

工业机器人轨迹规划的研究方法综述

曹锦旗, 韩雪松

天津大学机械工程学院, 天津 300354

基金项目: 天津市科技重大专项(18ZXRHNC00130)

通信作者: 韩雪松, hanxuesongphd@126.com 收稿/录用/修回: 2023-10-19/2024-01-19/2024-03-19

摘要

工业机器人以其工作效率高、生产质量高、对环境的适应性较好等优点,在现代生产中得到广泛应用。轨迹规划的研究是工业机器人运动控制的基础,直接决定其工作质量。为了系统全面地了解工业机器人轨迹规划的研究方法,本文首先根据不同的规划空间和优化目标对现有的各种研究方法进行分类;然后介绍了直线、圆弧、多项式曲线等基本轨迹的特点和适用场合,并且分析和讨论了对时间、冲击、能耗进行优化的方法以及目前存在的问题和不足;最后指出了基于实际工况的多目标最优轨迹规划、基于机器学习的轨迹规划、多机器人的轨迹规划、轨迹规划中的动态避障、基于智能感知的实时轨迹规划、基于虚拟现实技术的轨迹规划等将是工业机器人轨迹规划研究的发展趋势。

关键词

工业机器人
基本轨迹规划
最优轨迹规划
中图法分类号: TP242.2
文献标志码: A

Review of Research Methods for Industrial Robot Trajectory Planning

CAO Jinqi, HAN Xuesong

School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300354, China

Abstract

Industrial robots have been popularly used in modern production because of the advantages of high efficiency, high production quality, and satisfactory environmental adaptability. The research on trajectory planning is the pillar of motion control for industrial robots and directly controls their work quality. To comprehend the research techniques of industrial robot trajectory planning thoroughly, first, various existing research methods are categorized according to diverse planning spaces and optimization goals. Second, the characteristics and applicable fields of basic trajectories, such as lines, arcs, and polynomial curves, are presented, and the methods for optimizing time, effect, and energy consumption, as well as the present challenges and limitations, are examined and elaborated. Lastly, the conclusion is that multiobjective optimal trajectory planning based on actual working conditions, machine-learning-based trajectory planning, multirobot trajectory planning, dynamic obstacle avoidance in trajectory planning, real-time trajectory planning based on intelligent perception, and trajectory planning based on virtual reality technology will be the development trends of industrial robot trajectory planning research.

Keywords

industrial robot;
basic trajectory planning;
optimal trajectory planning;

0 引言

在智能化时代的大背景下,通过大量的生产实践证明,工业机器人对于提高自动化生产水平,提高生产效率、生产质量及经济效益,改善劳动工人的生产条件,起着至关重要的作用^[1]。随着世界智能制造行业的快速发展,工业机器人的发展得到进一步提升,现已广泛应用于焊接、搬运、码垛、涂装、机械加工等行业^[2-4]。

工业机器人是一种具备编程能力,可以根据所编写的程序来控制末端执行器去完成任务的机器,一般形式为多轴机械臂,在程序的控制下,它可以在3维空间内平移和旋转。由于工业机器人的多变量、非线性、控制较复杂等特征,并且易受工作环境的影响,因此对运动控制的研究一直是工业机器人的研究重点和难点。轨迹规划是工业机器人运动控制的基础,将直接影响其运动稳定、工作效率及能量损耗^[5]。

工业机器人的轨迹规划是指:已知作业任务的要求,在笛卡儿空间或者关节空间内规划出机器人末端的运行轨迹,也就是要建立机器人在运动过程中时间与空间的函数关系,在轨迹规划上,还要考虑到机器人的性能。所以,工业机器人的轨迹规划一般表示为位移、速度、加速度等运动量关于时间的函数,该函数可以精确地描述工业机器人在任意时间的位置信息和姿态信息^[6]。工业机器人轨迹规划的一般流程如图1所示。

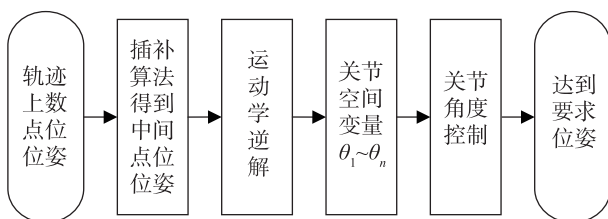


图1 轨迹规划的常规流程

Fig.1 Conventional process of trajectory planning

在轨迹规划的过程中,通常需要根据工作要求和已知的点位信息,来选择合适的插值曲线:如果是点对点运动轨迹规划,如物料搬运、装配、加工等,则一般选择直线、多项式曲线、S型曲线作为插值曲线;如果是连续路径轨迹规划,如自动化装配、焊接、喷涂等,则一般选择圆弧、B样条曲线作

为插值曲线。之后,再通过对机器人求运动学逆解来得到各关节变量,将关节变量发送至控制器以控制各关节运动到要求位姿。

此外,在对机器人轨迹规划的过程中,还需综合考虑生产效率、能耗、安全性和操作要求等因素来寻找最佳的运动轨迹,以提高工业机器人的生产效率、精度和安全性。现有对工业机器人最佳的运动轨迹研究主要围绕时间最优、冲击最优、能耗最优及多目标优化四个方面进行。在寻找最优轨迹的过程中,还需考虑避障、机械振动、冲击、运动平稳性等因素。

轨迹规划可以提高机器人的生产效率、降低机器人的生产成本、延长机器人的使用寿命,因此工业机器人轨迹规划的研究一直是国内外许多学者研究的重要方向^[7-8]。自工业机器人问世以来,工业机器人轨迹规划研究取得了重大成果和突破。为了了解和掌握工业机器人轨迹规划的研究现状和研究方法,本文对不同轨迹规划方法进行分类总结,分析不同方法的特点。在此基础上,指出工业机器人轨迹规划的研究发展趋势,为今后的研究提供一定的参考。

1 轨迹规划方法的分类

1.1 基于规划空间的分类

如果以规划变量的求解空间作为分类依据,那么工业机器人的轨迹规划将分为笛卡儿空间轨迹规划和关节空间轨迹规划^[9]。

笛卡儿空间轨迹规划是指在笛卡儿坐标系中规划运动轨迹,使得机器人或其他运动系统能够在给定的起始点和目标点之间执行运动。在笛卡儿坐标系中,位置用坐标 (x, y, z) 来表示,规划轨迹就是确定这些坐标随时间的变化。笛卡儿空间轨迹规划的对象一般是工业机器人末端执行器的运动量,如位移、速度、加速度等,这些运动量可以直观清楚地反映出机器人末端执行器的运动情况^[10]。但是,一般还需要通过求运动学逆解来得到机器人关节的运动信息,才可作为机器人运动的输入量。

关节空间轨迹规划是指在机器人或运动系统的关节空间中规划运动轨迹,即确定各个关节角度随时间的变化,以实现所需的运动任务。相比于笛卡儿空间轨迹规划,关节空间轨迹规划更加直接,能够更精确地控制机器人的运动。关节空间轨迹规划

的对象是机器人的关节变量、关节角速度、关节角加速度等运动量, 因此关节空间轨迹规划所求得运动信息可以直接作为机器人运动的输入量, 不必进行求运动学逆解, 可以减少轨迹规划的工作量和计算时间^[11-12]。但是, 关节空间轨迹规划并不能直观地体现出机器人末端执行器的运动轨迹, 也未对其运动轨迹施加约束。

笛卡儿空间与关节空间的轨迹规划的特点对比与适用场合如表 1 所示。需要注意的是, 对于不同的应用场景和任务需求, 可能需要结合具体情况来选择合适的轨迹规划方法和算法, 以满足实际的需求^[13]。为了便于使用, 目前的机器人通常采用关节空间轨迹规划, 只有当机器人的末端轨迹有特殊要求时才采用笛卡儿空间轨迹规划^[14]。

表 1 笛卡儿空间与关节空间轨迹规划性能特点比较

Tab.1 Comparison of trajectory planning performance characteristics between Cartesian space and joint space

规划空间	优点	缺点	适用场景
笛卡儿空间	直观, 能够直接看到机器人末端运动轨迹; 末端轨迹精度高、重复性好、可移植性好; 可以与传感器数据、碰撞检测和路径规划等算法相结合, 实现复杂环境下的运动规划和避障	求逆解次数多、计算量大; 可能存在奇异点, 导致关节速度失控	对机器人末端路径有特殊要求且精度要求高, 如喷涂机器人、弧焊机器人
关节空间	计算简单、省时, 计算量小; 不会发生奇异现象; 可以直接控制机器人的关节角度, 实现精确的运动控制	所得轨迹不够直观; 机器人末端轨迹存在误差	对机器人末端运动轨迹无特殊要求的场景, 如点焊机器人

1.2 基于优化目标的分类

如果以是否采用优化算法从而寻求最优轨迹作为分类依据, 那么工业机器人的轨迹规划方法将分为基本轨迹规划方法和最优轨迹规划方法^[15]。

基本轨迹规划是一种简单直接的运动规划方法, 通常使用插值来生成运动轨迹, 常用的插值曲线有直线、圆弧、多项式曲线、S 型曲线、B 样条曲线等^[16]。基本轨迹规划适用于简单的运动任务和环境, 不涉及复杂的约束条件或优化目标, 常用于快速生成运动轨迹的基本规划^[17]。

最优轨迹规划是在给定约束条件下来寻找最优解的运动规划方法, 通常涉及目标函数和优化算法, 通常有 3 个优化目标: 时间、冲击和能耗^[18]。最优轨迹规划方法更加的复杂且计算密集, 通常需要考虑系统的动力学模型、约束条件和目标函数的选择, 适用于需要考虑运动质量、能耗、时间最优等优化目标的复杂运动任务。常用于工业机器人、自动驾驶车辆等需要高效运动控制的领域^[19-20]。

基于优化目标的轨迹规划方法分类如图 2 所示。近年来, 由于对工业机器人工作质量要求的提高, 一般都需在做完基本轨迹规划后, 通过智能算法来寻求最优轨迹。

2 基本轨迹规划方法

如果以机器人的末端轨迹是否连续作为分类依

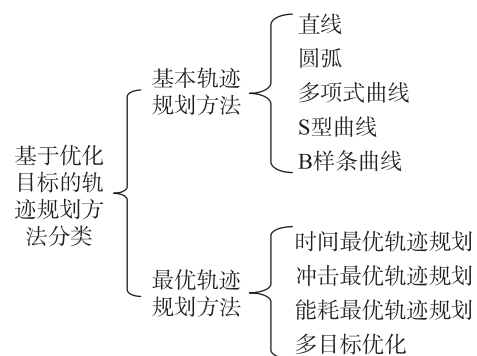


图 2 基于优化目标的轨迹规划方法分类

Fig.2 Classification of trajectory planning methods based on optimization objectives

据, 那么工业机器人的基本轨迹规划方法可以分为点到点运动轨迹规划和连续路径轨迹规划^[21]。点到点运动轨迹规划通过规划系统从一个点到另一个点的运动轨迹来实现目标, 适用于需要从一个固定的起始点到达目标点的简单运动任务, 如机械臂从初始位置移动到指定位置的操作。连续路径轨迹规划是在运动系统的连续路径上进行规划, 通过插值或优化技术生成平滑的运动轨迹, 适用于需要运动系统在连续路径上进行运动的任务, 如曲线运动、圆弧运动或自由度连续变化的运动^[22]。

2.1 点到点运动轨迹规划

在工业机器人中, 点到点运动轨迹规划是一种

常见的轨迹规划方法,用于实现从一个点到另一个点的平滑运动。它适用于那些需要机器人在不同位置之间进行准确定位的任务,如物料搬运、装配、加工等^[23]。工业机器人的点到点运动轨迹规划通常采用的插值曲线有:直线、多项式曲线、S型曲线等。

2.1.1 直线轨迹规划

直线轨迹规划是一种常见的运动规划方法,用于确定系统在笛卡儿空间中沿直线路径运动的轨迹。直线轨迹规划一般采用将归一化后的直线等距或等时插补得到,其插补算法为

$$\begin{cases} x = x_0 + \lambda(x_n - x_0) \\ y = y_0 + \lambda(y_n - y_0) \\ z = z_0 + \lambda(z_n - z_0) \\ \alpha = \alpha_0 + \lambda(\alpha_n - \alpha_0) \\ \beta = \beta_0 + \lambda(\beta_n - \beta_0) \\ \gamma = \gamma_0 + \lambda(\gamma_n - \gamma_0) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $x_0, y_0, z_0, \alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ 为机器人末端的初始位姿; $x_n, y_n, z_n, \alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ 为机器人末端的终止位姿; λ 为归一化算子,其轨迹即为初始点到终止点的直线。

在规划工业机器人的直线轨迹时,系统中的起始位置和目标位置用齐次变换矩阵表示,工作点用线段插值,直线之间用抛物线平滑过渡。为了保证机器人末端直线运动的连续性,国内外研究人员提出了直线加减速的规划方法。其位置、速度、加速度曲线如图3所示。

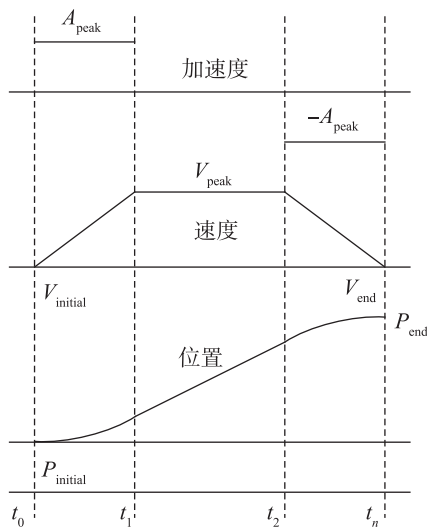


图3 直线加减速规划位置、速度、加速度曲线
Fig.3 The position, speed, and acceleration curves of linear acceleration and deceleration planning

从图3中可以看出,该方法包括3个阶段:加速阶段、匀速阶段和减速阶段^[24]:

1) 加速阶段:在 $t_0 \sim t_1$ 阶段,机器人末端的加速度为 A_{peak} 且保持恒定,速度由 V_{initial} 增加至 V_{peak} ,机器人末端从初始位置 P_{initial} 开始运行。

2) 匀速阶段:在 $t_1 \sim t_2$ 阶段,机器人末端的加速度为0,以 V_{peak} 稳定运行。

3) 减速阶段:在 $t_2 \sim t_n$ 阶段,机器人末端的加速度为 $-A_{\text{peak}}$ 且保持恒定,速度由 V_{peak} 减小至 V_{initial} ,机器人末端刚好运动至目标位置 P_{end} 。

这种规划方法可以确保机器人在直线运动过程中平滑地加速和减速,避免突然变化和冲击,提高运动的质量和精度。需要注意的是,直线加减速轨迹规划仅适用于简单直线运动的情况^[25]。在复杂的路径规划中,可能需要考虑更复杂的插值方法和优化算法,以实现平滑轨迹和避开障碍物。

2.1.2 多项式曲线轨迹规划

多项式曲线轨迹规划是一种常见的轨迹规划方法,它使用多项式函数来描述机器人或移动物体的轨迹,这种方法通常用于生成平滑的、连续的轨迹,具有良好的运动控制性能。多项式曲线轨迹规划的基本思想是根据运动约束条件,通过选择适当的多项式函数来表示轨迹,然后确定多项式的系数以满足约束条件,通常采用的插值函数为3次到7次多项式,如果次数过高,将会在插值区两端出现振动,也就是龙格现象^[26]。

3次多项式曲线的位移函数为

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (2)$$

式中, a_0, a_1, a_2, a_3 为位移函数的4个参数。如果对位移函数求导,即可得到速度函数,这时,只需将机器人末端起始和终止位置的位移和速度分别代入位移函数和速度函数,就可求得 a_0, a_1, a_2, a_3 这4个参数的值,从而就可以确定轨迹。

由于3次多项式曲线只考虑了机器人末端的位移和速度,并没有对加速度进行限制,所以无法保证机器人末端加速度的连续,可能会对机器人形成冲击^[27]。针对这个问题,可以采用5次多项式曲线,其位移函数为

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (3)$$

式中, $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ 为位移函数的6个参数。如果求位移函数的1阶导数,就得到了速度函数;求位移函数的2阶导数,就得出加速度函数。此时,分别为位移函数、速度函数、加速度函数中代入机器人起始位置和终止位置的位移、速度、加

速度, 就可以求得 a_0 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 这 6 个参数的值, 从而可以确定机器人末端的轨迹。相比于 3 次多项式曲线, 5 次多项式曲线综合考虑了位移、速度、加速度, 可以确保机器人末端加速度的连续, 轨迹更为平滑、冲击较小, 但计算量偏大。在处理器计算性能较高时, 采用 5 次多项式作为插值曲线来进行轨迹规划, 可以得到更好的效果。孙玥等^[28]采用 3 次和 5 次多项式曲线对工业机器人的轨迹进行规划, 结果表明, 任一曲线都能提供机器人运动轨迹的平滑过渡, 还解决了 5 次多项式机器人轨迹的加速度突变问题。

2.1.3 S 型曲线轨迹规划

S 型曲线轨迹规划是一种常见的轨迹规划方法, 用于实现平滑的加速、匀速和减速过程。它常被应用于机器人控制、自动化系统和运动控制等领域^[29-30]。典型的 S 型曲线的速度、加速度、冲击曲线如图 4 所示。

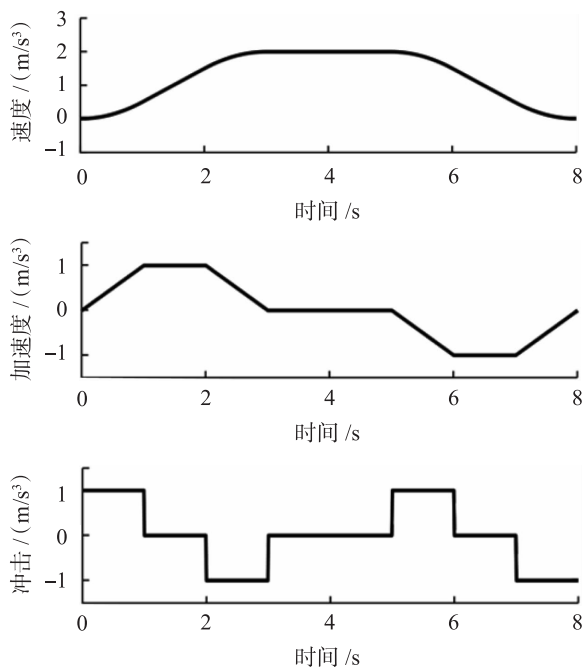


图 4 典型 S 型曲线的速度、加速度、冲击曲线

Fig.4 Speed, acceleration, and impact curves of typical S curves

S 型曲线轨迹规划通常包括几个阶段:

1) 加速阶段。在此阶段中, 机器人逐渐增加速度以实现加速。加速阶段的持续时间取决于所需的最大加速度和期望的速度增量。

2) 匀速阶段。一旦机器人达到期望的最大速度, 它将保持匀速运动。匀速阶段的持续时间取决

于所需的匀速运动时间。

3) 减速阶段。在此阶段中, 机器人逐渐减小速度以实现减速。减速阶段的持续时间与加速阶段的时间相等, 以确保平滑的过渡。

S 型曲线轨迹规划可以实现平滑的加速、匀速和减速过程, 避免机器人或系统的冲击和突然变化^[31]。这种方法常用于工业机器人、自动化设备和运动控制系统中, 用于实现精确、稳定的轨迹控制。

吴明月等^[32]还提出了一种基于 S 型曲线的抑制硅片传输机器人低频振动的轨迹规划方法, 该方法的原理是通过缩短 S 型曲线的加减速阶段的运行时间以抑制低频振幅, 实验结果表明: 机器人末端执行器的频率振动幅度在 X 方向上减少了 53.9%, 在 Y 方向上减少了 45%。

2.2 连续路径轨迹规划

在工业机器人中, 连续路径轨迹规划是指机器人末端执行器沿着一条连续曲线或路径运动的规划方法。这种轨迹规划方法可以应用于各种工业应用, 如自动化装配、焊接、喷涂等^[33]。工业机器人的连续路径轨迹规划通常采用的插值曲线有: 圆弧、B 样条曲线。

2.2.1 圆弧轨迹规划

圆弧轨迹规划是工业机器人中常用的轨迹规划方法之一, 用于实现机器人末端执行器沿着圆弧路径进行运动, 一般可以分为空间圆弧轨迹规划和平面圆弧轨迹规划, 具有很多实用的优良特性。空间圆弧插补轨迹如图 5 所示。

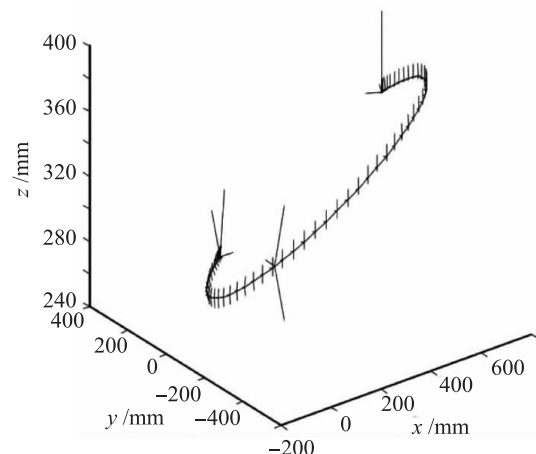


图 5 空间圆弧插补轨迹

Fig.5 Spatial arc interpolation trajectory

圆弧轨迹规划可以实现平滑的运动轨迹, 减少机器人在路径上的震动和冲击, 提高运动的稳定性和精度; 圆弧轨迹规划可以通过优化路径来实现更

高的运动效率, 缩短机器人的运动时间并减少能耗; 圆弧轨迹规划可以利用机器人工作空间的曲线区域, 从而在有限的空间内完成更复杂的任务; 圆弧轨迹规划可以适应不同形状和大小的工件, 因此适用于各种应用领域, 如焊接、切割、喷涂、装配等^[34]。

陈国梁等^[35]使用具有误差上限的多段等弦直线来近似逼近实际的圆弧, 由单段轨迹起始点、终止点和圆心三点来确定插值圆弧。任秉银等^[36]提出使用齐次矩阵和四元数法分别对机器人位置和姿态进行规划, 结合三次有理插值保形样条构造连续的运动轨迹。这个方法可以确保机器人的空间位置精度和姿态的 C^2 平滑过渡, 对于位置精度有较高要求的工作场合非常适用。

但是, 与直线轨迹规划相比, 圆弧轨迹规划的算法和计算复杂度较高, 需要更多的计算资源和时间, 并且圆弧轨迹规划对环境的要求较高, 需要确保机器人周围没有障碍物, 并且工作空间充足^[37]。

2.2.2 B 样条曲线轨迹规划

B 样条曲线是一种常用的曲线插值和逼近方法, 它也可以用作于轨迹规划的插值曲线。B 样条曲线轨迹规划在工业机器人应用中被广泛采用, 用于实现平滑的运动轨迹, 其曲线方程可表示为

$$p(u) = \sum_{i=0}^n d_i N_{i,k}(u) \quad (4)$$

式中, n 为轨迹段数, d_i 为控制顶点, $N_{i,k}(u)$ 为 k 次规范 B 样条基函数。

B 样条曲线具有平滑的特性, 可以实现机器人在运动过程中的平滑变化, 减少震动和冲击, 提高运动的稳定性和精度。B 样条曲线可以逼近复杂的曲线形状, 并允许调整控制点的位置和权重, 以满足不同的轨迹要求。B 样条曲线可以具有高阶连续性, 即 1 阶、2 阶或更高阶的连续性, 可以满足不同应用对曲线平滑性和连续性的要求^[38]。所以, B 样条曲线在需要完成精确曲线路径的应用中特别有用, 例如曲线焊接、轮廓切割和喷涂等。

但是 B 样条曲线轨迹规划的计算复杂度较高, 尤其是在处理大量控制点和高阶连续性要求时, 需要更多的计算资源和时间。此外, B 样条曲线的逼近精度还受控制点密度和曲线阶数的影响。梅江平等^[39]以 5 次非均匀 B 样条曲线作为轨迹插值曲线, 与 3-4-5 多段多项式曲线轨迹相比, 关节加速度的最大减少量可以达到 20%, 在水平运动方向上减小了 29.65%。司艳伟等^[40]对 3 次 B 样条曲线和 7 次 B 样条曲线做了对比研究, 结果表明 3 次 B 样条曲线比 7 次 B 样条曲线的运算效率更高, 并且可以避免产生龙格现象。

综上所述, 分析了各种基本轨迹规划方法的优缺点以及应用场合, 总结如表 2 所示。

表 2 基本轨迹规划方法特点对比

Tab.2 Comparison of characteristics of basic trajectory planning methods

轨迹规划方法	优点	缺点	适用场合
直线轨迹	路径简单直接	轨迹的速度和加速度不连续	点对点的直线路径工作
多项式曲线轨迹	能保证轨迹速度、角速度的连续性	低次多项式曲线轨迹加速度不连续, 高次多项式曲线计算复杂	对精度无严格要求的点对点路径工作
S 型曲线轨迹	降低机器人所受冲击, 优化了抖振问题	轨迹分多段进行计算, 计算量大	对冲击要求较高的点对点路径工作
圆弧轨迹	轨迹平滑, 震动和冲击小, 运动效率高	计算复杂, 对环境要求较高, 需确保机器人周围没有障碍物且空间充足	对精度要求较高的连续路径工作
B 样条曲线轨迹	设计自由, 局部可操作性强	计算量大, 逼近精度易受影响	复杂路径或多段路径工作

3 最优轨迹规划方法

机器人的最优轨迹规划旨在找到机器人在执行任务时的最优路径, 用来满足特定的性能指标和约束条件。在工业机器人领域, 最优轨迹规划的目标

通常是通过综合考虑生产效率、能耗、安全性和操作要求等因素来寻找最佳的运动轨迹, 以提高生产效率、精度和安全性。现在的最优轨迹规划研究主要包括: 时间最优、冲击最优、能耗最优及多目标优化^[41-42]。最优轨迹规划需要综合考虑优化目标、

运动学和动力学、避障和碰撞检测、实时性、环境适应性、安全性、反馈和调整等因素, 确保在实际应用中能够提供高效、安全、可靠的运动控制。选择适当的算法和方法, 以平衡不同目标之间的权衡。

解决工业机器人最优轨迹问题的一般思路和步骤如图 6 所示。

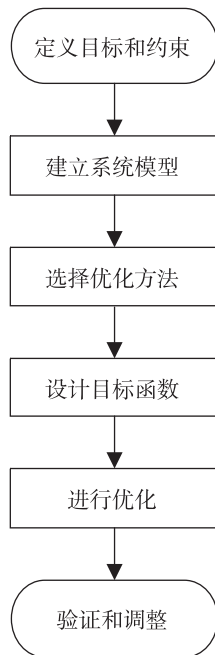


图 6 最优轨迹规划的一般步骤

Fig.6 General steps for optimal trajectory planning

1) 定义目标和约束。明确问题的目标, 如最小化时间、最小化冲击、最小化能耗等, 并定义相关的约束条件, 如工作空间限制、碰撞避免、关节限制等。

2) 建立系统模型。根据机器人的动力学特性和运动约束, 建立机器人的数学模型。这个模型可以是运动学模型、动力学模型或组合模型, 根据实际情况选择合适的模型。

3) 选择优化方法。根据问题的复杂性和约束条件, 选择适合的最优化方法。常见的方法包括数学优化方法(如线性规划、非线性规划、二次规划等)、模型预测控制、遗传算法、深度强化学习等。

4) 设计目标函数。根据问题的目标, 设计一个目标函数来评估轨迹的优劣。目标函数可以包括多个因素的加权和, 如时间、冲击、能耗等。目标函数的设计应该能够量化问题的目标, 并反映约束条件的满足程度。

5) 进行优化。根据选择的优化方法和目标函

数, 对机器人的轨迹进行优化。优化过程可以是迭代的, 通过不断调整轨迹的参数或控制序列来逼近最优解。优化过程中需要考虑约束条件的满足和问题的收敛性。

6) 验证和调整。对得到的最优轨迹进行验证和调整。使用仿真工具或实际机器人系统进行验证, 评估轨迹的性能和满足程度。如果需要, 可以根据实际情况对轨迹进行调整和优化。

3.1 时间最优轨迹规划

时间最优轨迹规划是机器人运动规划领域的重要研究方向之一, 旨在通过最小化机器人的运动时间来提高生产效率和运动速度^[43-45]。在当前的研究中, 有许多方法和算法^[46-47]被提出来, 用以解决时间最优轨迹规划问题。以下是一些常见的研究方法和技术:

1) 数学优化方法。数学优化方法是时间最优轨迹规划中常用的一类方法, 包括线性规划、非线性规划、二次规划等。这些方法通过定义优化目标函数和约束条件, 求解出使时间最小化的最优轨迹。经典的优化算法如梯度下降、牛顿法、拟牛顿法等都可以应用于时间最优轨迹规划问题。KANG 等^[48]通过提高关节速度的办法, 提高了机器人的运行速度, 从而缩短了轨迹运行时间。

2) 动态规划方法。动态规划方法在时间最优轨迹规划中也得到了广泛应用。这种方法将问题划分为多个子问题, 通过求解子问题的最优解来得到整体的最优轨迹。动态规划方法具有高效性和全局最优性的特点, 但在问题复杂度较高时可能会面临维度爆炸的困境。沈东东等^[49]通过二分法求解满足各关节速度和动量约束的随时间变化的最佳运动路线, 可以有效缩短机器人的工作周期。

3) 采样优化方法。采样优化方法将时间最优轨迹规划问题转化为路径搜索和优化的组合问题。通过在状态空间中进行采样和评估, 搜索出使时间最小化的最优路径。这类方法可以通过启发式搜索、遗传算法、粒子群优化等技术来实现。付荣等^[50]利用粒子群算法来优化多项式曲线, 在运动学约束的前提下, 进行迭代来求最短的时间, 使得轨迹运行时间缩短了 0.48 s。

4) 近似和逼近方法。由于时间最优轨迹规划问题往往是复杂的非线性优化问题, 近似和逼近方法被广泛应用于简化问题求解的过程。这些方法包括多项式逼近、样条曲线逼近、快速梯度下降等, 通过在合适的参数化路径上近似求解最优轨迹。陈

学锋^[41]提出了一种码垛机器人的轨迹优化算法,该方法以3-5-3三段样条函数作为插值曲线,分别求出每一段的最小时间,然后利用遗传算法进行优化,使得轨迹运行时间缩短了40%。

5) 机器学习方法。近年来,机器学习方法在时间最优轨迹规划中得到了越来越多的应用。通过使用神经网络、强化学习等技术,可以学习出使时间最小化的最优轨迹的策略。机器学习方法能够处理复杂的问题和环境,但需要大量的训练数据和计算资源。

当前的研究中,主要通过将运动学参数作为优化变量求最值,从而达到优化轨迹总体时间的目的,还有许多关于时间最优轨迹规划的扩展和改进。例如考虑机器人的动力学约束、避免碰撞和障碍物等问题,以及在不确定环境下的鲁棒性规划等。此外,多目标时间最优轨迹规划、协同机器人的时间最优轨迹规划等也是当前的研究方向之一。

3.2 冲击最优轨迹规划

冲击最优轨迹规划是机器人运动规划中的一个重要研究方向,旨在减小机器人在运动过程中的冲击力和振动,提高机器人的稳定性和运动质量^[51]。以下是一些常见的研究方法及其研究现状:

1) 基于优化的方法。优化方法是冲击最优轨迹规划中常用的一类方法。通过定义冲击力和振动的指标函数,设计约束条件,利用数学优化方法求解使指标函数最小化的最优轨迹。优化方法可以是线性规划、非线性规划、二次规划等,可以综合考虑机器人的动力学模型、力矩限制、加速度约束等因素。LIN等^[52]在整段轨迹中插补一些路径点,并且使用粒子群算法对路径点进行优化,从而得到了冲击最优的轨迹。

2) 模型预测控制方法。模型预测控制方法在冲击最优轨迹规划中也得到广泛应用。这种方法基于机器人的动力学模型,将轨迹规划问题转化为一个优化问题,通过预测机器人在未来时间段内的运动状态,优化控制输入,从而减小冲击力和振动。模型预测控制方法具有较好的实时性和适应性,能够处理动态环境和多变约束条件。ZANOTTO^[53]认为冲击最优轨迹规划就是对机器人关节力矩的变化率进行约束,可以对关节加加速度进行积分,并将这一结果作为目标函数。

3) 仿生学方法。仿生学方法借鉴生物系统中的原理和机制,对冲击最优轨迹规划进行研究。例如,通过模仿人类运动的优雅和协调性,设计出平

滑的运动轨迹。同时,仿生学方法也可以参考昆虫的觅食行为、动物的群体行为等,从中获得优化规划的启示。

4) 机器学习方法。机器学习方法在冲击最优轨迹规划中的应用也逐渐增多。通过使用神经网络、强化学习等技术,可以学习出使冲击力和振动最小化的最优控制策略。机器学习方法能够处理复杂的问题和环境,但需要大量的训练数据和计算资源。

当前的研究中,还有许多关于冲击最优轨迹规划的扩展和改进。例如考虑不确定环境下的鲁棒性规划、多机器人的冲击最优轨迹规划、柔性结构机器人的冲击最优轨迹规划等。此外,也有研究关注于结合力觉反馈、传感器信息等进行冲击最优轨迹规划的方法。

3.3 能耗最优轨迹规划

能耗最优轨迹规划是机器人运动规划中的一个重要研究方向,旨在减小机器人在运动过程中的能源消耗,提高能源的利用效率^[54-56]。以下是能耗最优轨迹规划的研究现状和常用方法:

1) 基于优化的方法。优化方法是能耗最优轨迹规划中常用的方法之一。通过定义能耗的目标函数,设计约束条件,利用数学优化方法求解使目标函数最小化的最优轨迹。优化方法可以是线性规划、非线性规划、二次规划等。优化方法可以综合考虑机器人的动力学模型、能耗模型、约束条件等因素。GREGORY等^[57]综合考虑机器人的动力学模型、系统的初态和终态以及各种约束条件,将有约束的最优问题转化为无约束的变量问题,使获得能量的最优运行轨迹成为可能。

2) 动态规划方法。动态规划方法也被广泛应用于能耗最优轨迹规划。动态规划将问题划分为多个子问题,通过求解子问题的最优解来得到整体的最优轨迹。动态规划方法具有高效性和全局最优性的特点,但在问题复杂度较高时可能会面临维度爆炸的困境。LUO等^[58]通过利用拉格朗日插值法求得机器人各关节的轨迹函数,以位置和稳定性作为约束条件,然后迭代得到能量最优轨迹。

3) 模型预测控制方法。模型预测控制方法在能耗最优轨迹规划中也得到广泛应用。这种方法基于机器人的动力学模型和能耗模型,将轨迹规划问题转化为一个优化问题,通过预测机器人在未来时间段内的能耗,优化控制输入,从而得到能耗最小化的最优轨迹。KONE等^[59]提出了一种机器人能

量最优轨迹规划的方法, 该方法通过拉格朗日动力学方程建立了机器人的动态参数化模型, 以工作空间、关节速度和加速度作为约束条件, 然后进行时间-能量最优轨迹规划, 得到的最优轨迹较原来的相比, 运行时间缩短 3%, 能量效率提高 4%。

4) 机器学习方法。机器学习方法在能耗最优轨迹规划中也有一定的应用。通过使用神经网络、强化学习等技术, 可以学习出使能耗最小化的最优控制策略。机器学习方法能够处理复杂的问题和环境, 但需要大量的训练数据和计算资源。YIN 等^[60]提出一种基于机器学习轨迹规划方法, 结合实测能耗数据生成数据集, 训练机器学习模型以获得最优能耗轨迹。

当前的研究中, 还有许多关于能耗最优轨迹规划的扩展和改进。例如考虑不确定环境下的鲁棒性规划、多机器人的能耗最优轨迹规划、动态能耗模型的建模等。此外, 也有研究关注于结合能量回收、智能调度等策略进行能耗最优轨迹规划的方法。随着技术的不断进步和算法的创新, 能耗最优轨迹规划将在工业自动化、无人系统、智能交通等领域发挥重要作用。

3.4 多目标优化的轨迹规划

工业机器人的多目标优化^[61-63]轨迹规划是指在规划机器人运动轨迹时同时考虑多个优化目标, 以实现多个目标的平衡和最优化。常见的多目标优化轨迹规划包括以下几个方面:

1) 多目标优化目标。多目标优化轨迹规划可以涉及多个目标, 如能耗最小化、运动时间最短化、冲击力最小化、轨迹平滑化、碰撞风险最小化等。这些目标可能存在相互冲突的情况, 需要在规划过程中进行权衡和优化。将多优化目标转换为单优化目标, 通过定义归一化函数以达到降维的目的^[64], 即:

$$S = \omega_1 S_1 + \omega_2 S_2 \quad (5)$$

式中, ω 为归一化权重系数, 使优化指标处于同一范围。

2) 多目标优化方法。多目标优化方法用于求解具有多个目标函数的轨迹规划问题。常用的方法包括权衡法、加权法、多目标遗传算法、粒子群优化算法等。这些方法能够生成一组非劣解 (Pareto 最优解集), 其中没有解能够在所有目标上超越其他解, 从而提供了多种可行的轨迹规划选择。GAS-PARETTO 等^[65]提出了一种机械臂时间-冲击优化模型:

$$P = k_T N \sum_{i=1}^{V_{p-1}} h_i + k_J \sum_{j=1}^N \int_0^{t_f} (\ddot{q}_j(t))^2 dt \quad (6)$$

式中, k_T 和 k_J 为权衡系数, \ddot{q}_j 是关节冲击, t_f 是轨迹总运行时间, h_i 是单段轨迹运行时间, V_{p-1} 是轨迹途经点数量, N 是机器人关节数量。

3) Pareto 最优解集分析。Pareto 最优解集分析^[66]是多目标优化轨迹规划的重要步骤。通过对生成的非劣解集进行分析, 可以了解各个解在不同目标之间的权衡关系。可以利用可视化方法, 如散点图、Pareto 前沿图等, 将非劣解集进行展示和比较, 帮助用户选择最优的轨迹规划解决方案。

4) 权衡和优化策略。在多目标优化轨迹规划中, 需要考虑不同目标之间的权衡和优化策略。可以通过设定目标权重、定义约束条件、设置优化算法的参数等方式进行权衡和调整。同时, 也可以采用多级规划、多次迭代等策略, 逐步优化轨迹规划结果, 实现多目标的平衡和最优化。

多目标优化轨迹规划能够综合考虑多个目标, 在工业机器人的应用中具有重要意义。它可以在不同场景下灵活应用, 如物料搬运、装配任务、路径规划等, 以实现高效、安全和可靠的机器人运动。

4 轨迹规划的发展趋势

4.1 基于实际工况的多目标最优轨迹规划

基于实际工况的多目标最优轨迹规划是指在考虑实际工作环境和任务需求的基础上, 针对多个优化目标进行轨迹规划, 以实现最佳性能和效果。这样的多目标规划方法能够在不同工作条件下综合考虑各种因素, 如时间、能耗、安全性、负载平衡等, 从而得到适应性强、全面优化的轨迹规划结果。以下是实现基于实际工况的多目标最优轨迹规划的一些建议。

1) 目标定义与权衡。明确定义多个优化目标, 可能包括最短时间、最小能耗、最小冲击力、最小负载震荡等。在这些目标之间进行权衡, 确保不同目标之间的关系得到合理考虑。

2) 环境感知。使用传感器和感知技术获取实时的环境信息, 包括障碍物、工作状态、资源利用等。这对于规划需要考虑实际工作环境的轨迹至关重要。

3) 动态更新。考虑工作环境的动态性, 确保轨迹规划算法具有实时性, 能够在环境变化时进行及时调整。这可以通过实时感知和路径重规划来实现。

4) 多层次规划。采用多层次的规划方法,将整个轨迹规划过程划分为不同层次,例如全局路径规划和局部轨迹规划。这样可以更好地适应不同尺度和复杂度的问题。

5) 约束考虑。考虑机器人和工作环境的物理和技术约束,确保生成的轨迹是可行的。这可能包括关节极限、速度限制、负载要求等。

6) 优化算法选择。根据具体问题的特点选择合适的优化算法。例如,遗传算法、粒子群优化、模拟退火等算法在多目标优化问题上有一定的优势。

7) 实验验证。在实际工况中进行实地实验和验证,收集实际运行数据,并根据反馈不断优化轨迹规划算法。

8) 可视化与解释性。提供可视化工具,帮助用户理解轨迹规划的结果。解释性强的规划结果更容易被工程师和操作人员接受和调整。

综合考虑这些因素,可以开发出适应不同实际工况的多目标最优轨迹规划系统,提高工业机器人在复杂环境中的自主性和适应性。

4.2 基于机器学习的轨迹规划

基于机器学习的轨迹规划是一种利用机器学习方法和技术来进行路径规划和轨迹生成的方法^[67-68]。它通过从大量的数据中学习规律和模式,以及对环境和任务进行建模,从而生成高质量的机器人轨迹。以下是基于机器学习的轨迹规划的一些常见方法和技术。

1) 监督学习。监督学习是最常见的机器学习方法之一,适用于从已有的数据中学习并预测新的轨迹。在监督学习中,机器人可以通过使用带有标签的训练数据,如输入状态和相应的轨迹,来学习规律和模式。一旦模型被训练好,它可以根据输入状态来预测合适的轨迹。

2) 强化学习。强化学习是一种通过与环境进行交互来学习最优行为的机器学习方法。在轨迹规划中,机器人可以通过与环境进行交互来学习最佳轨迹。它通过尝试不同的行为,并根据环境给予的奖励或惩罚来调整策略,以实现更好的轨迹规划结果。

3) 生成对抗网络(generative adversarial network, GAN)。生成对抗网络是一种用于生成新数据的机器学习框架。在轨迹规划中,可以使用GAN来生成逼真的轨迹样本。GAN包括一个生成器网络和一个判别器网络,它们通过对抗训练来提高生成器网络生成的轨迹的质量。

4) 迁移学习。迁移学习是一种将已经学到的知识和经验应用于新任务的机器学习技术。在轨迹规划中,可以利用先前学习到的知识和经验,通过迁移学习来加快和改进轨迹规划的训练过程。

基于机器学习的轨迹规划方法可以适用于各种机器人应用场景,如自动驾驶、工业机器人操作、无人机飞行等。它能够充分利用大量的数据和学习算法来生成更智能和适应性更强的轨迹规划方案,从而提高机器人的运动效率和安全性。然而,需要注意的是,在使用机器学习方法进行轨迹规划时,数据质量、算法选择和模型泛化能力等因素都需要仔细考虑和处理,以确保规划的准确性和可靠性。

4.3 多机器人的轨迹规划

多机器人的轨迹规划是指在多个机器人协同工作的情况下,对它们的运动轨迹进行规划和协调,以实现任务的高效完成^[69]。多机器人轨迹规划面临的挑战包括避免碰撞、协同任务分配、路径规划和协同路径跟踪等。以下是几种常见的多机器人轨迹规划方法。

1) 集中式规划。集中式规划方法将多个机器人的轨迹规划问题转化为一个集中式的优化问题。通过考虑所有机器人的状态和目标,并设计适当的目标函数和约束条件,可以在全局层面上进行规划和优化。这种方法可以充分考虑多机器人之间的协同和碰撞避免,但计算复杂度较高。

2) 分布式规划。分布式规划方法将轨迹规划问题分解为多个子问题,每个机器人独立地进行轨迹规划。机器人之间通过通信交换信息,并协同完成任务。常见的分布式规划方法包括协同搜索、协同优化等。这种方法具有较低的计算复杂度,但可能存在协同和一致性方面的挑战。

3) 协同路径规划。协同路径规划方法考虑多个机器人之间的相互作用和碰撞避免。机器人根据任务要求和环境约束,共同制定路径规划策略。常见的协同路径规划方法包括虚拟结构方法、协同膨胀方法等。这种方法可以确保多个机器人之间的安全和协同工作,提高整体效率。

4) 混合规划方法。混合规划方法结合了集中式和分布式规划的优势,通过在全局和局部层面上进行规划和决策。在混合规划中,可以将全局目标和局部约束相结合,利用集中式和分布式规划的思想来实现多机器人轨迹规划。这种方法可以平衡全局和局部决策的权衡,并解决规划过程中的复杂性和效率问题。

多机器人轨迹规划方法的选择取决于具体的应用场景和需求, 需要综合考虑机器人数量、任务复杂度、通信能力、环境约束等因素, 选择合适的方法来实现多机器人之间的协同和规划。同时, 算法的可扩展性、计算效率和实时性也是需要考虑的因素。

4.4 轨迹规划的动态避障问题

在轨迹规划中, 动态避障问题是指机器人在移动过程中需要实时检测和回避动态障碍物的情况^[70]。这些动态障碍物可能是其他移动物体、行人、车辆等, 它们的位置和运动状态是不断变化的, 因此需要在规划过程中考虑它们的存在, 以确保机器人的安全和顺利移动。以下是一些常见的动态避障问题的解决方法。

1) 感知和检测。为了解决动态避障问题, 机器人需要具备感知和检测能力, 能够实时获取周围环境的信息。这可以通过传感器如激光雷达、摄像头、超声波传感器等来实现。机器人可以使用这些传感器来检测和跟踪动态障碍物的位置、速度和运动方向。

2) 预测和预测模型。在动态避障中, 机器人需要根据已有的障碍物信息和运动模式, 对障碍物的未来位置和轨迹进行预测。这可以通过使用运动模型、概率方法、机器学习等技术来实现。通过预测障碍物的运动, 机器人可以在规划过程中避开可能的碰撞路径。

3) 路径规划和动态规划。基于感知和预测的信息, 机器人可以使用路径规划算法进行动态规划, 找到避开动态障碍物的最优路径。常见的方法包括 A 算法、D 算法、RRT* (Rapidly-exploring Random Tree) 算法等。这些算法可以根据环境和动态障碍物的变化进行实时更新和重新规划。

4) 协同和通信。在多机器人系统中, 动态避障涉及到机器人之间的协同和通信。机器人可以通过共享感知信息和规划结果, 实现协同避障。通过有效的通信和协作机制, 机器人可以相互协调动作, 避免碰撞, 并实现任务的协同完成。

动态避障问题的解决需要综合考虑机器人的感知能力、规划算法、运动控制及与环境和其他机器人的交互能力。同时, 需要根据具体的应用场景和需求选择合适的方法和技术, 以提供安全、高效的动态避障能力。

4.5 基于智能感知的自主实时轨迹规划

基于智能感知的自主实时轨迹规划是指机器人

通过智能感知技术, 实时获取环境信息, 并根据获取的信息进行实时的轨迹规划和路径生成^[71-72]。这种方法允许机器人根据环境的动态变化, 灵活地调整轨迹, 以应对不同的障碍物和情况, 实现自主和智能的移动。以下是基于智能感知的自主实时轨迹规划的一般思路 and 关键步骤。

1) 环境感知。机器人通过使用各种传感器(如激光雷达、摄像头、超声波传感器等)来感知和获取周围环境的信息。这些传感器可以提供地图、障碍物位置、速度、尺寸等相关数据, 帮助机器人理解当前环境。

2) 障碍物检测和跟踪。通过感知数据的处理和分析, 机器人可以检测和跟踪环境中的障碍物。这可以通过使用图像处理、目标检测和跟踪算法等来实现。机器人可以识别障碍物的类型、位置、速度等信息。

3) 地图构建和更新。基于感知和障碍物的检测结果, 机器人可以构建环境地图, 包括障碍物的位置、形状、大小等信息。这些地图可以用于路径规划和轨迹生成过程中的决策。

4) 路径规划和轨迹生成。根据感知数据和地图信息, 机器人使用路径规划算法来选择最佳路径。常见的路径规划算法包括 A 算法、D 算法、RRT* 算法等。基于选择的路径, 机器人可以使用运动规划算法生成实时轨迹, 考虑机器人的动力学限制和环境约束。

5) 实时调整和决策。在移动过程中, 机器人通过不断感知和检测环境的变化, 实时调整轨迹并做出决策。这可以通过对感知数据的实时处理和对当前轨迹的评估来实现, 确保机器人能够安全、高效地避开障碍物或调整轨迹。

基于智能感知的自主实时轨迹规划可以适用于各种机器人应用场景, 如自动驾驶、无人机飞行、工业机器人操作等。它允许机器人在动态和复杂的环境中做出智能的决策, 提高运动的安全性和效率。

4.6 基于虚拟现实技术的轨迹规划

基于虚拟现实(virtual reality, VR)技术的轨迹规划是一种利用虚拟环境来模拟和优化轨迹规划的方法。这种方法通过在虚拟环境中进行轨迹规划, 可以有效地测试和优化算法, 减少对实际系统的依赖, 并在更安全的环境中进行实验。以下是基于虚拟现实的轨迹规划的一些关键方面。

1) 虚拟环境建模。创建虚拟环境, 包括模拟

实际工作场景、机器人模型、障碍物等。这可以使用虚拟现实建模软件或游戏引擎来实现。

2) 感知模拟。模拟传感器数据,如激光雷达、相机、超声波等,以提供虚拟机器人对环境的感知。这有助于测试感知算法在不同场景下的性能。

3) 动力学和运动学模拟。在虚拟环境中模拟机器人的动力学和运动学特性。这可以包括轮式机器人、机械臂等,确保规划的轨迹在实际机器人上是可行的。

4) 轨迹规划算法测试。在虚拟环境中测试不同的轨迹规划算法。通过模拟多种场景和任务,可以评估算法的性能和鲁棒性。

5) 多目标最优化。在虚拟环境中进行多目标最优化轨迹规划的实验。这可以涉及到不同的优化目标,如最短路径、最小能耗、最小冲击力等。

6) 实时交互。利用虚拟现实的实时性,使用户能够实时交互和调整轨迹规划参数。这有助于工程师优化轨迹规划算法和路径。

7) 用户培训。利用虚拟现实技术进行用户培训。在虚拟环境中,操作员可以学习如何与机器人进行交互、调整轨迹规划参数等。

8) 结果可视化。提供直观的结果可视化,使用户能够更清晰地了解虚拟环境中的轨迹规划效果。

基于虚拟现实技术的轨迹规划方法可以加速算法的开发和测试过程,提高系统的安全性和可靠性。这种方法对于在实际环境中难以测试的复杂场景和情况尤为有用。

5 结论

轨迹规划的研究是工业机器人运动控制的基

础,直接决定了其工作质量。本文分析了各种基本轨迹规划方法的优缺点和适用场合,讨论了各种最优轨迹规划方法的特点及存在的问题,并指出了工业机器人轨迹规划研究的发展趋势。主要结论包括:

1) 根据规划空间或者优化目标的不同,可以对工业机器人的轨迹规划方法进行分类。如果以规划变量的求解空间作为分类依据,那么轨迹规划将分为笛卡尔空间轨迹规划和关节空间轨迹规划;如果以是否采用优化算法从而寻求最优轨迹作为分类依据,那么轨迹规划方法将分为基本轨迹规划方法和最优轨迹规划方法。

2) 工业机器人的基本轨迹规划方法可以分为点到点运动轨迹规划和连续路径轨迹规划。其中,点到点轨迹规划常用的插值曲线有直线、多项式曲线、S型曲线等;连续路径轨迹规划常用的插值曲线有圆弧、B样条曲线等。

3) 工业机器人的最优轨迹规划是在基本轨迹规划的基础上,对时间、冲击、能耗等目标进行优化,以寻求最优轨迹。优化时间可以提高机器人的生产效率和加快运动速度,优化冲击可以提高机器人的稳定性和运动质量,优化能耗可以提高能源的利用率和降低生产成本。在实际运用中,经常需要同时考虑多个优化目标,以实现多个目标的平衡和最优化。

4) 在未来对轨迹规划的研究中,基于实际工况的多目标最优轨迹规划、基于机器学习的轨迹规划、多机器人的轨迹规划、轨迹规划的动态避障问题、基于智能感知的自主实时轨迹规划、基于虚拟现实技术的轨迹规划将是工业机器人轨迹规划研究的发展趋势。

参考文献

- [1] 李芳芳,孙乾.我国工业机器人发展现状的调查分析[J].机械传动,2019,43(6):172-176.
LI F F, SUN Q. Investigation and analysis of the development status of industrial robot of China[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2019, 43(6): 172-176.
- [2] 任志刚.工业机器人的发展现状及发展趋势[J].装备制造技术,2015(3):166-168.
REN Z G. The development status and trends of industrial robots[J]. Equipment Manufacturing Technology, 2015(3): 166-168.
- [3] 王田苗,陶永.我国工业机器人技术现状与产业化发展战略[J].机械工程学报,2014,50(9):1-13.
WANG T M, TAO Y. Research status and industrialization development strategy of Chinese industrial robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(9): 1-13.
- [4] 赵杰.我国工业机器人发展现状与面临的挑战[J].航空制造技术,2012(12):26-29.
ZHAO J. Development and challenge of Chinese industrial robot[J]. Aviation Manufacturing Technology, 2012(12): 26-29.
- [5] OLIVER A, ANNA V. Trajectory planning for reconfigurable industrial robots designed to operate in a high precision manufac-

- turing industry[J]. *Procedia CIRP*, 2016, 57: 461 – 466.
- [6] CHEN H C, GUO C L, WANG Z F, et al. The trajectory planning system for spraying robot based on k -means clustering and NURBS curve optimization[C]//46th Annual Conference of the IEEE-Industrial-Electronics-Society. Piscataway, USA: IEEE, 2020: 5356 – 5361.
- [7] 方大卫. 我国工业机器人的现状及发展趋势[J]. *电子技术与软件工程*, 2019(18): 100 – 101.
FANG D W. The current situation and development trend of industrial robots in China[J]. *Electronic Technology & Software Engineering*, 2019(18): 100 – 101.
- [8] 龙樟, 李显涛, 帅涛, 等. 工业机器人轨迹规划研究现状综述[J]. *机械科学与技术*, 2021, 40(6): 853 – 862.
LONG Z, LI X T, SHUAI T, et al. Review of research state of trajectory planning for industrial robots[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2021, 40(6): 853 – 862.
- [9] 董理, 杨东, 鹿建森. 工业机器人轨迹规划方法综述[J]. *控制工程*, 2022, 29(12): 2365 – 2374.
DONG L, YANG D, LU J S. Trajectory planning methods for industrial robots: A review[J]. *Control Engineering of China*, 2022, 29(12): 2365 – 2374.
- [10] 林威, 江五讲. 工业机器人笛卡尔空间轨迹规划[J]. *机械工程与自动化*, 2014(5): 141 – 143.
LIN W, JIANG W J. Cartesian space trajectory planning for industrial robots[J]. *Mechanical Engineering & Automation*, 2014(5): 141 – 143.
- [11] 刘子贵. 基于关节空间工业机器人轨迹规划的研究与仿真[J]. *机械工程与自动化*, 2017(3): 59 – 61.
LIU Z G. Research and simulation of trajectory planning for industrial robots based on joint space[J]. *Mechanical Engineering & Automation*, 2017(3): 59 – 61.
- [12] 郭勇, 赖广. 工业机器人关节空间轨迹规划及优化研究综述[J]. *机械传动*, 2020, 44(2): 154 – 165.
GUO Y, LAI G. Review of joint space trajectory planning and optimization for industrial robot[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2020, 44(2): 154 – 165.
- [13] 周乐天, 姜文刚. 工业机器人运动目标轨迹规划仿真研究[J]. *计算机仿真*, 2017, 34(5): 331 – 336, 346.
ZHOU L T, JIANG W G. Simulation research on trajectory planning of industrial robot's moving object[J]. *Computer Simulation*, 2017, 34(5): 331 – 336, 346.
- [14] 段昊宇翔, 张宇, 陈昊然, 等. 工业机器人轨迹规划及轨迹优化研究综述[J]. *农业装备与车辆工程*, 2023, 61(2): 54 – 57.
DUAN H Y X, ZHANG Y, CHEN H R, et al. A review of industrial robot trajectory planning and trajectory optimization research[J]. *Agricultural Equipment & Vehicle Engineering*, 2023, 61(2): 54 – 57.
- [15] 牛启臣, 张弓, 张功学, 等. 多机器人轨迹规划研究综述及发展趋势[J]. *机床与液压*, 2021, 49(12): 184 – 189.
NIU Q C, ZHANG G, ZHANG G X, et al. Review and development trend of multi-robot trajectory planning[J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2021, 49(12): 184 – 189.
- [16] RUBIO F, ALBERT C L, VALERO F, et al. Assembly line productivity assessment by comparing optimization-simulation algorithms of trajectory planning for industrial robots[J/OL]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015[2023-04-28]. <https://www.hindawi.com/journals/mpe/2015/931048/>. DOI: 10.1155/2015/931048.
- [17] GAO M Y, CHEN D, YANG Y X, et al. A fixed-distance planning algorithm for 6-DOF manipulators[J]. *Industrial Robot — the International Journal of Robotics Research and Application*, 2015, 42(6): 586 – 599.
- [18] 訾斌, 徐锋, 唐锴, 等. 基于机器视觉的喷涂机器人轨迹规划与涂装质量检测研究综述[J]. *控制与决策*, 2023, 38(1): 1 – 21.
ZI B, XU F, TANG K, et al. Review on trajectory planning and coating quality inspection of spraying robots based on machine vision[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(1): 1 – 21.
- [19] GAO M Y, DING P, YANG Y X. Time-optimal trajectory planning of industrial robots based on particle swarm optimization [C]//Fifth International Conference on Instrumentation & Measurement, Computer, Communication, and Control. Piscataway, USA: IEEE, 2015: 1934 – 1939.
- [20] GOU Z J, WANG C. The trajectory planning and simulation for industrial robot based on fifth-order B-splines[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 538: 367 – 370.
- [21] HEIDARI A A, MIRJALILI S, FARIS H, et al. Harris hawks optimization: Algorithm and applications[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2019, 97: 849 – 872.

- [22] 范祺, 蔡玉强, 贾思楠. 多种方法的工业机器人轨迹规划与仿真[J]. 华北理工大学学报(自然科学版), 2022, 44(4): 60-67.
FAN Q, CAI Y Q, JIA S N. Multiple methods for trajectory planning and simulation of industrial robots[J]. Journal of North China University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2022, 44(4): 60-67.
- [23] 廖伟强, 赵长明, 马文妹, 等. 工业机器人在五星脚焊接加工中的轨迹规划[J]. 机械设计与制造, 2018(4): 231-234.
LIAO W Q, ZHAO C M, MA W S, et al. Trajectory planning of industrial robot in the five-star foot welding[J]. Machinery Design & Manufacture, 2018(4): 231-234.
- [24] LI X F, ZHAO H, HE X M, et al. A novel cartesian trajectory planning method by using triple NURBS curves for industrial robots[J/OL]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2023, 83(11)[2023-10-02]. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736584523000522>. DOI: 10.1016/j.rcim.2023.102576.
- [25] MAHALAKSHMI S, AROKIASAMY A. A new particle swarm optimisation variant-based experimental verification of an industrial robot trajectory planning[J]. International Journal of Operational Research, 2021, 41(3): 399-422.
- [26] 胡小平, 彭涛, 左富勇. 一种基于多项式和 Newton 插值法的机械手轨迹规划方法[J]. 中国机械工程, 2012, 23(24): 2946-2949.
HU X P, PENG T, ZUO F Y. A trajectory planning method based on newton interpolation and polynomial for manipulator[J]. China Mechanical Engineering, 2012, 23(24): 2946-2949.
- [27] 唐新星, 王平, 范大川. 工业机器人运动学与轨迹规划仿真[J]. 重型机械, 2018(2): 61-65.
TANG X X, WANG P, FAN D C. Simulation of kinematics and trajectory planning for industrial robot[J]. Heavy Machinery, 2018(2): 61-65.
- [28] 孙玥, 魏欣. 基于五次多项式的码垛机器人轨迹规划[J]. 包装工程, 2017, 38(21): 159-163.
SUN Y, WEI X. Trajectory planning of palletizing robot based on quintic polynomial[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(21): 159-163.
- [29] 王新刚. 基于仿真系统的工业机器人轨迹规划[J]. 电子制作, 2020(8): 8-10.
WANG X G. Trajectory planning of industrial robots based on simulation systems[J]. Electronic Production, 2020(8): 8-10.
- [30] 乐英, 库巍, 董志聪, 等. 基于 Matlab 与 DMC 的工业机器人轨迹规划研究与实现[J]. 中国工程机械学报, 2018, 16(1): 55-58.
YUE Y, KU W, DONG Z C, et al. Based on Matlab and DMC industrial robot trajectory planning research and implementation [J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2018, 16(1): 55-58.
- [31] 石炜, 林家祥, 郭彤. 基于教学优化算法的六轴工业机器人轨迹规划[J]. 装备制造技术, 2022(6): 63-66, 78.
SHI W, LIN J X, GUO T. Trajectory planning of six axis industrial robot based on teaching optimization algorithm[J]. Equipment Manufacturing Technology, 2022(6): 63-66, 78.
- [32] 吴明月, 刘延杰, 蔡鹤皋. 基于最优 S 型曲线轨迹的硅片传输机器人末端振动抑制方法[J]. 机器人, 2014, 36(4): 446-454.
WU M Y, LIU Y J, CAI H G. Method of vibration suppression of the end-effector of wafer handling robot based on optimal S-curve profile[J]. Robot, 2014, 36(4): 446-454.
- [33] 张景生, 朱觉荣. 基于工业机器人的金属厚板拆垛轨迹规划[J]. 科学技术创新, 2021(9): 185-186.
ZHANG J S, ZHU J R. Trajectory planning for metal plate unstacking based on industrial robots[J]. Scientific and Technological Innovation, 2021(9): 185-186.
- [34] 牛方方. 基于圆弧插补的工业码垛机器人轨迹规划[J]. 机械制造与自动化, 2018, 47(4): 149-151.
NIU F F. Trajectory planning for industrial palletizing robot based on circular interpolation[J]. Mechanical Manufacturing and Automation, 2018, 47(4): 149-151.
- [35] 陈国良, 黄心汉, 王敏. 机械手圆周运动的轨迹规划与实现[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2005(11): 69-72.
CHEN G L, HUANG X H, WANG M. Trajectory planning for the circular motion of manipulator and its implementation[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2005(11): 69-72.
- [36] 任秉银, 梁兆东, 孔民秀. 机械手空间圆弧位姿轨迹规划算法的实现[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, 44(7): 27-31.
REN B Y, LIANG Z D, KONG M X. An algorithm for the interpolation of circular trajectories of manipulators[J]. Journal of

- Harbin Institute of Technology, 2012, 44(7): 27 - 31.
- [37] LIANG Y T, YAO C Z, WU W, et al. Design and implementation of multi-axis real-time synchronous look-ahead trajectory planning algorithm[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2022, 119: 4991 - 5009.
- [38] 靳岚, 赵莉, 谢黎明. 基于三次 Bézier 三角样条插值的工业机器人连续路径轨迹规划[J]. *机械设计与制造工程*, 2019, 48(4): 35 - 39.
- JIN L, ZHAO L, XIE L M. Continuous path trajectory planning of industrial robot based on Cubic Bézier triangular spline interpolation[J]. *Machine Design and Manufacturing Engineering*, 2019, 48(4): 35 - 39.
- [39] 梅江平, 臧家伟, 乔正宇, 等. 三自由度 Delta 并联机械手轨迹规划方法[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(19): 9 - 17.
- MEI J P, ZANG J W, QIAO Z Y, et al. Trajectory planning of 3-DOF Delta parallel manipulator[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(19): 9 - 17.
- [40] 司艳伟, 陈洪立. 六自由度果蔬采摘机器人关节空间轨迹规划[J]. *轻工机械*, 2017, 35(4): 8 - 12.
- SI Y W, CHEN H L. Joint trajectory planning of 6-DOF fruit-vegetable harvesting robots[J]. *Light Industry Machinery*, 2017, 35(4): 8 - 12.
- [41] 陈学锋. 码垛机器人轨迹规划算法研究[J]. *控制工程*, 2018, 25(5): 925 - 929.
- CHEN X F. Research on the trajectory planning algorithm of palletizing robots[J]. *Control Engineering of China*, 2018, 25(5): 925 - 929.
- [42] 孔庆博, 袁亮, 蒋伟. 一种改进的工业机器人轨迹规划方法研究[J]. *机械传动*, 2019, 43(2): 30 - 36.
- KONG Q B, YUAN L, JIANG W. Research of an improved trajectory planning method for industrial robot[J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2019, 43(2): 30 - 36.
- [43] 郭清达, 万传恒, 史步海. 基于遗传算法的工业机器人时间最优轨迹规划及仿真研究[J]. *计算机测量与控制*, 2014, 22(4): 1240 - 1242.
- GUO Q D, WAN C H, SHI B H. Planning and simulation of industrial robot time optimal trajectory based on Genetic algorithm[J]. *Computer Measurement & Control*, 2014, 22(4): 1240 - 1242.
- [44] 刘兰兰, 邱磊. 基于平滑反射运动的工业机器人多变量时间最优轨迹规划研究[J]. *机电工程*, 2020, 37(8): 983 - 988.
- LIU L L, QIU L. Research on multivariable time optimal trajectory planning of industrial robot based on smooth reflection motion[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2020, 37(8): 983 - 988.
- [45] 王超, 宋公飞, 徐宝珍. 基于 IAGA 的工业机器人时间最优轨迹规划[J]. *计算机仿真*, 2021, 38(8): 368 - 371.
- WANG C, SONG G F, XU B Z. Time optimal trajectory planning for industrial robots based on IAGA[J]. *Computer Simulation*, 2021, 38(8): 368 - 371.
- [46] 王君, 陈智龙, 杨智勇, 等. 基于改进 DE 算法的工业机器人时间最优轨迹规划[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2018(6): 42 - 46.
- WANG J, CHEN Z L, YANG Z Y, et al. An improved DE algorithm for time optimal trajectory planning of industrial robot[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2018(6): 42 - 46.
- [47] 王鲁平, 朱华炳, 秦磊. 基于 MATLAB 的工业机器人码垛单元轨迹规划[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2014(11): 128 - 132.
- WANG L P, ZHU H B, QIN L. Trajectory planning for an industrial manipulator work cell based on MATLAB[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2014(11): 128 - 132.
- [48] SHIN K G, McKAY N D. Minimum-time control of robotic manipulators with geometric path constraints[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1985, 30(6): 531 - 541.
- [49] 沈东东, 陈焱涛, 杨晓梅. 基于时间最短的冲压机器人轨迹规划[J]. *锻压技术*, 2017, 42(5): 66 - 73, 80.
- SHEN D D, CHEN Y T, YANG X M. Trajectory planning of stamping robot with the minimal time[J]. *Forging & Stamping Technology*, 2017, 42(5): 66 - 73, 80.
- [50] 付荣, 居鹤华. 基于粒子群优化的时间最优机械臂轨迹规划算法[J]. *信息与控制*, 2011, 40(6): 802 - 808.
- FU R, JU H H. Time-optimal trajectory planning algorithm for manipulator based on PSO[J]. *Information and Control*, 2011, 40(6): 802 - 808.
- [51] 胡杰, 李先祥, 欧道江, 等. 工业机器人时间-冲击最优轨迹规划[J]. *佛山科学技术学院学报(自然科学版)*, 2021, 39(3): 11 - 15.

- HU J, LI X X, OU D J, et al. Time-impact optimal trajectory planning for industrial robots[J]. *Journal of Foshan University (Natural Sciences Edition)*, 2021, 39(3): 11–15.
- [52] LIN H. A fast and unified method to find a minimum-jerk robot joint trajectory using particle swarm optimization[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2013, 75: 379–392.
- [53] ZANOTTO V, GASPARETTO A, LANZUTTI A, et al. Experimental validation of minimum time-jerk algorithms for industrial robots[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2011, 64: 197–219.
- [54] 李宏胜, 汪允鹤, 黄家才, 等. 工业机器人倍四元数轨迹规划算法的研究[J]. *中国机械工程*, 2016, 27(20): 2711–2716.
- LI H S, WANG Y H, HUANG J C, et al. Research on trajectory planning of industrial robot with double quaternion[J]. *China Mechanical Engineering*, 2016, 27(20): 2711–2716.
- [55] 刘毅, 丛明, 刘冬, 等. 基于改进遗传算法与机器视觉的工业机器人猪腹剖切轨迹规划[J]. *机器人*, 2017, 39(3): 377–384.
- LIU Y, CONG M, LIU D, et al. Trajectory planning for porcine abdomen cutting based on an improved genetic algorithm and machine vision for industrial robot[J]. *Robot*, 2017, 39(3): 377–384.
- [56] 赵俊宇, 张平, 李方, 等. 面向制造环境的工业机器人节能轨迹规划[J]. *机器人*, 2021, 43(6): 653–663.
- ZHAO J Y, ZHANG P, LI F, et al. Energy saving trajectory planning for industrial robot in manufacturing environment[J]. *Robot*, 2021, 43(6): 653–663.
- [57] GREGORY J, OLIVARES A, STAFFETTI E. Energy-optimal trajectory planning for robot manipulators with holonomic constraints[J]. *Systems & Control Letters*, 2012, 61(2): 279–291.
- [58] LUO L P, YUAN C, YAN R J, et al. Trajectory planning for energy minimization of industry robotic manipulators using the Lagrange interpolation method[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2015, 16: 911–917.
- [59] KOEN P, WIM D, VANDER E K, et al. Energy efficient trajectories for an industrial ABB robot[J]. *Procedia CIRP*, 2014, 15: 105–110.
- [60] YIN S B, JI W, WANG L H. A machine learning based energy efficient trajectory planning approach for industrial robots[J]. *Procedia CIRP*, 2019, 81: 429–434.
- [61] 何建成, 李林升, 林国湘. 基于多目标粒子群算法工业机器人最优轨迹规划[J]. *制造业自动化*, 2021, 43(2): 57–62.
- HE J C, LI L S, LIN G X. The optimal planning of industrial robot trajectories based on MOPSO[J]. *Manufacturing Automation*, 2021, 43(2): 57–62.
- [62] 施祥玲, 方红根. 工业机器人时间-能量-脉动最优轨迹规划[J]. *机械设计与制造*, 2018(6): 254–257.
- SHI X L, FANG H G. Time-energy-jerk optimal planning of industrial robot trajectories[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2018(6): 254–257.
- [63] 郑运超, 邹利华. 基于多目标灰狼优化算法的工业机器人最优轨迹规划[J]. *科学技术创新*, 2023(9): 208–211.
- ZHENG Y C, ZOU L H. Optimal trajectory planning of industrial robots based on multi-objective grey wolf optimization algorithm[J]. *Scientific and Technological Innovation*, 2023(9): 208–211.
- [64] 李翠明, 陈凯, 王宁, 等. 车载清洁移动机械臂的时间-冲击最优轨迹规划[J]. *太阳能学报*, 2022, 43(4): 283–287.
- LI C M, CHEN K, WANG N, et al. Time-impact optimal trajectory planning of mobile robot arm for vehicle cleaning[J]. *Journal of Solar Energy*, 2022, 43(4): 283–287.
- [65] GASPARETTO A, ZANOTTO V. A technique for time-jerk optimal planning of robot trajectories[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2008, 24: 415–426.
- [66] 张景钰, 马杰, 桓茜. 基于遗传算法的六自由度工业机器人轨迹优化研究[J]. *内燃机与配件*, 2020(11): 235–237.
- ZHANG J Y, MA J, HUAN X. Research on trajectory optimization of six degrees of freedom industrial robot based on genetic algorithm[J]. *Internal Combustion Engine & Parts*, 2020(11): 235–237.
- [67] 唐兴贵, 和文云, 马志艳, 等. 基于 S7-1200PLC 和时域分析的工业机器人移动轨迹最优化规划方法[J]. *工业仪表与自动化装置*, 2022(2): 51–55.
- TANG X G, HE W Y, MA Z Y, et al. Optimal trajectory planning method of industrial robot based on S7-1200PLC and time domain analysis[J]. *Industrial Instrumentation and Automation*, 2022(2): 51–55.

- 2022, 10: 21160 – 21168.
- [19] SONG B, YUAN X, YING Z, et al. DGM-VINS: Visual-inertial SLAM for complex dynamic environments with joint geometry feature extraction and multiple object tracking[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 72: 1 – 11.
- [20] MUR-ARTAL R, TARDOS J D. Fast relocalisation and loop closing in keyframe-based SLAM[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2014: 846 – 853.
- [21] GÁLVEZ-LÓPEZ D, TARDOS J D. Bags of binary words for fast place recognition in image sequences[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2012, 28(5): 1188 – 1197.
- [22] CHEN Z, JACOBSON A, SÜNDERHAUF N, et al. Deep learning features at scale for visual place recognition[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2017: 3223 – 3230.
- [23] MERRILL N, HUANG G. Lightweight unsupervised deep loop closure[EB/OL]. (2018 – 05 – 24)[2023 – 04 – 10]. <https://arxiv.org/abs/1805.07703>.
- [24] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Deep residual learning for image recognition[C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, USA: IEEE, 2016: 770 – 778.
- [25] LIN T Y, DOLLÁR P, GIRSHICK R, et al. Feature pyramid networks for object detection[C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2017: 2117 – 2125.
- [26] LIN T Y, MAIRE M, BELONGIE S, et al. Microsoft COCO: Common objects in context[C]//European Conference on Computer Vision. Berlin, Germany: Springer, 2014: 740 – 755.
- [27] GEIGER A, LENZ P, STILLER C, et al. Vision meets robotics; The KITTI dataset[J]. International Journal of Robotics Research, 2013, 32(11): 1231 – 1237.
- [28] STURM J, ENGELHARD N, ENDRES F, et al. A benchmark for the evaluation of RGB-D SLAM systems[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2012: 573 – 580.

作者简介

诸葛玥(1999 –), 女, 硕士生。研究领域为视觉语义 SLAM 技术。

罗海勇(1967 –), 男, 博士, 副研究员。研究领域为移动智能感知与人工智能技术, 多源融合定位导航及位置服务技术, 物联网, 普适计算, 可穿戴计算技术。

陈润泽(1996 –), 男, 博士生。研究领域为三维计算机视觉与知识蒸馏。

(上接第 486 页)

- [68] 吴萍, 田亮. 基于均值学习策略果蝇算法的工业机器人轨迹规划[J]. 机械设计, 2023, 40(2): 126 – 133.
WU P, TIAN L. Trajectory planning of industrial robots based on fruit fly optimization algorithm with mean learning strategy[J]. Journal of Machine Design, 2023, 40(2): 126 – 133.
- [69] 张振宇, 钟佩思, 王祥文, 等. 双工业机器人不同约束下协同运动轨迹规划[J]. 制造技术与机床, 2023(6): 26 – 32.
ZHANG Z Y, ZHONG P S, WANG X W, et al. Collaborative motion trajectory planning for dual industrial robots with different constraints[J]. Manufacturing Technology and Machine Tools, 2023(6): 26 – 32.
- [70] 周家俊. 探究 6 轴工业机器人的奇异点规避与轨迹规划方案[J]. 机电设备, 2022, 39(4): 131 – 134.
ZHOU J J. Explore the singular point avoidance and trajectory planning schemes of 6-axis industrial robots[J]. Electromechanical Equipment, 2022, 39(4): 131 – 134.
- [71] 韩顺杰, 单新超, 于爱君, 等. 基于改进粒子群算法的工业机器人轨迹规划[J]. 制造技术与机床, 2021(4): 9 – 14.
HAN S J, SHAN X C, YU A J, et al. Industrial robot trajectory planning based on improved PSO algorithm[J]. Manufacturing Technology & Machine Tools, 2021(4): 9 – 14.
- [72] 王汝贵, 董奕辰, 陈辉庆. 一种变胞式工业机器人时间最优轨迹规划[J]. 机械工程学报, 2023, 59(5): 100 – 111.
WANG R G, DONG Y C, CHEN H Q. A time optimal trajectory planning of the metamorphic industrial robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(5): 100 – 111.

作者简介

曹锦旗(1999 –), 男, 硕士生。研究领域为工业机器人运动学, 轨迹规划与优化。

韩雪松(1972 –), 男, 副教授, 博士生导师。研究领域为智能精密制造, 微纳制造, 工业机器人及应用, 数值计算方法, 摩擦学。