO Yanan^{1,2}, TANG Wanbao¹, CHEN Guoyu¹, GONG Dunwei¹

1. School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China;

2. School of Mechanical Electronic and Information Engineering, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China

Abstract

Dynamic multi-objective optimization problems widely occur in real-world production and life. Their characteristics change over time or vary with environments. To solve these problems effectively, researchers proposed two kinds of problem solvers, namely, dynamic multi-objective evolutionary optimization methods to track optimal solutions and robust dynamic multi-objective evolutionary optimization methods to search for robust Pareto-optimal solutions. In the first kind, optimization is retriggered after dynamic changes in the characteristics of multi-objective optimization problems are detected. This process aims to converge to real Pareto fronts of optimization problems in a new environment quickly and accurately. Thus, the mechanisms of detecting an environmental change and the corresponding response strategies are essential. In this paper, we classify and summarize previous studies on environmental detection methods and response strategies, including diversity preservation, memory, prediction mechanism, and transfer learning. To reduce the switching cost among solutions effectively and provide feasible and satisfactory optimal solutions for users in a limited time, we construct a new robust multi-objective optimization model through robust dynamic multi-objective evolutionary optimization and develop robust Pareto-optimal solutions. Results reveal that the proposed model has an optimal convergence performance under the current environment and approaches the true Pareto fronts of optimization problems in several subsequent future dynamic environment with the satisfied threshold. We also provide a series of commonly used indicators to evaluate two kinds of above-mentioned algorithm performance. Lastly, we emphasize the difficulties and challenges in dynamic multi-objective evolutionary optimization through an analysis of the limitations of existing methods.

Keywords

multi-objective optimization;

dynamic;

evolutionary algorithm;

robust

0 引言

实际生产和生活中广泛存在的多目标优化问题 (multi-objective optimization problem, MOP) 具有多个彼此冲突的优化目标^[1-3], 如物流调度、产品优化设计、生产优化控制、车辆路径规划等。受生产工况、运行环境等动态变化因素的影响, 问题的优化目标函数表达或目标个数、环境参数、决策变量维数, 甚至约束条件表达形式或数量往往随时间或环境变化而改变。由此, MOP 演化成为动态多目标优化问题 (dynamic multi-objective optimization problem, DMOP)^[4-5]。以车辆路径规划问题为例, 投入最少的车辆且以最短行驶距离遍历所有任务是该问题需要兼顾的两类存在矛盾的目标。然而, 由于待完成任务和可使用车辆数目可能发生增减, 且道路拥堵状况和天气等运行环境也随时间改变, 导致决策变量维数和环境参数具有时变性, 相应的最优路径解集也存在差异。虽然面向不同行业的动态多目标优化问题所考虑的优化目标各有不同, 如客户满意度、成本和利润、碳排放等, 但是随着 DMOP 特性的变化, 相应的 Pareto 最优解集也随之改变。因此, 求解 DMOP 的关键在于: 如何及时准确地检测问题特性的变化, 并尽快收敛到每个动态环境下优化问题的 Pareto 最优解集。

为解决上述问题, 研究人员提出跟踪最优解 (track the moving optimum, TMO) 方法^[6], 本质在于一旦检测到多目标优化问题的特性改变, 就重新触发寻优过程, 从而快速、准确地收敛到新问题的 Pareto 前沿。特别是, 随着模拟生物进化及其群体行为方式的各类智能优化方法在 DMOP 的广泛应用, 形成了动态多目标进化优化方法 (dynamic multi-objective evolutionary algorithm, DMOEA)^[7-13]。该类方法可以在 TMO 框架下, 通过触发新的进化迭代过程, 以较小的计算代价, 高效追踪动态变化的 Pareto 解集^[7]。目前, 围绕环境变化检测、初始种群预测、种群多样性保持等核心技术, DMOEA 已取得丰硕的研究成果^[8]。然而, 当问题特性随时间或环境变化较快或变化程度较大时, 特别是, 面向具有较大搜索空间、高维决策变量或复杂地形的 DMOP, 基于 TMO 框架的 DMOEA 往往很难在有限时间内找到问题的 Pareto 最优解。此外, 问题特性变化前后对应的真实 Pareto 解集可能存在较大的差异性。即使 TMO 方法可以找到问题的 Pareto 前沿, 也需要较大的 Pareto 解切换代价。以动态车辆路径规划为例, 当新配送任务出现时, 基于 TMO 方法获得的新规划方案可能要对所有未执行任务指派新的车辆, 导致车辆需要从原方案对应位置行驶到新方案规划位置, 产生不必要的能量或资源消耗。

针对 TMO 框架存在的上述不足, Yu 等^[14]提出寻找动态优化问题时间鲁棒最优解的思想 (robust optima over time, ROOT)。Chen 等^[15]进一步将其推广到 DMOP 求解中, 提出基于时间的鲁棒 Pareto 最优解集概念 (robust Pareto-optima over time, RPOOT), 基于此, 构建求解 RPOOT 的动态鲁棒多目标进化优化方法。RPOOT 不仅在当前问题特性下具有最优的收敛性能, 还能以一定的满意程度, 逼近未来多个相邻动态环境下优化问题的真实 Pareto 前沿。显

然, 在未来相邻环境中, 采用时间鲁棒 Pareto 最优解集替代 TMO 方法获得的相应环境下 Pareto 最优解, 可以尽快地适应多目标优化问题特性的动态变化, 在有限时间内为用户提供可行且满意的较优解, 有效降低解的切换代价。

根据 Web of Sciences、Engineering Village 和中国知网的统计数据, 截止 2019 年, 动态多目标优化问题及其求解方法的相关研究呈逐年递增趋势, 如图 1 所示。

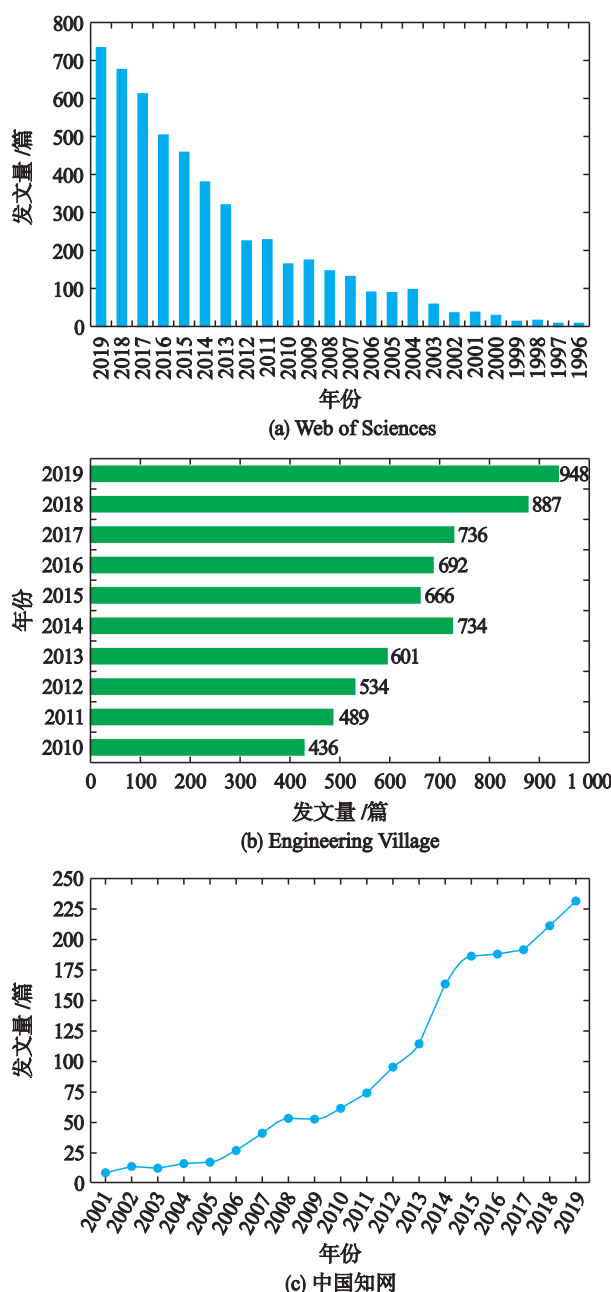


图1 动态多目标问题研究趋势
Fig.1 Research trends of DMOP

此外, 智能优化领域的顶会 IEEE Congress on Evolutionary Computation 长期设有“动态不确定环境下的进化计算”专题论坛, 且从 2003 年起, IEEE 计算智能协会设立了动态不确定环境下进化计算专委会。由此可见, 实际生产和

生活中普遍存在的动态多目标优化问题一直受到研究人员的高度关注,且随着进化优化理论在实际问题的推广应用,动态多目标进化优化方法已经成为计算智能的研究热点.

本文首先介绍动态多目标优化问题的基本概念,结合测试函数,对问题特性分类;其次,系统阐述基于 TMO 框架的动态多目标进化优化方法关键技术及其最新研究进展,并对时间鲁棒 Pareto 最优解集求取方法进行深入讨论;随后,列出常用的动态多目标进化优化方法性能评价指标;最后,给出动态多目标进化优化的理论研究和应用前景.

1 动态多目标优化问题

Nguyen 将 DMOP 描述为在 $[t^{\text{begin}}, t^{\text{end}}]$ 期间内,适应度地形及其最优解改变的一类优化问题^[16],并指出随时间或环境的变化可能发生在优化目标、决策变量和约束条件上.基于此,定义(最小化)动态多目标优化问题为^[7]

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \Omega(t)} \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) &= (f_1(\mathbf{x}, t), \dots, f_{M(t)}(\mathbf{x}, t))^T \\ \text{s.t. } G(\mathbf{x}, t) &\leq 0 \\ H(\mathbf{x}, t) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $t \in [t^{\text{begin}}, t^{\text{end}}]$; $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{n(t)}) \in \Omega(t)$, 为决策向量; $\Omega(t) \subseteq \mathbb{R}^{n(t)}$, 为决策空间; $f_i(\mathbf{x}, t)$ ($i = 1, \dots, M(t)$) 表示第 i 个目标; $M(t)$ 为目标个数; $G(\mathbf{x}, t)$ 和 $H(\mathbf{x}, t)$ 分别表示问题的不等式和等式约束.针对上述 DMOP, 定义 Pareto 最优解集及其前沿:

定义 1 Pareto 支配 (Pareto dominance): 在第 t 时刻或环境下, 任意两个可行解 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \Omega(t)$, 满足 $\mathbf{x}$ 支配 $\mathbf{y}$ (记作 $\mathbf{x} \prec \mathbf{y}$), 当且仅当:

$$\begin{cases} \forall i = 1, \dots, M(t), f_i(\mathbf{x}, t) \leq f_i(\mathbf{y}, t) \\ \exists i = 1, \dots, M(t), f_i(\mathbf{x}, t) < f_i(\mathbf{y}, t) \end{cases} \quad (2)$$

定义 2 Pareto 最优解集 (Pareto-optimal set, PS): 在第 t 时刻或环境下, 一个解集的任意可行解不被其它可行解支配, 那么该可行解集为当前的帕累托最优解集, 记作 $\text{PS}(t)$, 即:

$$\text{PS}(t) = \{\mathbf{x} | \neg \exists \mathbf{y} \in \Omega(t): \mathbf{x} \prec \mathbf{y}\} \quad (3)$$

定义 3 Pareto 前沿 (Pareto fronts, PFs): 在第 t 时刻或环境下, 帕累托最优解集在目标空间的映射构成帕累托前沿 $\text{PF}(t)$, 即:

$$\text{PF}(t) = \{\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) | \mathbf{x} \in \text{PS}(t)\} \quad (4)$$

根据 $\text{PS}(t)$ 和 $\text{PF}(t)$ 随时间或环境的不同变化特性, Farina 等^[17]将动态多目标优化问题划分为 4 类:

类型 1: $\text{PS}(t)$ 随时间变化, $\text{PF}(t)$ 不变.

类型 2: $\text{PS}(t)$ 和 $\text{PF}(t)$ 都随时间变化.

类型 3: $\text{PF}(t)$ 随时间变化, $\text{PS}(t)$ 不变.

类型 4: $\text{PS}(t)$ 和 $\text{PF}(t)$ 都保持不变.

结合上述 DMOP 变化的类型, 研究人员构造了形式多样的动态多目标优化测试函数, 如表 1 所示. 表中, 问题特性在 $t \in [t^{\text{begin}}, t^{\text{end}}]$ 内, 可依照不同的变化频率和变化强度改变. 记 n_d 和 t_d 分别为问题特性变化的强度和频率^[30], 那么第 k 个动态多目标优化问题记为 $\min \mathbf{F}(\mathbf{x}, k)$, $k = \lfloor t/t_d \rfloor / n_d$. 此外, 为充分模拟实际生产和生活中问题变化的特性, Rong 等^[31]进一步引入 $\text{PS}(t)$ 随时间或环境的旋转、平移和复合变化. 文[26]考虑优化目标数量的时变特性, 构造变目标规模动态优化问题. 上述测试函数为动态多目标进化优化方法的性能分析, 提供了丰富的测试平台.

表 1 动态多目标优化测试函数
Tab.1 Benchmark functions of DMOP

测试问题	类型 1	类型 2	类型 3	类型 4
FDA ^[17]	FDA1, FDA4	FDA2, FDA3, FDA5	×	×
DMOP ^[18]	DMOP3	DMOP2	DMOP1	×
DIMP ^[19]	DIMP1, DIMP2	×	×	×
DSW ^[20]	×	DSW1 ~ DSW3	×	×
T ^[21]	×	×	T2	T1, T3, T4
ZJZ ^[22]	×	ZJZ	×	×
HE ^[23]	HE1 ~ HE10	×	×	×
UDF ^[24]	UDF1, UDF2, UDF4, UDF5, UDF8, UDF9	UDF3, UDF6, UDF7	×	×
ZF ^[25]	ZF8	ZF5 ~ ZF7, ZF9 ~ ZF10	×	×
CF ^[26]	×	CF1 ~ CF6	×	×
DCP ^[13]	DCP1 ~ DCP7	×	×	×
JY ^[27]	JY1	JY2 ~ JY4, JY6, JY7	JY5, JY8	×
SJY ^[28]	SJY1, SJY2	SJY3	SJY4	SJY5
DMZDT ^[29]	DMZDT1 ~ DMZDT4	×	×	×

注: × 表示该测试问题不属于该类型.

2 动态多目标进化优化方法

基于 TMO 的动态多目标进化优化能以较小的计算代价, 快速跟踪 DMOP 的 Pareto 最优解集在搜索空间的运行轨迹^[32]. 基于此, 算法框架如算法 1 所示. 在检测到

问题特性的变化之后, 触发环境响应策略, 并执行多目标进化优化算法, 寻找当前环境下优化问题的 Pareto 最优解, 直到满足进化终止条件或检测到新的环境变化. 显然, 环境变化检测机制和变化响应策略是 DMOEA 的两个核心.

算法 1 DMOEA

输入: 种群规模 N 、时变环境参数 K 、进化终止代数 Gen
输出: $PS(k)$

1. 初始化环境时刻 $k=1$;
2. 随机初始化种群 $P(0)$;
3. 令进化代数 $t=1$;
4. While $t < Gen$
5. if 环境变化
6. 环境响应策略;
7. 转步骤 12;
8. end
9. 多目标进化优化策略;
10. end
11. 输出 Pareto 最优解集 $PS(k)$;
12. 如果 $k > K$, 算法结束; 否则, 令 $k=k+1$, 转步骤 3

及时准确地捕捉问题特性的变化, 是 DMOEA 解决动态多目标优化问题的前提。目前, 环境变化检测策略主要有 2 类: 其一, 通过重新评估代表个体的适应值, 判断问题特性是否改变。代表个体可以是当前进化种群的最优个体, 也可以是决策空间某些固定点或一组随机个体。Deb 等^[12]从每代进化种群中, 选取前 10% 的优势个体, 重新评估适应值。文[33]在决策空间随机生成固定数量的个体, 并在每一代重新评价这些个体的适应值。如果这些个体的适应值存在差异, 那么问题特性发生了改变。其二, 根据种群的统计特性, 判断问题特性是否变化。Janson 等^[34]根据种群的层次结构, 判断当前环境是否改变。Richter 等^[35]根据连续两代进化种群适应值分布的差异, 确定问题特性是否变化。对比上述两种环境检测机制, 前者需要重复评价个体, 对问题特性变化较敏感, 计算资源消耗较大; 后者可以节省计算资源, 但是对问题特性变化可能不敏感, 从而导致误判。

当检测到问题特性变化后, DMOEA 采用合适的环境响应策略, 实现对当前环境下真实 Pareto 前沿的高效追踪。研究人员提出众多环境响应策略, 包含 4 类: 多样性保持、记忆策略、预测机制、迁移学习^[36]。

2.1 多样性保持

多样性保持通过维持或提高种群的多样性, 提升动态多目标进化优化方法的问题求解能力。通常, 在固定间隔下, 采用随机生成的个体替换种群中部分个体, 从而保持进化种群的多样性。与之不同, 多样性引入方法, 是指当问题特性变化之后, 随机产生一定比例的额外个体, 增加种群的多样性, 以适应新的优化问题^[37]。

Greeff 等^[38]提出, 检测到问题特性变化之后, 重新初始化一定比例的粒子, 并将环境响应策略集成到向量评估多目标进化算法中。Deb 等^[12]提出随机初始化的多样性引入方法。该方法检测到问题特性变化之后, 通过随机生成的个体代替一定比例当前环境下的最优解, 或者通过对当前环境下部分最优解高斯变异, 生成新个体。基于此, 形成动态非支配遗传算法 DNSGA-II-A 和 DNSGA-II-B。通过在水火电力调度优化问题和 FDA2 的应用表明, 上述两

类环境响应策略具有较好的环境跟踪能力, 但是需要根据问题特性, 选取合适的替代个体比例。

Coello 和 Lechuga 等^[39]在动态多目标粒子群优化中, 构建两种环境响应策略。其一, 检测到问题特性变化后, 从当前环境和历史环境获得的 Pareto 解集中, 选择优质粒子作为新环境下的初始粒子; 其二, 采用随机生成的粒子作为新环境下的初始粒子。对比实验表明, 第二种环境响应策略能够维持更好的种群多样性。但是, 与文[40]相似, 由于采用的测试函数有限, 不能充分验证所提环境响应策略求解动态多目标优化问题的适用性。

Sahmoud 等^[41]提出一种基于变化类型检测的动态多目标进化算法, 根据检测的环境变化类型, 设计环境响应策略。该策略根据相邻动态环境下非支配解集的规模差异, 判断相邻环境下优化问题的 Pareto 解集是否变化。如果非支配解集的规模差异较小, 那么 Pareto 解集未发生改变, DMOP 为变化类型 3 和 4, 并采用基于变异算子的随机扰动方式, 生成当前环境下的新个体; 如果 Pareto 解集存在差异, 那么相应的 DMOP 为变化类型 1 和 2。此时, 采用随机初始化策略, 以 10% 的比例替代当前环境下的初始种群。对 FDA、DMOP 和 SJY 三类测试问题的实验结果表明, 所提算法的性能优于 DNSGA-II。

Goh 等^[18]提出一种竞争与合作协同策略, 通过多个子种群之间竞争多目标优化问题的特定子组成部分, 获胜者通过合作获得更好的解, 经历竞争和合作的反复迭代过程, 找到 Pareto 最优解集。检测到环境变化之后, 采用竞争机制, 判别是否需要重新初始化相应的子种群。Liu 等^[42]将随机初始化策略引入多粒子群协同进化算法中, 提出了一种改进的动态多目标协同粒子群算法。该算法根据目标函数的数目确定子种群个数, 利用共享信息, 实现多粒子群协同进化。

Xu 等^[43]深入分析问题的特性, 采用扰动法, 根据决策变量对时间参数的依赖度, 将决策变量划分为时间依赖和时间无关决策变量, 分别采用两个子种群协同进化相应决策变量的最优解。时间依赖子种群采用预测模型生成当前环境下的初始种群, 而时间无关子种群采用随机个体生成方式。采用不同的进化策略实现寻优过程的两个子种群, 通过协同机制, 获得 Pareto 最优解集。文[44]进一步将上述变量分割方法拓展到含区间参数的动态多目标优化问题求解过程。此外, Zhang 等^[45]提出一种基于进化策略的动态多目标进化算法。该算法设计高效的自适应变异算子探索决策空间, 并通过模拟磁粒子保持种群多样性, 进而快速收敛到当前环境下的 Pareto 前沿。

多样性引入方法虽然原理简单且易于实现, 但是不恰当的替代比例可能导致种群丧失有效信息, 甚至误导后续进化过程。

不同于多样性引入, 多样性保持策略直接采用上一环境下优化问题的 Pareto 最优解集, 作为当前环境下的初始种群。基于此, Shang 等^[46]将其与克隆选择、非一致性变异算子结合, 提出一种求解动态多目标优化问题的克隆选择方法。此后, Shang 等^[47]进一步将多样性保持策略与免疫克隆选择方法结合, 提出一种量子免疫克隆协同进化算

法. 在 FDA1 ~ FDA5 上的实验结果表明, 所提算法求解 DMOP 时, 具有良好的性能. 针对动态多目标优化问题, Liang 等^[48] 将决策变量划分为 3 个部分, 分别采用多样性保持、预测和多样性引入等方法, 产生高质量的子代个体, 加快种群收敛速度. 虽然该方法在大部分测试问题上都表现良好, 但对于存在决策向量具有依赖性的动态多目标优化问题求解性能仍很有限.

不同于多样性引入方法, 多样性保持方法对变化程度较弱的 DMOP 具有较好的性能. 但是, 对于变化形式复杂或变化程度较强的动态多目标优化问题, 历史环境的最优解可能偏离当前环境下的真实 Pareto 前沿较远, 导致较差的问题追踪性能.

2.2 记忆策略

记忆策略通常适用于解决具有周期变化特性的 DMOP, 该策略存储历史环境下优化问题的 Pareto 最优解集, 根据当前环境下优化问题的特性与历史环境下问题特性的相似度, 采用相似历史环境下的 Pareto 最优解集作为初始种群, 实现对当前环境下最优解的快速跟踪, 以提高寻优效率.

Wang 等^[49] 把历史 Pareto 最优解存储在一个外部归档集中. 检测到问题特性变化之后, 从外部归档集中随机选择一部分历史 Pareto 最优解, 作为当前环境下的初始个体; 为增加种群多样性, 外部归档集中的另一部分历史 Pareto 解集, 经过高斯变异后生成新个体. 通过重用历史环境下优化问题的非支配个体, Sahmoud 等^[50] 提出一种基于记忆策略的动态多目标进化算法.

与之不同, Koo 等^[19] 在动态多目标进化梯度搜索算法中, 仅存储历史 Pareto 最优解集的中心点和方差两类信息. 在类似的新环境出现时, 基于上述信息, 通过变异策略产生新的初始种群.

刘敏等^[51] 提出一种记忆增强的动态多目标分解进化算法. 该算法把一个 DMOP 分解为若干动态单目标优化问题, 采用一种基于子问题的串式记忆方法, 充分利用相似历史环境下的 Pareto 最优解集, 生成当前环境下的初始种群. Azzouz 等^[52] 结合记忆机制、局部搜索策略和随机响应方法, 提出了一种基于变化强度的自适应种群管理策略, 并融入 NSGA-II. 对比实验结果表明, 所提自适应种群管理策略能够很好地解决 DMOP, 及时有效跟踪新环境下的真实 Pareto 前沿.

上述记忆策略可以有效地改善周期变化 DMOP 的求解性能, 但是, 该方法的适用范围有限, 且记忆库或外部归档集需要消耗较大的存储代价, 存储的历史 Pareto 最优解集形式单一, 缺乏高效的历史进化信息提取机制.

2.3 预测策略

预测策略作为近年来动态多目标进化优化方法的研究热点, 根据历史环境下优化问题的演化信息, 预测当前环境的适应度地形或优势进化方向, 为进化寻优过程提供有益的指导, 从而提升算法性能.

目前, 已有多种预测模型构建方法引入到 DMOP 求解中. Hatzakis 等^[53] 首先提出一种前馈预测策略, 利用自回归模型预测环境变化趋势, 生成当前环境下的初始个体.

进一步地, 选取相邻历史环境下获得的 Pareto 最优解和随机生成的个体, 并由这两个部分个体构成当前环境下的初始种群. Liu 等^[54] 则根据相邻动态环境下的 Pareto 最优解集, 训练线性回归模型, 预测生成当前环境下的初始种群. 丁进良等^[55] 利用与同一参考点相关联的历史环境下的最优解, 建立该参考点的时间序列, 采用线性回归方法获得该参考点的预测模型, 生成当前环境下与该参考点相关的初始个体. Muruganantham 等^[56] 根据历史环境下的 Pareto 最优解集, 采用卡尔曼滤波构建预测模型, 更加准确地预测问题特性变化的方向. Jiang 等^[57] 采用支持向量机构建预测模型, 应用该模型预测当前环境下的非占优解, 生成更加有效的初始种群.

上述预测模型的构建依赖于历史 Pareto 最优解集构成的训练样本, 对 Pareto 最优解集隐含的统计分布信息利用不充分. 为此, Zou 等^[58] 通过预测模型学习历史环境中 Pareto 最优解集的中心点迁移趋势, 预测当前环境下非占优解集的中心点; 利用历史环境下 Pareto 最优解集的流形, 预测当前环境下非占优解集的分布, 并生成当前环境下的初始种群. 该种群预测策略对具有平移变化特性的 DMOP 具有良好的跟踪能力. 但是, 该方法依赖大量的历史环境下 Pareto 最优解集信息, 收敛性能较差的历史 Pareto 最优解集直接影响预测模型对真实变化趋势的逼近能力, 导致较大的预测误差. 借鉴上述思想, Zou 等^[59] 提出一种基于中心点和拐点的预测策略, 进一步引入历史环境下 Pareto 最优解集的拐点信息, 生成当前环境下的初始种群. 拐点的加入在一定程度上能提高种群预测的准确度. 文^[54] 提出一种基于动态进化环境模型的动态多目标进化优化方法. 通过构建动态进化环境模型, 引导生成具有更好多样性的初始种群.

历史环境下 Pareto 最优解集的规模有限, 单一模型在有限训练样本下的预测精度不高. 鉴于此, Rambabu 等^[60] 提出一种集成多预测模型的专家系统, 将卡尔曼滤波预测模型、线性回归预测模型和随机初始化策略相融合, 根据每种预测模型的预测精度, 自适应地分配各预测模型的权重, 动态调整采用每种预测模型生成的初始个体数量. Zheng 等^[61] 根据决策变量对收敛性和分布性的不同影响, 对不同决策变量采用不同预测策略生成新的初始种群. Rong 等^[62] 针对平移、旋转和复合等三类问题特性变化类型, 构建一种多模型预测方法. 通过与已有三种预测方法的实验对比, 所提预测机制在求解大多数 DMOP 时具有显著优势. 为准确地响应环境变化, Chen 等^[63] 提出一种基于模糊推理与一步预测的种群混合预测策略.

相比于其它环境响应策略, 预测机制通过挖掘问题特性的变化趋势, 生成符合环境变化规律的初始种群. 因此, 它比多样性保持和记忆策略具有更广泛的适用性. 然而, 预测模型的训练消耗计算代价, 且预测模型的精度依赖每个历史环境获得 Pareto 解集的质量和模型学习方法, 不可避免地存在预测误差, 影响对寻优过程的准确引导.

2.4 迁移学习

迁移学习充分利用具有相似特性的问题信息, 指导当前问题的预测或分类, 提高识别精度. 借鉴该思想, Jiang

等^[64]提出一种基于迁移学习的动态多目标进化优化方法. 采用迁移主成分分析方法, 学习相邻历史环境下的 Pareto 最优解集, 并在当前环境下, 通过迁移模型生成一组初始种群. 实验结果表明, 该方法能够加速种群收敛, 精确地跟踪新环境下的最优解.

结合已有记忆策略和流形迁移学习方法, Jiang 等^[65]进一步提出基于流形学习的快速动态多目标进化算法. 如图 2 所示, 该方法根据历史环境下非被占优解集(个体 A 、 B 和 C)与当前环境下个体(个体 D 和 E)的相似程度, 建立流形空间的迁移模型, 基于该模型, 生成当前环境下的迁移初始个体, 进一步, 结合相应历史环境下的 Pareto 最优解集, 构成新环境的初始种群. 文^[66]采用预搜索方法, 从历史环境下的 Pareto 最优解集中, 查询与当前环境下随机生成初始种群具有相似性的一组个体, 基于上述个体构成的训练样本, 采用 TrAdaBoost 方法构建迁移模型, 生成新环境下一组高质量的初始个体, 有效避免负迁移现象. 而 Feng 等^[67]所提出的自编码进化搜索方法, 能够自动从历史环境的非支配解所提供的信息中学习得到一个单层去噪自编码器, 它能够准确的预测动态环境下移动的 PS, 产生一组高质量的解, 从而改善新环境下的种群收敛能力.

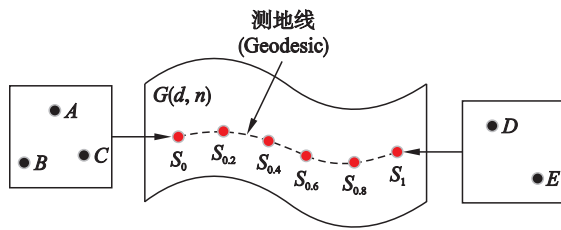


图 2 流形迁移学习方法

Fig.2 Manifold transfer learning method

综合上述迁移学习策略, Jiang 等^[68]基于重采样、概率预测、非参数密度估计方法, 提出一种结合蒙特卡洛方法的领域自适应动态多目标进化优化框架, 有效提高了算法的探索能力. 研究表明, 迁移学习策略对包含周期性变化和具有较大变化程度的动态多目标优化测试问题具有良好的求解性能. 迁移学习方法为动态多目标优化问题提供了新的解决思路, 但是, 在 DMOP 求解的应用还处于起步阶段.

3 动态鲁棒多目标进化优化方法

与上述基于 TMO 框架的动态多目标优化问题求解方法不同, 动态鲁棒进化优化方法在于找到一组基于时间鲁棒性的 Pareto 最优解集, 不仅对当前环境下的优化问题具有较优的收敛性能, 还能以一定的满意度逼近多个相邻环境下优化问题的真实 Pareto 前沿.

2010 年, Yu 等^[14]针对动态单目标优化问题, 首次提出基于时间的动态鲁棒最优解概念. 随后, Jin 等^[69]进一步给出求解 ROOT 问题的通用框架, 包含基于种群的优化算法、数据库、相邻个体的适应度估计器和不同环境下个体的适应度预测器等. Fu 等^[70]为寻找动态鲁棒最优解, 定义了生存时间和平均适应度两个可计算性能指标, 描述解

的鲁棒性. 为有效判断任一个体在未来环境下优化问题的鲁棒性, 需要预测其在相应环境的个体适应值. 基于此, Yazdani^[71]和 Fu^[72]根据有限的历史环境下个体的适应值时间序列, 采用单一学习模型和加权多模型, 实现未来环境下个体的适应值估计.

进一步地, Huang^[73-74]指出 TMO(track the moving optimum)寻优框架假设不同环境下优化问题的最优解之间的切换成本为零, 当 ROOT(robust optimization over time)在不同环境下最优解之间存在较大切换成本时, 为相邻环境下的优化问题提供具有一定满意度的次优解. 基于此, 综合考虑 ROOT 解的切换成本和鲁棒性, 构建考虑切换代价的多目标动态鲁棒优化方法. 实验结果表明, 所提算法能够在动态优化问题中, 找到兼顾鲁棒性与切换成本的折衷方案. Guo 等^[75]综合考虑 ROOT 的生存时间和平均适应度, 构建双层多目标进化优化模型, 采用基于非支配排序的遗传算法, 获得动态优化问题的真实鲁棒最优解序列. 如图 3 所示, Guo 等^[75]综合考虑解 $x_i \in P_i$ 在不同时刻 t 下的生存时间 $l(x_i^t)$ 和平均适应度, 构建双层多目标进化优化模型, 采用基于非支配排序的遗传算法, 获得动态优化问题的真实鲁棒最优解序列. 文^[76]进一步将上述动态鲁棒进化优化方法应用于动态车辆路径规划问题, 根据车辆荷载、行驶距离与燃料消耗之间的关系, 构建车辆路径碳排放模型, 提出一种两阶段动态多目标车辆路径鲁棒选择方法.

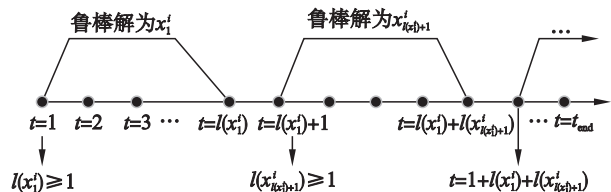


图 3 鲁棒最优解序列

Fig.3 Sequence of a robust-optimal solution set

上述用于求解动态鲁棒最优解的进化优化方法适用于解决单目标优化问题. 面向动态多目标优化问题, Chen 等^[77]首次提出鲁棒 Pareto 最优解集的概念, 并定义 RPOOT(robust Pareto-optima over time)的时间鲁棒性和性能鲁棒性, 基于此, 将动态多目标优化问题转化为两类动态鲁棒多目标优化模型. 如图 4 所示, 在不同环境参数 $\alpha(j)$ ($j=1, 2, 3$) 下, x_i ($i=1, 2, 3$) 映射到目标空间不同的适应值 F_i . 虽然 F_1 和 F_2 都是非支配的, 但是由于 F_2 方差较大, 因此并不是鲁棒解.

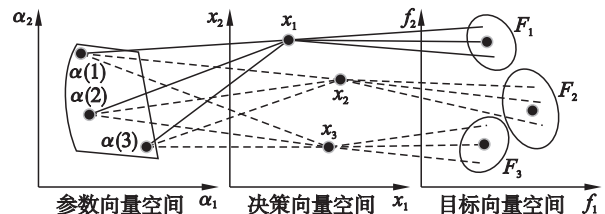


图 4 鲁棒 Pareto 解对应的参数空间、决策空间和(二维)

目标空间之间的邻域关系

Fig.4 Neighbor relationship between parameter space, decision space (2D) and objective space of robust Pareto solutions

模型 I 根据个体 $\mathbf{x}$ 在未来 T 个动态环境下的平均适应值, 建立基于固定时间窗 T 的 RPOOT 优化模型, 记为

$$\min \mathbf{F}^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k) = (f_1^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k), f_2^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k), \dots, f_M^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k)) \quad (5)$$

该模型通过最小化固定时间窗 T 内的个体平均适应值, 确保时间鲁棒 Pareto 最优解能够最大程度地逼近相应动态环境下的真实 Pareto 前沿。

模型 II 根据任一非占优解在未来连续动态环境下的适用程度, 将动态多目标优化问题转化为约束优化模型, 记为:

$$\min \mathbf{F}^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k) = (f_1^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k), f_2^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k), \dots, f_M^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k))$$

$$\text{s.t. } \frac{\|\mathbf{F}^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k) - \hat{\mathbf{F}}(\mathbf{x}, k+q)\|}{\|\mathbf{F}^{\text{ave}}(\mathbf{x}, k)\|} \leq \eta, q=0, \dots, T-1 \quad (6)$$

该模型将任一非占优解 $\mathbf{x}$ 在未来 T 个连续环境下的适用程度转化成 T 个约束条件. 只有当 $\mathbf{x}$ 在前 k 个环境下的平均个体适应值与未来相邻的第 q 个动态环境下个体适应度预测值之间的标准差小于预先设定的阈值 η 时, 非被占优解 $\mathbf{x}$ 作为次优解, 适用于未来 q 个环境下的优化问题。

为求解上述两类动态鲁棒多目标优化模型, 陈美蓉采用基于分解的多目标进化优化方法, 结合无惩罚约束处理机制, 搜索满足决策者需求, 且具有较长平均生存时间的动态鲁棒 Pareto 最优解集. 进一步, Guo^[78] 将多目标头脑风暴算法引入 RPOOT 求解中. 考虑到已有的基于 K 均值聚类或分组的种群分簇方法具有较高的计算代价, 提出一种基于网格的动态多目标头脑风暴算法, 并通过高斯、柯西和混沌变异的融合, 实现高效的鲁棒多目标优化问题求解。

由动态鲁棒多目标优化模型 II 可知, RPOOT 的时间鲁棒性取决于未来环境下的适用程度, 与相邻动态环境下个体适应度的预测值相关. 然而, 由于历史环境下 Pareto 最优解集的规模有限, 用于估计非被占优解在未来环境下适应值的预测模型准确性低, 个体适应度的预测值存在较大估计误差. 为此, 文[79]给出一类新型多模型预测方法, 以提高未来环境下 Pareto 解集的预测精度. 该方法采

用移动平均预测、一次指数平滑和自回归预测构建三种子预测模型, 根据各子模型的预测方差自适应调整模型权重. 通过对子预测模型加权求和, 得到多模型预测值。

4 动态多目标进化优化方法性能评价指标

评价指标是衡量多目标进化优化方法性能的重要手段, 通过量化方式, 对比不同方法获得 Pareto 最优解集的收敛性和分布性, 以此评判算法在 $[t^{\text{begin}}, t^{\text{end}}]$ 的综合性能. 目前, 广泛使用的性能评价指标主要包含 3 类^[80]: 分布性指标、收敛性指标和鲁棒性指标。

4.1 分布性指标

分布性指标衡量基于 TMO 框架的动态多目标进化优化方法在 $[t^{\text{begin}}, t^{\text{end}}]$ 内, 面向所有优化问题获得的 Pareto 最优解集在相应目标空间的平均分布性能。

1) 平均间距

基于 Deb 提出的 Pareto 最优解集分布性指标 Sp (Spacing)^[81], 定义适用于 DMOP 的平均 Sp 指标:

$$\overline{\text{Sp}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{Sp}(k) \quad (7)$$

式中, $\text{Sp}(k)$ 针对第 k 个环境下优化问题获得的 $\text{PF}(k)$, 计算在目标空间上每个点到相邻点距离的标准差. 假设 $d_i(k)$ 为第 i 个最优解与 $\text{PS}(k)$ 中其它解的最小欧氏距离, $\bar{d}(k)$ 为 $d_i(k)$ 的平均值, 则有:

$$\text{Sp}(k) = \sqrt{\frac{1}{|\text{PF}(k)| - 1} \sum_{i=1}^{|\text{PF}(k)|} (\bar{d}(k) - d_i(k))^2} \quad (8)$$

显然, $\overline{\text{Sp}}$ 值越小, 表明相应动态多目标进化优化方法所得的 Pareto 最优解集分布越均匀。

2) 平均最大覆盖度

为评价进化优化方法所得 Pareto 最优解集覆盖真实 PF 的程度, Zitzler 提出最大覆盖度 (maximum spread, MS)^[82]. 记第 k 个环境下多目标优化问题的真实 PF 和进化优化方法所得最优前沿分别为 $\text{POF}(k)$ 和 $P(k)$, 则有:

$$\text{MS}(k) = \sqrt{\frac{1}{M(k)} \sum_{j=1}^{M(k)} \left(\frac{\min(P_j(k), \text{POF}_j(k)) - \max(\underline{P}_j(k), \underline{\text{POF}}_j(k))}{\text{POF}_j(k) - \underline{\text{POF}}_j(k)} \right)^2} \quad (9)$$

其中, $\overline{P_j(k)}$ 和 $\underline{P_j(k)}$ 分别表示算法所获得前沿第 j 个目标的最大值和最小值, $\overline{\text{POF}_j(k)}$ 和 $\underline{\text{POF}_j(k)}$ 分别表示测试问题真实前沿第 j 个目标的最大值和最小值。

根据动态多目标进化优化算法在任一环境下优化问题 Pareto 最优解集的性能, 计算在 DMOP 的平均最大覆盖度:

$$\overline{\text{MS}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{MS}(k) \quad (10)$$

显然, 平均最大覆盖度越大, 相应动态多目标进化优化方法所得的 Pareto 最优解集分布越均匀. 但是, 与平均间距不同, 该指标要求 DMOP 的真实 Pareto 前沿已知。

4.2 收敛性指标

收敛性指标衡量基于 TMO 框架的动态多目标进化优化方法所得 Pareto 最优解集, 与 $[t^{\text{begin}}, t^{\text{end}}]$ 内相应优化问题真实 Pareto 前沿之间的平均逼近程度。

1) 平均世代距离

通常, 采用世代距离 (generational distance, GD)^[80] 度量多目标进化优化方法的收敛性能. 记 $d(x, y)$ 为两者的欧氏距离, 则有:

$$\text{GD}(k) = \frac{\sqrt{\sum_{y \in \text{PF}(k)} \min_{x \in \text{POF}(k)} d(x, y)^2}}{|\text{PF}(k)|} \quad (11)$$

基于此, 得到该方法在 DMOP 的平均收敛性能:

$$\overline{\text{GD}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{GD}(k) \quad (12)$$

$\overline{\text{GD}}$ 值越小, 该算法能较好地收敛于动态多目标优化问题的真实 Pareto 前沿. 显然, 该指标也需要已知 DMOP 的真实 Pareto 前沿。

2) 平均反世代距离

基于反世代距离 (inverted generational distance, IGD)^[81],

定义动态多目标进化优化方法的平均反世代距离:

$$\overline{\text{IGD}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{IGD}(k) \quad (13)$$

式中,

$$\text{IGD}(k) = \frac{\sum_{x \in \text{POF}(k)} \min_{y \in \text{PF}(k)} d(x, y)}{|\text{POF}(k)|} \quad (14)$$

可见, 平均反世代距离可以综合评价优化方法所得 Pareto 最优解集的收敛性和分布性, 且 IGD 越小, 算法解决 DMOP 的综合性能越好.

3) 平均超体积

超体积^[80] (HyperVolume, HV) 是多目标进化方法所得的非支配解集与参照点围成的目标空间对应区域的体积, 用于综合评价算法的收敛性和分布性. 记 δ 为 Lebesgue 测度, 用来测量体积, 则有:

$$\text{HV}(k) = \delta \left(\bigcup_{i=1}^{|\text{PS}(k)|} v_i \right) \quad (15)$$

基于此, 计算 DMOP 中所有环境下算法获得最优非支配解集的平均超体积:

$$\bar{l}(x_i^j) = \max \left\{ l(x_i^j) \mid \frac{\|F(x_i^j, k) - \hat{F}(x_i^j, k + l(x_i^j))\|}{\|F(x_i^j, k)\|} \leq \eta, l(x_i^j) = 1, 2, \dots, K - k \right\} \quad (19)$$

可见, 平均生存时间越长, 时间鲁棒 Pareto 解集越适用于连续动态变化多目标优化问题, 时间鲁棒性越好.

2) 鲁棒反世代距离

时间鲁棒 Pareto 解集的性能鲁棒性主要通过与连续动态环境下优化问题真实 Pareto 前沿的逼近程度加以度量. 为综合评价收敛性和分布性, 借鉴已有的反世代距离, 定义适用于时间鲁棒 Pareto 解集的平均鲁棒反世代距离:

$$\text{RIGD} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{MIGD}(k) \quad (20)$$

式中, MIGD(k) 为第 k 个环境下时间鲁棒 Pareto 解集 RPF(k) 与第 $j(j = k, k + 1, \dots, k + L_k)$ 个环境下真实 Pareto 前沿的最大 IGD 值, 记为

$$\text{MIGD}(k) = \max_{j=k, \dots, k+L_k} \frac{1}{|\text{POF}(j)|} \sum_{x^v \in \text{POF}(j)} d(x^v, \text{RPF}(j)) \quad (21)$$

$$d(x^v, \text{RPF}(j)) = \min_{x^u \in \text{RPF}(j)} \sqrt{\sum_{j=1}^M (f_j(x^v) - f_j(x^u))^2} \quad (22)$$

通过上述 3 类性能指标, 可以实现 TMO 和 RPOOT 两类动态多目标进化优化框架下, 不同进化方法的性能对比.

5 动态多目标进化优化方法面临的挑战

动态多目标进化优化方法已取得丰硕的成果, 但是动态多目标优化问题的复杂时变特性, 给这类问题的求解带来了巨大的挑战.

1) 现有的动态多目标优化测试函数主要关注动态环境参数诱发的目标地形变化. 环境参数通常以均匀的频率和固定的强度改变, 相应的真实 Pareto 前沿往往在目标空间平移和旋转, 问题变化形式相对简单且单一. 基于此, 进一步考虑相对复杂的问题特性变化, 构建更加符合实际且具有挑战性的基准测试集. 一方面, 从环境参数的变化

$$\overline{\text{HV}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{HV}(k) \quad (16)$$

可见, 平均超体积值越大, 算法性能越好.

4.3 鲁棒性指标

时间鲁棒 Pareto 最优解集不仅适用于尽可能多的未来相邻环境, 还要在上述环境中具有最大程度的收敛性. 基于此, 在时间尺度上定义平均生存时间, 评价 RPOOT 解集的鲁棒性能, 并采用平均鲁棒反世代距离 (robust inverted generational distance, RIGD), 综合度量收敛性和分布性^[15].

1) 平均生存时间

为度量时间鲁棒 Pareto 解集在 DMOP 的环境适应性, 采用平均生存时间^[31] 作为最优解集的时间鲁棒性测度. 记 $L(k)$ 是时间鲁棒 Pareto 最优解集 RPS(k) 的生存时间, 则有:

$$\bar{L} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K L(k) \quad (17)$$

式中,

$$L(k) = \min_{x_i^j \in \text{RPS}(i)} \bar{l}(x_i^j) \quad (18)$$

程度入手, 考虑较大变化强度、较快或非均匀变化频率下的问题特性变化; 另一方面, 设计真实 Pareto 前沿随时间或环境的混沌或随机变化机制, 丰富目标地形变化类型. 特别是, 针对优化目标或决策变量个数, 以及约束条件形式等问题特性, 构建具有单一时变特性或组合变化形式的新型动态多目标优化测试函数.

2) 现有的环境变化检测方法主要用于判断问题特性是否改变, 但是很难提供环境变化强度和变化频率等环境参数信息. 为有效设计相应的环境变化响应策略, 提高动态多目标进化优化方法的求解性能, 有必要设计更加高效的环境变化检测机制, 以较小的检测代价, 准确地获得问题特性的变化程度; 同时, 能快速精准判断目标函数、决策变量或约束条件的变化类型.

3) 无论基于 TMO 的动态多目标进化优化方法, 还是鲁棒动态多目标进化优化方法, 准确地预测非被占优解在未来环境下的适应度, 对动态多目标优化问题的求解至关重要. 虽然研究人员提出形式多样的预测机制, 但是, 历史环境下的 Pareto 最优解集十分有限, 往往导致较大的预测误差, 从而误导寻优过程, 产生收敛速度慢, 甚至错误的鲁棒性能评价. 为此, 需要引入迁移学习和对抗生成网络等新兴机器学习方法, 充分利用历史环境下的已知问题特性变化, 构建适合于少样本的新型预测模型, 为后续寻优过程提供更加准确的进化方向指导和性能判断.

4) 面向 RPOOT 求解的鲁棒动态多目标进化优化方法的相关研究比较缺乏. 特别是, 借鉴新型机器学习方法, 建立更加精准的个体适应值预测模型, 对 RPOOT 解集的时间鲁棒性评价至关重要. 进一步, 基于提出的鲁棒优化模型, 引入新型智能优化方法, 构建更加高效的时间鲁棒 Pareto 解集寻优策略, 在改善 RPOOT 解集鲁棒性的同时,

显著降低问题求解的代价,将是鲁棒动态多目标优化问题的核心.此外,借鉴已有多目标决策机制,给出合理的时间鲁棒解选取方法,将为 RPOOT 在实际动态多目标优化问题的应用奠定实现基础.

5) TMO 和 RPOOT 为动态多目标优化问题提供了两类通用求解框架.然而,上述两类进化优化框架各具优势,适用于不同的问题特性变化程度和类型.考虑到实际动态多目标优化问题时变特性的复杂性和多样性,基于准确的问题特性变化检测机制,构建上述问题求解框架的自适应选择机制十分必要.特别是,以最小的切换代价,实现 Pareto 最优解集和时间鲁棒 Pareto 解集之间的自主切换,仍是有待解决的难点.

6) 实际生产和生活中的多目标优化问题往往存在动态性^[83-86],但是,动态多目标进化优化方法的研究仍以理论分析为主,通过典型测试函数反映求解性能.特别是,已有测试函数主要为连续动态多目标优化问题,而诸多实际动态多目标优化问题往往是组合优化问题,比如:

动态车辆路径规划、生产车间调度和有限项目资源分配等.此时,已有的环境变化检测机制和响应策略求解该类问题时,往往很难直接应用.基于此,深入剖析实际动态多目标优化问题的时变影响因素,提炼其共有特性,构建相应的动态多目标优化模型,为用户提供更贴合实际情况的动态 Pareto 最优解集,推动所提方法在实际问题的应用,将是未来的重要研究方向.

6 结论

动态多目标优化问题在实际生产和生活中广泛存在.因此,相应的动态多目标进化优化方法具有广阔的应用前景,成为智能计算领域的研究热点.本文围绕动态多目标问题求解,首先,阐述了 DMOP 的特性及其类型;然后,分别深入剖析了基于 TMO 和 RPOOT 的动态多目标进化优化框架的核心技术及其发展现状,并列出两类方法常用的性能评价指标;最后,指出动态多目标进化优化存在的问题和挑战,以及未来的研究方向.

参考文献

- [1] Branke J. Evolutionary optimization in dynamic environments[M]. Boston, MA, USA: Springer, 2002.
- [2] Zhou A, Qu B Y, Li H, et al. Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2011, 1(1): 32-49.
- [3] Guo Y, Zhan X, Gong D, et al. Novel interactive preference-based multiobjective evolutionary optimization for bolt supporting networks[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2020, 24(4): 750-764.
- [4] Mavrouniotis M, Li C, Yang S. A survey of swarm intelligence for dynamic optimization: Algorithms and applications[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2017, 33: 1-17.
- [5] Gee S B, Tan K C, Alippi C. Solving multiobjective optimization problems in unknown dynamic environments: An inverse modeling approach[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(12): 4223-4234.
- [6] Helbig M, Engelbrecht A P. Population-based metaheuristics for continuous boundary-constrained dynamic multi-objective optimization problems[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2014, 14: 31-47.
- [7] 刘若辰, 李建霞, 刘静, 等. 动态多目标优化研究综述[J]. 计算机学报, 2020, 43(7): 1246-1278.
Liu R C, Li J X, Liu J, et al. A survey on dynamic multi-objective optimization[J]. Chinese Journal of Computers, 2020, 43(7): 1246-1278.
- [8] 马永杰, 陈敏, 龚影, 等. 动态多目标优化进化算法研究进展[J]. 自动化学报, 2020, 46(11): 66-82.
Ma Y J, Chen M, Gong Y, et al. Research progress of dynamic multi-objective optimization evolutionary algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(11): 66-82.
- [9] Greeff M, Engelbrecht A P. Dynamic multi-objective optimisation using PSO[J]. Studies in Computational Intelligence, 2010, 261: 105-123.
- [10] Zhang Z. Multiobjective optimization immune algorithm in dynamic environments and its application to greenhouse control[J]. Applied Soft Computing, 2008, 8(2): 959-971.
- [11] Trivedi A, Srinivasan D, Biswas S, et al. Hybridizing genetic algorithm with differential evolution for solving the unit commitment scheduling problem[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2015, 23: 50-64.
- [12] Deb K, Rao N U B, Karthik S. Dynamic multi-objective optimization and decision-making using modified NSGA-II: A case study on hydro-thermal power scheduling[M]//Lecture Notes in Computer Science: vol. 4403. Berlin, Germany: Springer, 2007: 803-817.
- [13] Zhang Z H, Qian S Q. Artificial immune system in dynamic environments solving time-varying non-linear constrained multi-objective problems[J]. Soft Computing, 2011, 15(7): 1333-1349.
- [14] Yu X, Jin Y, Tang K, et al. Robust optimization over time — A new perspective on dynamic optimization problems[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2010: 1-6.
- [15] 陈美蓉, 郭一楠, 巩敦卫, 等. 一类新型动态多目标鲁棒进化优化方法[J]. 自动化学报, 2017, 43(11): 2014-2032.
Chen M R, Guo Y N, Gong D W, et al. A novel dynamic multi-objective robust evolutionary optimization method[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(11): 2014-2032.
- [16] Nguyen T T, Yang S X, Branke J. Evolutionary dynamic optimization: A survey of the state of the art[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2012, 6: 1-24.

- [17] Farina M, Deb K, Amato P. Dynamic multiobjective optimization problems: Test cases, approximation, and applications[M]//Lecture Notes in Computer Science: vol. 2632. Berlin, Germany: Springer, 2003: 311–326.
- [18] Goh C K, Tan K C. A competitive-cooperative coevolutionary paradigm for dynamic multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(1): 103–127.
- [19] Koo W T, Goh C K, Tan K C. A predictive gradient strategy for multiobjective evolutionary algorithms in a fast changing environment[J]. Memetic Computing, 2010, 2(2): 87–110.
- [20] Mehnen J, Wagner T, Rudolph G. Evolutionary optimization of dynamic multiobjective functions[R]. Dortmund, Germany: Universidad Dortmund, 2006.
- [21] Huang L, Suh I H, Abraham A. Dynamic multi-objective optimization based on membrane computing for control of time-varying unstable plants[J]. Information Sciences, 2011, 18(11): 2370–2391.
- [22] Zhou A, Jin Y, Zhang Q, et al. Prediction-based population re-initialization for evolutionary dynamic multi-objective optimization[C]//Evolutionary Multi-criterion Optimization. Berlin, Germany: Springer, 2007: 832–846.
- [23] Helbig M, Engelbrecht A P. Benchmarks for dynamic multi-objective optimisation[C]//2013 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Dynamic and Uncertain Environments (CIDUE). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2013: 84–91.
- [24] Biswas S, Das S, Suganthan P N, et al. Evolutionary multiobjective optimization in dynamic environments: A set of novel benchmark functions[C]//Proceedings of the 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2014: 3192–3199.
- [25] Zhou A M, Jin Y C, Zhang Q F. A population prediction strategy for evolutionary dynamic multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2014, 44(1): 40–53.
- [26] Li K, Chen R, Yao X. Dynamic multiobjectives optimization with a changing number of objectives[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(1): 157–171.
- [27] Jiang S, Yang S. Evolutionary dynamic multiobjective optimization: Benchmarks and algorithm comparisons[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(1): 198–211.
- [28] Jiang S, Kaiser M, Yang S, et al. A scalable test suite for continuous dynamic multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(6): 2814–2826.
- [29] Wang Y, Li B. Multi-strategy ensemble evolutionary algorithm for dynamic multi-objective optimization[J]. Memetic Computing, 2010, 2(1): 3–24.
- [30] Gee S B, Tan K C, Abbass H A. A benchmark test suite for dynamic evolutionary multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(2): 461–472.
- [31] Rong M, Gong D, Zhang Y, et al. Multi-directional prediction approach for dynamic multi-objective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 49(9): 3362–3374.
- [32] Jiang S, Yang S. A framework of scalable dynamic test problems for dynamic multi-objective optimization[C]//IEEE Symposium on Computational Intelligence in Dynamic and Uncertain Environments. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2014: 32–39.
- [33] Jiang S, Yang S. A steady-state and generational evolutionary algorithm for dynamic multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2017, 21(1): 65–68.
- [34] Janson S, Middendorf M. A hierarchical particle swarm optimizer for noisy and dynamic environments[J]. Genetic Programming and Evolvable Machines, 2006, 7(4): 329–354.
- [35] Richter H. Detecting change in dynamic fitness landscapes[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 1613–1620.
- [36] Cruz C, González J R, Pelta D A. Optimization in dynamic environments: A survey on problems, methods and measures[J]. Soft Computing, 2011, 15(7): 1427–1448.
- [37] Grefenstette J J, Ramsey C L. An approach to anytime learning[J]. Machine Learning Proceedings, 1992: 189–195.
- [38] Greeff M, Engelbrecht A P. Solving dynamic multi-objective problems with vector evaluated particle swarm optimisation[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 2917–2924.
- [39] Coello C A C, Lechuga M S. MOPSO: A proposal for multiple objective particle swarm optimization[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002: 1051–1056.
- [40] Lechuga M S. Multi-objective optimization using sharing in swarm optimization algorithms[D]. Birmingham, UK: University of Birmingham, 2009.
- [41] Sahnoud S, Topcuoglu H R. Sensor-based change detection schemes for dynamic multi-objective optimization problems[C]//IEEE Symposium Series on Computational Intelligence. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2016: 1–8.
- [42] Liu R, Li J, Fan J, et al. A coevolutionary technique based on multi-swarm particle swarm optimization for dynamic multi-objective optimization[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 261(3): 1028–1051.
- [43] Xu B, Zhang Y, Gong D, et al. Environment sensitivity-based cooperative co-evolutionary algorithms for dynamic multi-objective optimization[J]. IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics, 2018, 15(6): 1877–1890.
- [44] Gong D, Xu B, Zhang Y, et al. A similarity-based cooperative co-evolutionary algorithm for dynamic interval multiobjective optimization prob-

- lems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2020, 24(1): 142–156.
- [45] Zhang K, Shen C, Liu X, et al. Multiobjective evolution strategy for dynamic multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2020, 24(5): 974–988.
- [46] Shang R H, Jiao L C, Gong M G, et al. Clonal selection algorithm for dynamic multiobjective optimization[C]//Computational Intelligence and Security. New York, NJ, USA: ACM, 2005: 846–851.
- [47] Shang R H, Jiao L C, Ren Y J, et al. Quantum immune clonal coevolutionary algorithm for dynamic multiobjective optimization[J]. Soft Computing, 2014, 18(4): 743–756.
- [48] Liang Z, Wu T, Ma X, et al. A dynamic multiobjective evolutionary algorithm based on decision variable classification[J/OL]. IEEE Transactions on Cybernetics (2020–05–04)[2020–11–02]. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9086092>.
- [49] Wang Y, Li B. Investigation of memory-based multi-objective optimization evolutionary algorithm in dynamic environment[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 630–637.
- [50] Sahnoud S, Topcuoglu H R. A memory-based NSGA-II algorithm for dynamic multi-objective optimization problems[M]//Lecture Notes in Computer Science; vol. 9598. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2016: 296–310.
- [51] 刘敏, 曾文华. 记忆增强的动态多目标分解进化算法[J]. 软件学报, 2013, 24(7): 1571–1588.
Liu M, Zeng W H. Memory enhanced dynamic multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. Journal of Software, 2013, 24(7): 1571–1588.
- [52] Azzouz R, Bechikh S, Said L B. A dynamic multi-objective evolutionary algorithm using a change severity-based adaptive population management strategy[J]. Soft Computing, 2017, 21(4): 885–906.
- [53] Hatzakis I, Wallace D. Dynamic multi-objective optimization with evolutionary algorithms[C]//Proceedings of the 8th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation. New York, USA: ACM, 2006: 1201–1208.
- [54] Liu R C, Fan J, Jiao L C. Integration of improved predictive model and adaptive differential evolution based dynamic multi-objective evolutionary optimization algorithm[J]. Applied Intelligence, 2015, 43(1): 192–207.
- [55] 丁进良, 杨翠娥, 陈立鹏, 等. 基于参考点预测的动态多目标优化算法[J]. 自动化学报, 2017, 43(2): 313–320.
Ding J L, Yang C E, Chen L P, et al. Dynamic multi-objective optimization algorithm based on reference point prediction[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(2): 313–320.
- [56] Muruganantham A, Tan K C, Vadakkepat P. Evolutionary dynamic multiobjective optimization via Kalman filter prediction[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 46(12): 2862–2873.
- [57] Jiang M, Hu W, Qiu L, et al. Solving dynamic multi-objective optimization problems via support vector machine[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2018: 819–824.
- [58] Zou J, Li Q, Yang S, et al. A prediction strategy based on center points and knee points for evolutionary dynamic multi-objective optimization[J]. Applied Soft Computing, 2017, 61: 806–818.
- [59] Zou J, Li Q, Yang S, et al. A dynamic multiobjective evolutionary algorithm based on a dynamic evolutionary environment model[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2019, 44: 247–259.
- [60] Rambabu R, Vadakkepat P, Tan K C, et al. A mixture-of-experts prediction framework for evolutionary dynamic multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 50(12): 5099–5112.
- [61] Zheng J, Zhou Y, Zou J, et al. A prediction strategy based on decision variable analysis for dynamic multi-objective optimization[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2021, 60: 100786.
- [62] Rong M, Gong D, Pedrycz W, et al. A multimodel prediction method for dynamic multiobjective evolutionary optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2020, 24(2): 290–304.
- [63] Chen D, Zou F, Lu R, et al. A hybrid fuzzy inference prediction strategy for dynamic multi-objective optimization[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2018, 43: 147–165.
- [64] Jiang M, Huang Z, Qiu L, et al. Transfer learning-based dynamic multiobjective optimization algorithms[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(4): 501–514.
- [65] Jiang M, Wang Z, Qiu L, et al. A fast dynamic evolutionary multiobjective algorithm via manifold transfer learning[J/OL]. IEEE Transactions on Cybernetics. (2020–05–20)[2020–11–02]. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9097186>.
- [66] Jiang M, Wang Z, Guo S, et al. Individual-based transfer learning for dynamic multiobjective optimization[J/OL]. IEEE Transactions on Cybernetics. (2020–09–18)[2020–11–15]. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9199822>.
- [67] Feng L, Zhou W, Liu W, et al. Solving dynamic multiobjective problem via autoencoding evolutionary search[J/OL]. IEEE Transactions on Cybernetics. (2020–10–01)[2020–11–15]. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9210737>.
- [68] Jiang M, Qiu L, Huang Z, et al. Dynamic multi-objective estimation of distribution algorithm based on domain adaptation and nonparametric estimation[J]. Information Sciences, 2018, 435: 203–223.
- [69] Jin Y C, Tang K, Yu X, et al. A framework for finding robust optimal solutions over time[J]. Memetic Computing, 2013, 5(1): 3–18.
- [70] Fu H B, Sendhoff B, Tang K, et al. Finding robust solutions to dynamic optimization problems[C]//Applications of Evolutionary Computation, 2013: DOI: 10.1007/978–3–642–37192–9–62.

- [71] Yazdani D, Nguyen T T, Branke J. Robust optimization over time by learning problem space characteristics[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018; 143 – 155.
- [72] Fu H, Sendhof B, Tang K, et al. Robust optimization over time: Problem difficulties and benchmark problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 19(5): 731 – 745.
- [73] Huang Y, Ding Y, Hao K, et al. A multi-objective approach to robust optimization over time considering switching cost[J]. Information Sciences, 2017, 394: 183 – 197.
- [74] Huang Y, Jin Y, Hao K. Decision-making and multi-objectivization for cost sensitive robust optimization over time[J]. Knowledge-Based Systems, 2020, 199: 105857.
- [75] Guo Y, Chen M, Fu H, et al. Find robust solutions over time by two-layer multi-objective optimization method[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2014: 1528 – 1535.
- [76] Guo Y, Cheng J, Luo S, et al. Robust dynamic multi-objective vehicle routing optimization method[J]. IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics, 2018, 15(6): 1891 – 1903.
- [77] Chen M, Guo Y, Liu H, et al. The evolutionary algorithm to find robust Pareto-optimal solutions over time[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015: 1 – 18.
- [78] Guo Y N, Yang H, Chen M R, et al. Grid-based dynamic robust multi-objective brain storm optimization algorithm[J]. Soft Computing, 2020, 24(10): 7395 – 7415.
- [79] Guo Y, Yang H, Chen M, et al. Ensemble prediction-based dynamic robust multi-objective optimization methods[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2019, 48: 156 – 171.
- [80] Schutze O, Esquivel X, Lara A, et al. Using the averaged Hausdorff distance as a performance measure in evolutionary multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2012, 16(4): 504 – 522.
- [81] Van Veldhuizen D A, Lamont G B. On measuring multiobjective evolutionary algorithm performance[C]//Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2000: 204 – 211.
- [82] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999, 3(4): 257 – 271.
- [83] Fernández-Rodríguez A, Fernández-Cardador A, Cucala A P. Balancing energy consumption and risk of delay in high speed trains: A three-objective real-time eco-driving algorithm with fuzzy parameters[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2018, 95: 652 – 678.
- [84] Eaton J, Yang S X, Gongora M. Ant colony optimization for simulated dynamic multi-objective railway junction rescheduling[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2017, 18(11): 2980 – 2992.
- [85] Yang C E, Ding J L. Constrained dynamic multi-objective evolutionary optimization for operational indices of beneficiation process[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2019, 30(7): 2701 – 2713.
- [86] Shen X N, Leandro L M, Naresh M, et al. A Q-learning-based memetic algorithm for multi-objective dynamic software project scheduling[J]. Information Science, 2017, 428: 1 – 29.

作者简介

郭一楠(1975 –), 女, 博士, 教授. 研究领域为智能优化与控制.

汤万宝(1996 –), 男, 硕士生. 研究领域为动态多目标优化.

陈国玉(1994 –), 男, 博士生. 研究领域为动态多目标优化.

巩敦卫(1970 –), 男, 博士, 教授. 研究领域为复杂优化问题进化求解.