信息与控制　　2024 年　第 53 卷　第 4 期：540 ~549
DOI：10.13976/j.cnki.xk.2024.3098　　文章编号：1002 －0411(2024) －04 －0540 －10

多变量系统的分散式补偿自抗扰控制方法与频域分析

刘雷伟[1]，何　婷[1]，王　佑[2]

1. 暨南大学国际能源学院能源电力研究中心，广东 珠海　519070；
2. 明阳智慧能源股份有限公司，广东 中山　528400

基金项目：广东省基础与应用基础研究基金项目(2021A1515110398)；暨南大学中央高校基本科研业务费项目(21621047)；中国博士后科学基金项目(2022M711344)
通信作者：何婷，heting@jnu.edu.cn
收稿/录用/修回：2023 －03 －29/2023 －06 －13/2023 －07 －18

摘要

为利用低阶控制器对热力系统中含有高阶大惯性环节的多变量对象进行控制，结合高阶补偿控制和分散式自抗扰控制提出了一种分散式补偿自抗扰控制方法。基于此，通过理论推导给出了系统的闭环传递函数，并根据多变量系统中的逆奈奎斯特阵列设计方法，定量分析了所提出的分散式补偿自抗扰控制与传统分散式控制方法的稳定区域大小。利用实例进行仿真实验，结果表明：分散式补偿自抗扰控制在稳定区域大小、动态性能和鲁棒性上均优于不具有补偿环节的传统分散式自抗扰控制，提高了低阶控制器控制高阶多变量系统的控制性能，有着良好的应用前景。

关键词

多变量系统
高阶大惯性
自抗扰控制
补偿结构
分散式解耦
逆奈奎斯特阵列

中图法分类号： TP273
文献标志码： A

Decentralized Compensated Active Disturbance Rejection Control Method and Frequency Domain Analysis for Multivariable Systems

LIU Leiwei[1], HE Ting[1], WANG You[2]

1. *Energy and Electricity Research Center*, *International Energy College*, *Jinan University*, *Zhuhai* 519070, *China*;
2. *Mingyang Smart Energy Co.*, *Ltd.*, *Zhongshan* 528400, *China*

Abstract

To control multivariable objects with high-order large inertia in a thermal system using a low-order controller, we propose a decentralized compensated active disturbance rejection control method by combining high-order compensation control and decentralized active disturbance rejection control. Consequently, we theoretically derive the closed-loop transfer function of the system. Using the inverse Nyquist array design method in the multivariable system, we quantitatively analyze the stability region size of the proposed decentralized compensated active disturbance rejection control and the conventional decentralized control method. The simulation results show that the decentralized compensated active disturbance rejection control is superior to the conventional decentralized active disturbance rejection control without compensation in terms of stability region size, dynamic performance, and robustness. It improves the control performance of a high-order multivariable system controlled by a low-order controller and has good application prospects.

Keywords

multivariable system;
higher order large inertia;
active disturbance rejection control (ADRC);
compensation structure;
decentralized decoupling;
inverse Nyquist array

0 引言

自抗扰控制(ADRC)将系统的外部干扰与内部动态不确定性视为总扰动，运用扩张状态观测器(extented statae observer, ESO)对总干扰进行实时观测，并通过反馈控制器进行补偿[1]。低阶的线性 ADRC 有着结构简单、鲁棒性能强、参数整定简单等优势[2]，在学界和工业界得到了广泛的关注。为实现低阶 ADRC 对时滞系统[3]和高阶系统[4]的控制，学界常采用输出预估、输入预估和输入补偿[5]等方法改进低阶 ADRC。然而在实际工业过程中，被控对象往往为系统中各回路之间相互耦合的多变量系统[6]，当其中含有高阶大惯性环节时，低阶 ADRC 控制这类高阶多变量系统将迎来很大的挑战。

针对高阶大惯性对象，有研究者提出了一种利用高阶系统模型信息进行补偿的自抗扰控制策略[7]，实现了低阶 ADRC 对高阶大惯性系统的良好控制。而对于多变量系统的耦合问题，学者们提出了分散控制、集中控制和解耦控制三种策略[8]。分散控制将多变量系统中各回路之间的耦合视为总干扰，将多变量系统视为独立的单变量系统进行控制，有着易于设计、调整和维护的优点[9]，但是其牺牲了一定的系统输出性能，不适用于耦合强的多变量系统。集中控制策略则是以系统复杂度和计算量为代价，通过相应的算法换取控制系统的高性能。而解耦控制则是运用解耦器将被控对象各回路之间的耦合作用削弱或消除，使得被控对象解耦为对角占优或对角的形式，再对各自独立回路的单变量对象进行控制器设计以达到满意的控制效果[10]。目前已有的解耦方法包括理想解耦[11]、简化解耦[12]、正规解耦[10, 13]、前馈补偿解耦[14]和逆解耦[15-16]等。分散式 ADRC 将回路之间的耦合视为扰动并为每条回路单独设计 ESO 进行观测。有研究者证明，这种方法对多变量系统具有近似等效逆解耦的效果，并且相较于普通的解耦控制策略有着更好的鲁棒性[17]，同时解决了集中控制策略计算量和系统复杂度大的问题，更有利于工程应用。分散式 ADRC 在一定程度上解决了回路之间的耦合问题，但是其采用的 ADRC 结构通常是低阶的，对于高阶多变量系统其控制效果往往不佳。

针对此问题，本文将分散式 ADRC 与低阶补偿 ADRC 相结合，提出了一种分散式补偿 ADRC 策略，同时给出了其系统结构与参数整定公式。为探究其是否改善了低阶分散式控制器对于高阶多变量系统的控制效果，本文根据分散式补偿 ADRC 的系统结构，推导出了其闭环传递函数。在此基础上，本文利用多变量系统中的逆奈奎斯特阵列设计方法，总结出了一种多变量控制系统的稳定区域定量分析方法，并将其运用在对分散式补偿 ADRC 的分析当中。最后，利用系统仿真实验和蒙特卡洛实验对分散式补偿 ADRC 的控制效果和鲁棒性能进行了检验。

1 算法介绍

1.1 自抗扰控制原理

考虑一个 1 阶系统：

$$\dot{y}=g(t, y, d)+bu \tag{1}$$

其中，u、y、d、b 分别表示系统的输入、输出、外部扰动和输入增益，$g(t, y, d)$ 表示系统中时变、扰动、动态不确定性等的综合。实际中输入增益的值可能是未知的，可定义 b_0 为输入增益的估计值，同时定义 $f=g+(b-b_0)u$ 为系统总扰动，包括系统的外部干扰和内部不确定性，则式(1)的模型可以转化为

$$\dot{y}=f+b_0u \tag{2}$$

定义 1 阶系统的状态向量为 $\boldsymbol{x}=[y]$，其只包含一个分量。为精准估计系统的总扰动 f，将其扩张为新的系统状态，令 $x_2=f$，所以系统的状态向量被扩张为 $\boldsymbol{x}=[x_1 \quad x_2]^{\mathrm{T}}=[y \quad f]^{\mathrm{T}}$。式(2)中的系统可描述为状态空间的形式：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}u+\boldsymbol{E}f\\ y=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}\end{cases} \tag{3}$$

其中，

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}, \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}b_0\\0\end{bmatrix}, \boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}, \boldsymbol{C}=[1 \quad 0] \tag{4}$$

针对式(3)中的系统，1 阶 ESO 的设计为

$$\dot{\boldsymbol{z}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{z}+\boldsymbol{B}u+\boldsymbol{L}(x_1-z_1) \tag{5}$$

其中，$\boldsymbol{z}=[z_1 \quad z_2]^{\mathrm{T}}$ 为状态向量的观测值，$\boldsymbol{L}=[\beta_1 \quad \beta_2]^{\mathrm{T}}$ 为观测器的增益向量。当 L 中的参数 β_1 和 β_2 整定合适时，$\boldsymbol{z}$ 中的观测值 z_1 和 z_2 分别跟踪系统输出 y 和总扰动 f。

对系统进行补偿的状态反馈控制律(state feedback control law, SFCL)设计为

$$u = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{z})/b_0 \tag{6}$$

其中，$\boldsymbol{r} = [r \quad \dot{r}]^{\mathrm{T}}$ 表示系统的输入参考信号，$\boldsymbol{K} = [k_{\mathrm{p}} \quad 1]$为控制器的增益向量，$k_{\mathrm{p}}$ 为控制器的反馈增益。因工业过程对象通常为常值调节系统，所以系统输入 r 可认为恒值，故 $\dot{r}=0$。

综上，1 阶 ADRC 的结构如图 1 所示。基于文[18]提出的带宽参数化方法，观测器增益设置为 $\beta_1 = 2\omega_{\mathrm{o}}$ 和 $\beta_2 = \omega_o^2$，因此 $\boldsymbol{A} - \boldsymbol{LC}$ 的所有特征值都位于 $-\omega_{\mathrm{o}}$ 处。同时，控制器增益确保矩阵 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ 的所有特征值都位于 $-\omega_{\mathrm{c}}$ 处，其中 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ 定义为

$$\begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{BK} \tag{7}$$

可以得到 $k_{\mathrm{p}} = \omega_{\mathrm{c}}$。因此，需整定的 ADRC 参数简化为输入增益的估计值 b_0、控制器带宽 ω_{c} 和观测器带宽 ω_{o}。

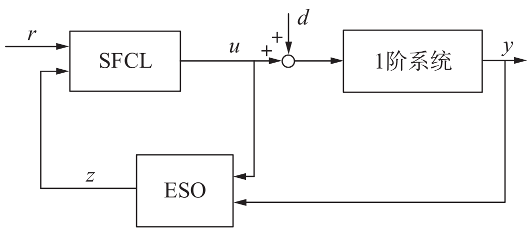


图 1 1 阶 ADRC 结构图

Fig.1 First-order ADRC structure diagram

1.2 补偿自抗扰控制器

在热工领域等实际应用中，被控对象常被识别成高阶大惯性系统：

$$G(s) = \frac{K}{(Ts+1)^n} \tag{8}$$

其中，K、T 和 n 分别为高阶对象的增益、时间常数和阶数。在实际工程中，应用最广泛的 ADRC 控制器通常是低阶的，而由于低阶 ESO 的阶次与高阶对象的阶次不匹配，所以其无法观测到被控对象所有阶次的状态信息，最终导致低阶 ADRC 对于高阶对象的控制效果不佳。为解决这一问题，针对 n 阶对象设计 m 阶补偿 ADRC 控制器。为了尽可能地观测到系统更多的状态信息，只需把观测到的系统补偿至与于 ADRC 的阶次一致即可，故补偿环节设置为

$$G_{\mathrm{cp}}(s) = \frac{1}{(Ts+1)^{n-m}} \tag{9}$$

虽然补偿后丢失了被控对象的部分高阶状态信息，但是由于观测到的系统与 ESO 的阶次相匹配了，ESO 的观测精度仍然获得了提高，所以补偿控制器能够得到更好的控制效果。加入补偿环节 G_{cp} 后系统的结构如图 2 所示，将其称为补偿 ADRC。

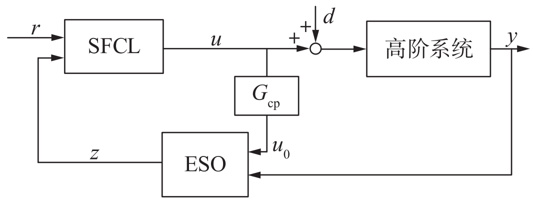


图 2 补偿 ADRC 结构图

Fig.2 Compensated ADRC structure diagram

补偿 ADRC 的参数整定方法为[7]：

1）利用机理建模或系统辨识方法将被控过程近似为 $G(s) = K/(Ts+1)^n$ 的形式；

2）选择所需的补偿 ADRC 控制器阶次 m，设计补偿环节 $G_{\mathrm{cp}}(s) = 1/(Ts+1)^{n-m}$；

3）计算各控制器参数：

$$\begin{cases} b_0 = \dfrac{K}{T^m} \\ \omega_{\mathrm{c}} = \dfrac{1}{T} \\ \omega_{\mathrm{o}} = t\omega_{\mathrm{c}},\ t \in [10,\ 100] \end{cases} \tag{10}$$

1.3 分散式补偿自抗扰控制器

1.3.1 问题描述

在多变量系统中，也存在着传递函数矩阵元素为高阶大惯性对象的情况。设 $\boldsymbol{Y} = [Y_1, Y_2, \cdots, Y_n]^{\mathrm{T}}$ 为系统输出向量；$\boldsymbol{R} = [R_1, R_2, \cdots, R_n]^{\mathrm{T}}$ 为系统输入向量；$\boldsymbol{G} = [G_{ij}]$为传递函数矩阵，$G_{ij}$表示输入 R_j 到输出 Y_i 的传递函数。$n \times n$ 阶多变量系统的输入输出与传递函数矩阵关系为

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \cdots & G_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix} \tag{11}$$

其中，主对角传递函数 $G_{ij}(i=j)$均辨识成式(8)类型的高阶大惯性对象。

1.3.2 系统结构

分散式 ADRC 将回路之间的耦合视为扰动，并分别对每条回路单独设计 ESO 进行观测。具体地，忽略系统传递函数矩阵中的非对角传递函数，针对回路 i 对应的对角传递函数 G_{ii}进行 ADRC 控制器设计，对每条回路的控制器设计完成之后，即完成

了对于多变量系统的分散式 ADRC 的设计。

对于系统传递函数矩阵中的对角传递函数为高阶大惯性环节的被控对象，考虑将补偿 ADRC 的设计方法应用在分散式 ADRC 当中。由于分散式 ADRC 各回路的设计是相互独立的，所以加入补偿环节后的控制器设计方法和参数整定过程还是与上文保持一致。称补偿 ADRC 与分散式 ADRC 结合后的控制方法为分散式补偿 ADRC，以 2×2 阶多变量系统为例，其结构如图 3 所示。图 3 中，G_{cp1}、G_{cp2} 分别为针对回路 1 和回路 2 设计的补偿环节；$\boldsymbol{U}=[U_1\quad U_2]^{\mathrm{T}}$ 为系统的控制量；$\boldsymbol{U}'=[U'_1\quad U'_2]^{\mathrm{T}}$ 为补偿后的广义控制量。

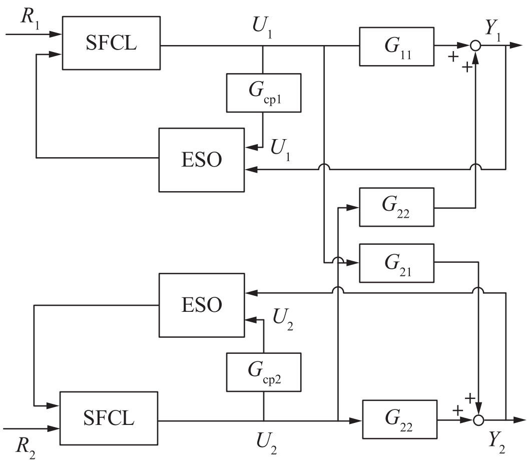


图 3　分散式补偿 ADRC 系统结构图

Fig.3　Structure diagram of decentralized compensated ADRC system

1.3.3　系统传递函数推导

为对分散式补偿 ADRC 进行理论分析，现推导其系统闭环传递函数。以 2×2 阶多变量系统的 1 阶分散式补偿 ADRC 控制器为例，推导整个系统的闭环传递函数。先讨论补偿 ADRC 的结构，由式(5)可得 ESO 的状态方程：

$$\begin{bmatrix}\dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\beta_1 & 1\\ -\beta_2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_0 & \beta_1\\ 0 & \beta_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_0\\ y\end{bmatrix} \tag{12}$$

式(12)中，u_0 为图 2 中的广义控制量。由于控制器为 1 阶，故式(9)中的 $m=1$，将补偿环节式(9)加入状态反馈控制律式(6)中，可得：

$$u_0=\frac{k_{\mathrm{p}}(r-z_1)-z_2}{b_0}\frac{1}{(Ts+1)^{n-1}} \tag{13}$$

将式(13)代入式(12)中，可得：

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}-\beta_1-\dfrac{k_{\mathrm{p}}}{(Ts+1)^{n-1}} & 1-\dfrac{1}{(Ts+1)^{n-1}}\\ -\beta_2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+\\ &\quad\begin{bmatrix}\dfrac{k_{\mathrm{p}}}{(Ts+1)^{n-1}} & \beta_1\\ 0 & \beta_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}r\\ y\end{bmatrix}\\ &=\boldsymbol{A}_{\mathrm{c}}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{c}}\begin{bmatrix}r\\ y\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{14}$$

其中，向量$[z_1\quad z_2]^{\mathrm{T}}$和$[r\quad y]^{\mathrm{T}}$的系数矩阵依次定义为 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{c}}$ 和 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{c}}$。将$[z_1\quad z_2]^{\mathrm{T}}$变换至等式左边，得到向量$[z_1\quad z_2]^{\mathrm{T}}$与$[r\quad y]^{\mathrm{T}}$之间的关系：

$$\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}=[s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{\mathrm{c}}]^{-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{c}}\begin{bmatrix}r\\ y\end{bmatrix} \tag{15}$$

式(15)中，$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵。利用线性系统的叠加原理，分别将式(15)中的 r 和 y 设置为 0，则可得到 z_1 和 z_2 分别用 y 和 r 表示的两组形式。将其代入控制律 $u=(k_{\mathrm{p}}(r-z_1)-z_2)/b_0$，分别得到系统控制量 u 与系统输出 y，系统控制量 u 和系统输入 r 之间的关系式：

$$\begin{cases}\dfrac{u(s)}{r(s)}=\dfrac{k_{\mathrm{p}}(s^2+\beta_1 s+\beta_2)}{b_0[s^2+\beta_1 s+k_{\mathrm{p}}s(Ts+1)^{1-n}+\beta_2-\beta_2(Ts+1)^{1-n}]}\\ \dfrac{u(s)}{y(s)}=-\dfrac{(k_{\mathrm{p}}\beta_1+\beta_2)s+k_p\beta_2}{b_0[s^2+\beta_1 s+k_{\mathrm{p}}s(Ts+1)^{1-n}+\beta_2-\beta_2(Ts+1)^{1-n}]}\end{cases} \tag{16}$$

ADRC 有图 4 所示的 2 自由度简化形式[17]。

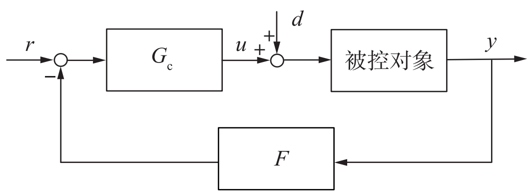


图 4　ADRC 的 2 自由度结构图

Fig.4　Two degree of freedom structure diagram of ADRC

由图 4 可知：

$$\begin{cases}G_{\mathrm{c}}(s)=\dfrac{u(s)}{r(s)}\\ F(s)=-\dfrac{r(s)}{y(s)}=-\dfrac{\dfrac{u(s)}{y(s)}}{\left(\dfrac{u(s)}{r(s)}\right)}\end{cases} \tag{17}$$

将式(16)代入式(17)可得：

$$\begin{cases} G_c(s)=\dfrac{k_p(s^2+\beta_1 s+\beta_2)}{b_0[s^2+\beta_1 s+k_p s(Ts+1)^{1-n}+\beta_2-\beta_2(Ts+1)^{1-n}]} \\ F(s)=\dfrac{(k_p\beta_1+\beta_2)s+k_p\beta_2}{k_p(s^2+\beta_1 s+\beta_2)} \end{cases} \tag{18}$$

系统中的每条回路均可按上述运算过程转化为2自由度的形式，其中除了带宽参数不同外，各条回路中的传递函数 G_c 与 F 的形式均相同，而带宽参数是运用上文所述的补偿ADRC参数整定方法分别对各自回路的对角传递函数整定得到的。简化后的系统结构如图5所示。

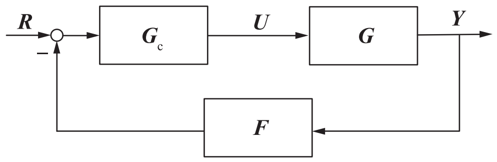


图5 分散式补偿ADRC系统2自由度结构图

Fig.5 Two degree of freedom structure diagram of decentralized compensated ADRC system

图5中的输入向量 $\boldsymbol{R}$、控制向量 $\boldsymbol{U}$ 和输出向量 $\boldsymbol{Y}$ 均为2维向量，且有矩阵：

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix},\ \boldsymbol{G}_c=\begin{bmatrix} G_{c1} & 0 \\ 0 & G_{c2} \end{bmatrix},\ \boldsymbol{F}=\begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_2 \end{bmatrix} \tag{19}$$

其中，$\boldsymbol{G}$ 为被控的2×2阶多变量系统矩阵，G_{ci} 和 F_i 表示将第 i 条回路中的控制器参数和对应的对角传递函数的参数代入式(18)计算得到的传递函数。根据图5可以求得分散式补偿ADRC控制多变量系统的闭环传递函数 $\boldsymbol{G}_d(s)$ 为

$$\boldsymbol{G}_d(s)=\frac{\boldsymbol{Y}(s)}{\boldsymbol{R}(s)}=(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{G}\boldsymbol{G}_c\boldsymbol{F})^{-1}\boldsymbol{G}\boldsymbol{G}_c \tag{20}$$

2 多变量系统的稳定区域判定

在多变量的频域分析方法中，逆奈奎斯特阵列设计方法得到了广泛的应用，而Gershgorin带和Ostrowski带是逆奈奎斯特阵列设计方法的基础。下面将分别介绍Gershgorin带和Ostrowski带，以及基于逆奈奎斯特阵列方法的稳定区域判定。

2.1 Gershgorin带与Ostrowski带

定义 $m\times m$ 阶复数矩阵 $\boldsymbol{A}_p$ 第 i 行的行估计值为

$$d_i=\sum_{j=1}^{m}|a_{ij}|,\ j\neq i \tag{21}$$

式中，$|a_{ij}|$ 表示矩阵 $\boldsymbol{A}_p$ 中第 i 行第 j 列的复数元的模。以矩阵 $\boldsymbol{A}_p$ 的对角元 a_{ii} 在复平面中的点为圆心，d_i 为半径作圆，称为矩阵 $\boldsymbol{A}_p$ 第 i 行的行Gershgorin圆。

对于 $m\times m$ 阶传递函数矩阵 $\boldsymbol{A}_p(s)$，其内部每个元素都是随 s 变化的。当 s 随着频率由小到大逐渐变化时，$\boldsymbol{A}_p(s)$ 的 m 个行Gershgorin圆也会随之发生变化，所以这些圆就会在复平面内扫出 m 条带状区域，称其为 $\boldsymbol{A}_p(s)$ 的行Gershgorin带。

若复数矩阵 $\boldsymbol{A}_p$ 为对角优势矩阵，定义 $\boldsymbol{A}_p$ 的第 i 行的行半径系数 θ_i 为

$$|a_{ij}|<\theta_i|a_{ii}| \tag{22}$$

定义 $\boldsymbol{A}_p$ 的第 i 行的行压缩因子为 φ_i，其值等于第 i 行外 $\boldsymbol{A}_p$ 的其他各行的行半径系数的最大值：

$$\varphi_i=\max_{j(j\neq i)}\{\theta_j\} \tag{23}$$

与Gershgorin圆的不同之处在于，Ostrowski圆的半径是在Gershgorin圆半径的基础上乘以了该行的压缩因子，即矩阵的第 i 行的Ostrowski圆的半径 $\hat{d}_i=\varphi_i d_i$。故对角优势矩阵的Ostrowski带通常是在Gershgorin带的内部。

2.2 基于Ostrowski带的稳定区域判定

考虑图6所示的多变量系统，其中，$\boldsymbol{Q}(s)$ 为前向通道的传递函数矩阵，$\boldsymbol{F}_c=\mathrm{diag}\{f_1, f_2, \cdots, f_m\}$ 为反馈增益矩阵且各 f_i 为非零实常数。

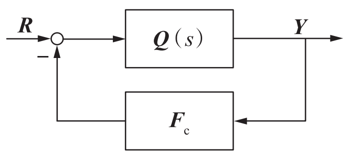


图6 多变量系统结构图

Fig.6 Structure diagram of multivariable system

若开环系统稳定且 $\boldsymbol{Q}(s)$ 的逆矩阵 $\hat{\boldsymbol{Q}}(s)$ 每行的行Ostrowski带既不含每行对应的反馈增益矩阵 $\boldsymbol{F}_c$ 中的 $-f_i$ 点，也不包围 $-f_i$ 点，则闭环系统稳定[19]。

通常反馈增益矩阵 $\boldsymbol{F}_c$ 中 f_i 数值的选择是在逆奈奎斯特阵列设计过程的最后一步：在设计完成整个前向通道后，画出 $\hat{\boldsymbol{Q}}(s)$ 的Ostrowski带，根据其与负实轴的交点中离原点较近的点到原点的距离确定 f_i 的选择范围。根据上述稳定判据条件可知，该交点距离原点的位置越远，使系统稳定的反馈增益参数的选择区域就越大，即稳定区域越大。延伸这一思路，可以将此稳定区域大小的判定方法运用在对其他多变量系统设计方法的分析当中。

对于其他的多变量系统设计方法，系统设计的完成就意味着系统解耦的完成，即系统的闭环传递函数矩阵 $\boldsymbol{G}_d(s)$ 转化为了对角优势矩阵，故可以画出 $\boldsymbol{G}_d(s)$ 逆矩阵的 Ostrowski 带。依据不同系统逆矩阵的 Ostrowski 带就可以直观地对比使用不同方法设计系统的稳定区域大小，即可从稳定区域大小的角度定量分析不同设计方法的性能优劣。

3　仿真实例

3.1　中速磨煤机多变量系统模型

考虑中速磨煤机系统模型[20]：

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{(20s+1)^3} & \dfrac{1}{(25s+1)^3} \\ \dfrac{1}{(80s+1)^3} & \dfrac{-1}{(60s+1)^3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

分别使用分散式 ADRC 和分散式补偿 ADRC 对其进行控制，两种控制器的阶次均选择 1 阶。由于分散式 ADRC 本身就具有逆解耦能力，所以直接忽略被控对象的非对角传递函数，根据对角传递函数分别设定回路 1（$R_1 \to Y_1$）和回路 2（$R_2 \to Y_2$）的控制器参数。对于分散式补偿 ADRC，设计回路 1 的补偿环节为 $G_{cp1}=1/(20s+1)^2$，设计回路 2 的补偿环节为 $G_{cp2}=1/(60s+1)^2$，再运用补偿 ADRC 的参数整定方法计算和调整得到控制器参数。两种方法的控制器参数如表 1 所示。

表 1　控制系统参数

Tab.1　Control system parameters

控制系统	回路	b_0	ω_c	ω_o
分散式 ADRC	回路 1	0.192 7	0.029 1	1.164 0
	回路 2	−0.064 2	0.009 7	0.038 8
分散式补偿 ADRC	回路 1	0.050 0	0.050 0	0.500 0
	回路 2	−0.031 3	0.016 7	0.167 0

依据上文推导的系统传递函数，分别绘制分散式 ADRC 与分散式补偿 ADRC 两种方法的系统逆矩阵 Ostrowski 带，如图 7 所示。

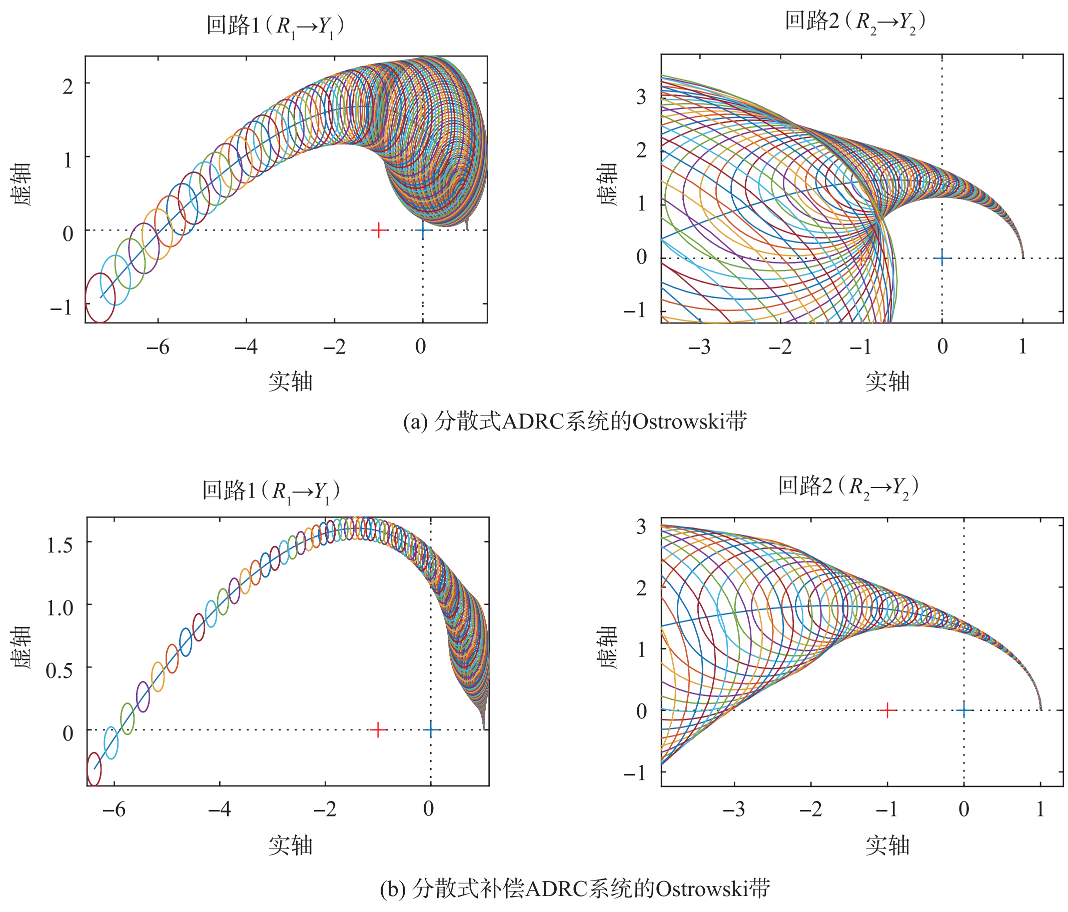


图 7　分散式 ADRC 和分散式补偿 ADRC 的 Ostrowski 带

Fig.7　Ostrowski bands of decentralized ADRC and decentralized compensated ADRC

以此 Ostrowski 带为据绘制出两个系统的稳定区域，如图 8 所示。由图 8 可以看出，分散式补偿 ADRC 的稳定区域大于分散式 ADRC，说明分散式补偿 ADRC 对于高阶多变量系统有着更好的控制效果。

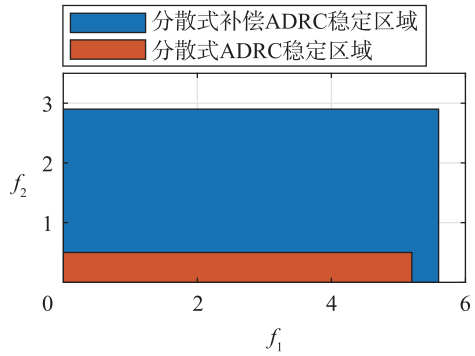


图 8　系统稳定区域对比图

Fig.8　Comparison map of the system stability region

进行阶跃扰动实验，得到分散式 ADRC 和分散式补偿 ADRC 的控制效果如图 9 所示。由图可以看出，相比于分散式 ADRC，分散式补偿 ADRC 对于两条回路都具有更好的控制效果。

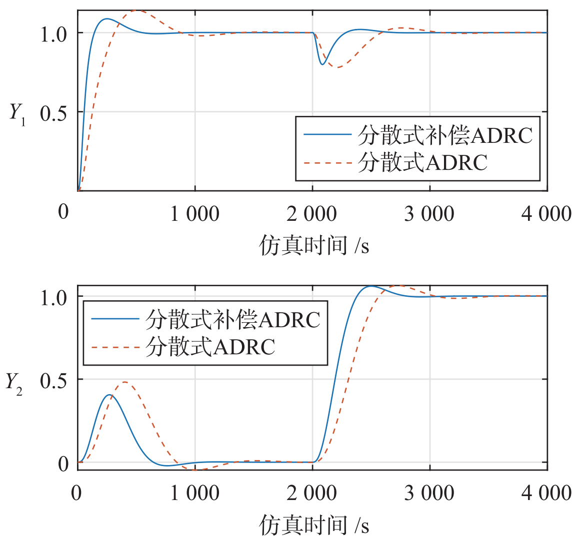
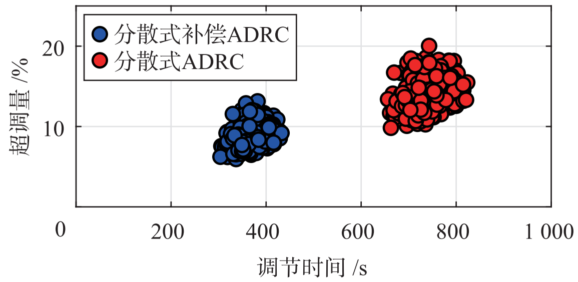


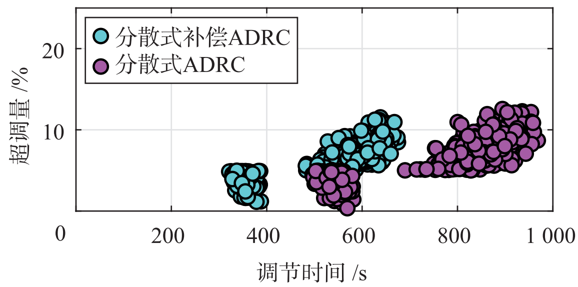
图 9　分散式 ADRC 和分散式补偿 ADRC 控制效果对比

Fig.9　Comparison of control effect between decentralized ADRC and decentralized compensated ADRC

为分析在被控对象模型发生变化时两种方法的鲁棒性能，运用蒙特卡洛算法进行随机实验。在保持控制器参数不变的前提下，被控对象的每个传递函数中的时间常数 T 和增益 K 在 90% ~110% 的范围内发生摄动，进行 500 次仿真实验，分别记录两条回路中设定值跟踪的超调量与调节时间。仿真结果如图 10 所示。图中的点越靠近原点就拥有更好的动态性能，而同类型的点越集中表示该控制方法的鲁棒性能更强。由图中结果可知，在被控对象的参数发生摄动时，分散式补偿 ADRC 的性能散点图分布范围更小，并更靠近坐标轴右下方，即分散式补偿 ADRC 拥有更好的动态性能和鲁棒性。



(a) 回路1阶跃响应



(b) 回路2阶跃响应

图 10　分散式 ADRC 与分散式补偿 ADRC 蒙特卡洛实验图

Fig.10　Monte Carlo experiment diagram of decentralized ADRC and decentralized compensated ADRC

3.2　气体流量装置系统模型

考虑气体流量装置实验管路流量、压力耦合系统模型[21]。系统的输入为两个调节阀的给定电流 I_1 和 I_2，输出为管道的流量 Q_m 和压力 p。该系统为一个 2 输入 2 输出系统：

$$
\begin{bmatrix} Q_m \\ p \end{bmatrix}
= \begin{bmatrix} G_{Q_m I_1} & G_{Q_m I_2} \\ G_{p I_1} & G_{p I_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}
= \begin{bmatrix} \dfrac{48.252}{0.36s^2+0.916\ 3s+1} & \dfrac{55.913}{0.348\ 9s^2+0.905s+1} \\ \dfrac{54.55}{0.089\ 4s^2+0.425\ 8s+1} & \dfrac{-70.429}{0.084s^2+0.525\ 4s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}
$$

为对其进行控制器设计，运用文[17]的近似方法，将系统传递函数矩阵中的主对角传递函数近似

为高阶大惯性环节：

$$G_{Q_m l_1} \approx \frac{48.252}{(0.336s+1)^3},\ G_{pl_2} \approx \frac{-70.429}{(0.178s+1)^3}$$

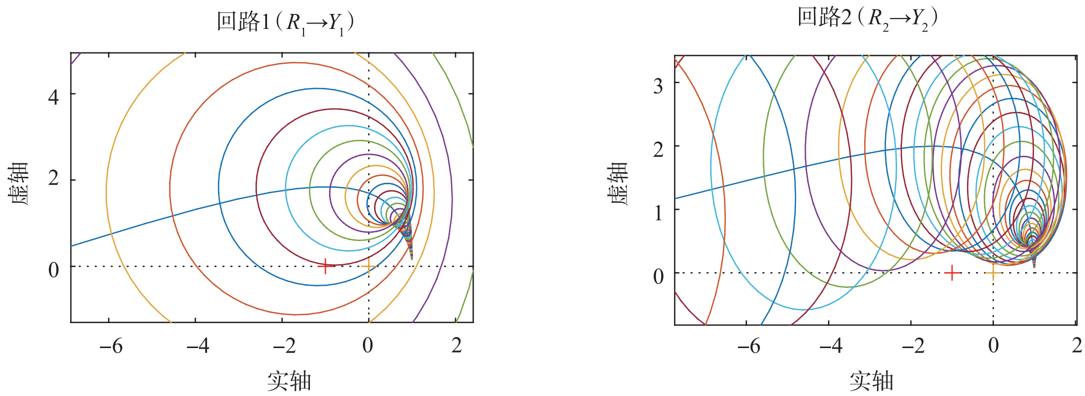
故 1 阶分散式补偿 ADRC 的两个补偿环节分别为 $G_{cp1}=1/(0.336s+1)^2$ 和 $G_{cp2}=1/(0.178s+1)^2$。根据参数整定方法得到两个控制器参数如表 2 所示。

系统设计完成后，分别绘制两种方法的系统传递函数逆矩阵 Ostrowski，如图 11 所示。

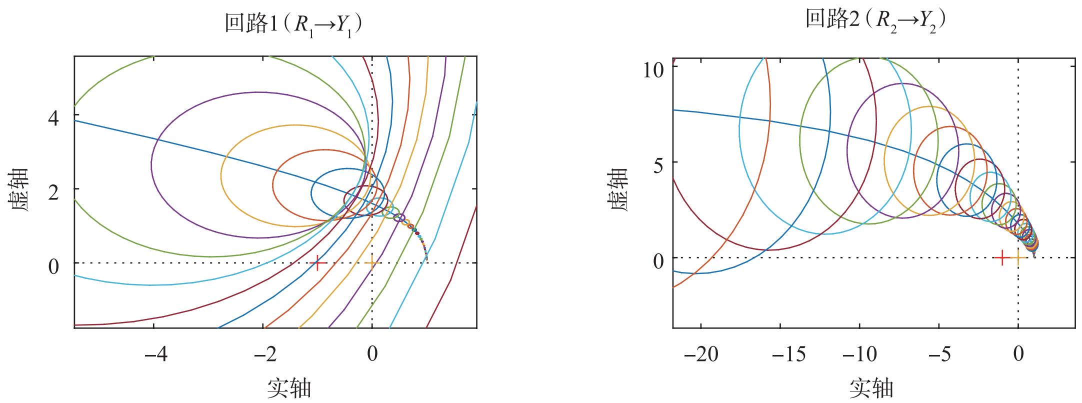
表 2　不同控制器的控制参数

Tab.2　Control parameters of different controllers

控制系统	回路	b_0	ω_c	ω_o
分散式 ADRC	回路 1	553	1.73	6.92
	回路 2	1 525	3.27	13.1
分散式补偿 ADRC	回路 1	209	2.98	29.8
	回路 2	−272	5.62	56.2



(a) 分散式ADRC系统的Ostrowski带



(b) 分散式补偿ADRC系统的Ostrowski带

图 11　不同控制方法的 Ostrowski 带

Fig.11　Ostrowski band with different control methods

由图 11 可知，相较于分散式 ADRC，分散式补偿 ADRC 对角传递函数的奈奎斯特曲线都有所抬高，且 Ostrowski 圆都有所缩小，这就使得其 Ostrowski 带与负实轴的交点往左移动，说明分散式补偿 ADRC 的对角优势更加明显且拥有更大的稳定区域。分别绘制两个系统的稳定区域如图 12 所示，其中分散式补偿 ADRC 在两条回路中都拥有更大的稳定区域。

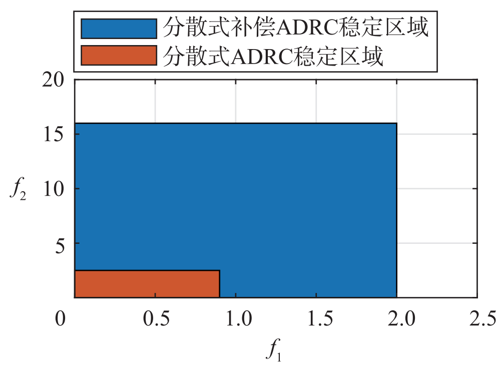


图 12　不同控制方法的的稳定区域

Fig.12　The stability region of different control methods

进行阶跃扰动实验，得到两种控制方法的控制效果如图 13 所示。可以看到，分散式补偿 ADRC

的响应更快，并且其对于回路之间耦合的抑制作用也要强于分散式 ADRC。

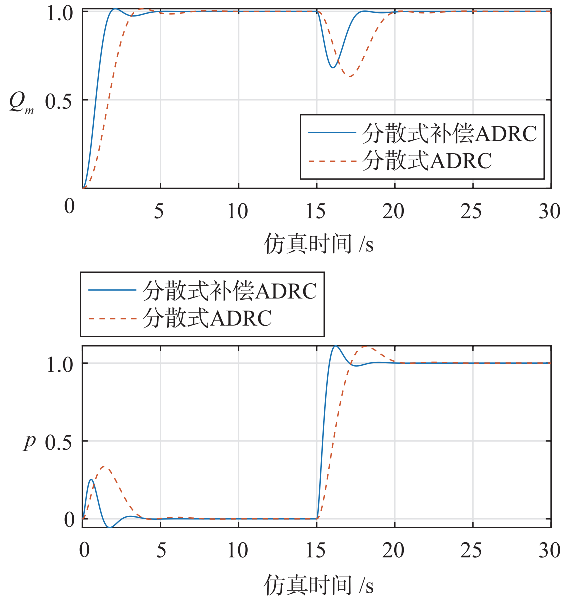


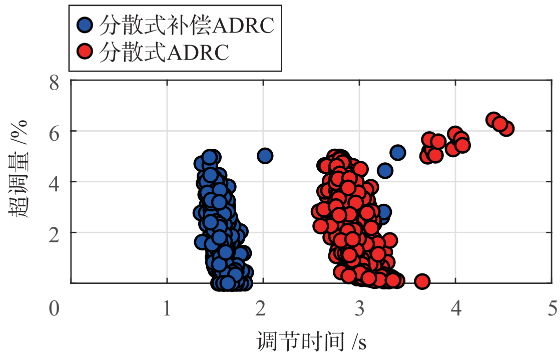
图 13　不同控制器控制效果对比

Fig.13　Comparison of control effect of different controllers

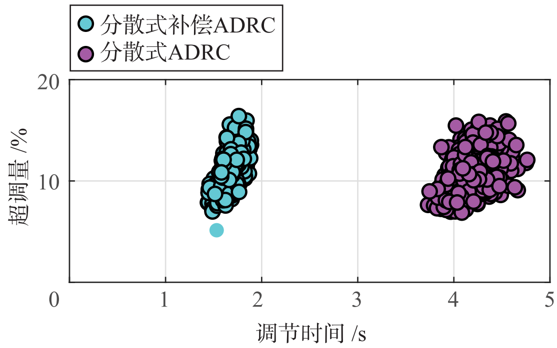
进行蒙特卡洛随机实验，保持各控制器的参数不变，使气体流量模型矩阵中的各个传递函数中的参数在 90% ～110% 的范围内发生摄动，得到仿真结果如图 14 所示。可以发现分散式补偿 ADRC 在被控模型发生扰动的时候拥有更好的动态性能。且在两条回路当中，分散式补偿 ADRC 的各点相较于分散式 ADRC 的各点均更加集中，说明分散式补偿 ADRC 有着更强的鲁棒性。

4　结论

本文针对所提出的分散式补偿 ADRC，通过理论分析得到了该方法控制多变量系统的闭环传递函数，并将多变量控制系统设计方法中的逆奈奎斯特阵列法应用在了系统的稳定区域大小的定量分析当中。通过实例仿真发现，在加入补偿环节后，分散式补偿 ADRC 在使用低阶控制器的情况下对高阶多变量系统有着更好的控制效果，其动态性能和鲁棒性能均优于分散式 ADRC。



(a) 回路1阶跃响应



(b) 回路2阶跃响应

图 14　不同控制方法的蒙特卡洛实验

Fig.14　Monte Carlo experiments with different control methods

参考文献

[1] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900 –906.

[2] XUE W C, CHEN S, ZHAO C, et al. On integrating uncertainty estimator into PI control for a class of nonlinear uncertain systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(7): 3409 – 3416.

[3] 韩京清. 时滞对象的自抗扰控制[J]. 控制工程, 2008, 15(S1): 7 – 18.
HAN J Q. Auto-disturbances rejection control for time-delay systems[J]. Control Engineering of China, 2008, 15(S1): 7 – 18.

[4] 吴振龙. 热力系统鲁棒自抗扰控制设计[D]. 北京: 清华大学, 2020.
WU Z L. Robust active disturbance rejection control design for thermal system[D]. Beijing: Tsinghua University, 2020.

[5] 王丽君, 李擎, 童朝南, 等. 时滞系统的自抗扰控制综述[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1521 – 1533.
WANG L J, LI Q, TONG C N, et al. Overview of active disturbance rejection control for systems with time-delay[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(12): 1521 – 1533.

[6] 肖友刚, 卢浩, 王辉堤, 等. 一类非线性 MIMO 系统的自解耦控制[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2020, 52(9): 129 – 136.

XIAO Y G, LU H, WNAG H T, et al. Self-decoupling control for a class of nonlinear MIMO systems[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020, 52(9): 129 - 136.

[7] 王佑，吴振龙，薛亚丽，等. 高阶大惯性系统的线性自抗扰控制器设计[J]. 控制与决策，2022，38(4)：999 - 1007.
WANG Y, WU Z L, XUE Y L, et al. Design of linear active disturbance rejection controller for high order large inertia system [J]. Control and Decision, 2022, 38(4): 999 - 1007.

[8] 董君伊. 基于逆解耦的多变量热工过程自抗扰控制研究[D]. 北京：清华大学，2014.
DONG J Y. Inverted decoupling control for multivariable thermal processes[D]. Beijing: Tsinghua University, 2014.

[9] MAGHADE D K, PATRE B M. Decentralized PI/PID controllers based on gain and phase margin specifications for TITO processes[J]. ISA Transactions, 2012, 51: 550 - 558.

[10] CAI W J, Ni W, HE M J, et al. Normalized decoupling - A new approach for MIMO process control system design[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2008, 47: 7347 - 7356.

[11] WADE H L. Inverted decoupling: A neglected technique[J]. ISA Transactions, 1997, 36(1): 3 - 10.

[12] TAVAKOLI S, GRIFFIN I, FLEMING P J. Tuning of decentralised PI (PID) controllers for TITO processes[J]. Control Engineering Practice, 2006, 14: 1069 - 1080.

[13] SHEN Y L, CAI W J, LI S Y. Normalized decoupling control for high-dimensional MIMO processes for application in room temperature control HVAC systems[J]. Control Engineering Practice. 2010, 18: 652 - 664.

[14] 陈子珍，阎威武. 多变量解耦控制系统设计与仿真[J]. 控制工程，2014，21：93 - 99.
CHEN Z Z, YAN W W. Design and simulation of multi-variable decoupling control system[J]. Control Engineering of China, 2014, 21: 93 - 99.

[15] 程赟，陈增强，孙明玮，等. 多变量逆解耦自抗扰控制及其在精馏塔过程中的应用[J]. 自动化学报，2017，43(6)：1080 - 1088.
CHENG Y, CHEN Z Q, SUN M W, et al. Multivariable inverted decoupling active disturbance rejection control and its application to a distillation column process[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(6): 1080 - 1088.

[16] GARRIDO J, VAZQUEZ F, MORILLA F. An extended approach of inverted decoupling[J]. Journal of Process Control, 2011, 21: 55 - 68.

[17] 何婷. 自抗扰控制设计及其在热能系统中的应用[D]. 北京：清华大学，2019.
HE T. Active disturbance rejection control design and application in thermal energy system[D]. Beijing: Tsinghua University, 2019.

[18] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning[C/OL]//The American Control Conference. Piscataway, USA: IEEE, 2003[2023 - 01 - 20]. https://ieeexplore.ieee.org/document/1242516. DOI: 10.1109/ACC.2003.1242516.

[19] 高黛陵，吴麒. 多变量频域控制理论[M]. 北京，清华大学出版社，1998：84 - 94.
GAO D L, WU Q. Multivariable frequency domain control theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998: 84 - 94.

[20] 崔婷婷，刘西陲，沈炯. 基于 PID 的中速磨煤机多变量解耦控制[J]. 工业控制计算机，2018，31(4)：21 - 23.
CUI T T, LIU X C, SHEN J. Multivariable decoupling control of medium speed pulverizer based on PID control[J]. Industrial Control Computer, 2018, 31(4): 21 - 23.

[21] 赵越，孙立军，吴瑕，等. 多变量解耦自抗扰控制在气体流量装置中的应用[J]. 化工学报，2017，68(9)：3482 - 3493.
ZHAO Y, SUN L J, WU X, et al. Active disturbance rejection control on gas flow equipment by multivariable decoupling algorithm[J]. CIESC Journal, 2017, 68(9): 3482 - 3493.

作者简介

刘雷伟(1998 -)，男，硕士生。研究领域为系统仿真建模及自抗扰控制。

何　婷(1992 -)，女，博士，副教授。研究领域为自抗扰控制理论及其工程化应用。

王　佑(1997 -)，男，硕士。研究领域为热能动力系统仿真建模与控制。