

DOI: 10.3724/SP.J.1219.2012.00425

## 舰船编队的避障/避碰控制

赵园, 郭戈, 丁磊, 许尤坤, 徐慧朴

(大连海事大学信息科学技术学院, 辽宁 大连 116026)

**摘要:** 针对舰船编队系统中的协同控制问题进行了避碰和避障研究. 运用了虚拟结构方法, 通过在势函数中加入相对碰撞函数, 解决了舰队之间的避碰问题; 并通过设定安全航线, 解决了避障问题. 基于舰船的运动学和动力学特性, 运用李亚普诺夫理论, 设计了一种舰船编队控制器. 最后对设计的控制器进行了仿真, 验证其正确性和有效性.

**关键词:** 欠驱动舰船; 编队控制; 避碰; 避障

**中图分类号:** TP13

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1002-0411(2012)-04-0425-08

## Collision/Obstacle Avoidance Control of Vessel Formation

ZHAO Yuan, GUO Ge, DING Lei, XU Youkun, XU Huipu

(School of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

**Abstract:** The problem of the collision avoidance and obstacle avoidance in the cooperative control of fleet systems is studied. Fleet collisions can be avoided by applying the virtual structure method and adding the relative collision function into the potential function. The purpose of obstacle avoidance is also achieved by setting safety routes. According to the characters of the kinematics and the dynamics of vessels, the controller for fleet formation is designed using Lyapunov theory. Finally, a simulation is given to verify the correctness and effectiveness of the proposed controller.

**Keywords:** underactuated vessel; formation control; collision avoidance; obstacle avoidance

### 1 引言 (Introduction)

舰船编队航行能够充分获取海洋环境的有效信息, 完成单个舰船难以实现的复杂任务, 并提高任务执行效率. 因此, 编队航行已经在实时侦察、目标搜索、目标攻击和安全撤离、环境监测以及资源勘探等领域得到广泛应用. 然而, 由于海洋环境恶劣, 存在各种危及舰队安全航行的障碍物 (如暗礁、沉船、漂浮物等), 因此, 舰船编队安全航行的控制问题已成为该领域的热点问题之一. 舰船编队系统中的安全航行控制包括避碰和避障两个方面, 其中, 避碰要求舰船在航行中保持一定的安全距离, 避免相互碰撞; 避障是舰船编队安全航行的另一个重要问题. 避障包括整体避障和变换队形避障两种方式: 整体避障是指整个舰队在避障的过程中选择最优的参考航线, 且在避障的过程中保持队形结构不变; 变队形避障是指舰船必须改变队形结构才能通过障碍, 当通过障碍后便立刻恢复队形结构.

近几年, 已经有许多学者对舰船编队控制进行了研究. 目前, 舰船编队控制的主要方法可分为行为控制法<sup>[1]</sup>、引导者跟随法<sup>[2]</sup>、虚拟结构法<sup>[3]</sup>、约束函数法<sup>[4]</sup>和势函数法<sup>[5]</sup>. 势函数法广泛用于编队系统路径规划和避碰研究中, 通过势函数来描述环境及队形中个体之间的约束关系, 并以此为基础进行分析和控制. 虽然该方法已在静态环境中取得良好的控制效果, 但不能满足动态环境下实时控制的要求, 其主要困难是: 在考虑舰队避碰问题时, 一些关键点变得不可预测和难以控制. 文 [6-7] 的稳定性条件只能确保一些平衡点的稳定, 并不能确保临界状态的稳定性. 对于欠驱动舰船编队系统, 为了避免发生碰撞问题, 多数文献采用切换控制理论来解决安全问题, 控制器设计过程复杂, 并且切换控制会降低整个系统的稳定性. 为了克服此类控制器的不足, 本文借鉴文 [8-13] 中的机器人编队控制算法, 提出了一种新的欠驱动舰船编队控制器.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60974013); 霍英东教育基金资助项目 (111066); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (2009JC11, 2009QN120, 2012QN035).

通讯作者: 郭戈, geguo@yeah.net 收稿/录用/修回: 2011-04-29/2011-08-29/2011-11-24

本文在降维观测器的设计过程中,利用相互干扰项取代了非线性阻尼项,从而消除了速度测量误差,简化了设计;采用虚拟结构与势函数结合的方法编队,并考虑航行过程中的安全问题,将势函数设计成2阶可微跳跃函数,取代切换装置的设计,利用李亚普诺夫稳定性理论,设计舰船编队控制器,解决了编队系统的安全航行问题.本文提出的策略思想,经过很小的改动便可以应用到其他的多智能体的编队控制当中,具有一般性意义.

## 2 问题描述 (Problem description)

针对由  $n$  只舰船所组成的编队系统,给出单只舰船的运动学模型和动力学模型,然后根据虚拟结构法建立舰队的整体模型.

### 2.1 舰船个体数学模型

根据文 [11] 可知,对于  $1 \leq i \leq n$  来说,第  $i$  只欠驱动舰船的运动学和动力学特性为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_i = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}_i) \dot{\mathbf{v}}_i \quad (1)$$

$$\mathbf{M}_i \dot{\mathbf{v}}_i = -\mathbf{C}_i(\mathbf{v}_i) \mathbf{v}_i - \mathbf{D}_i \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\tau}_i \quad (2)$$

其中  $\boldsymbol{\eta}_i = [x_i, y_i, \varphi_i]^T$  为第  $i$  只舰船在大地坐标系下的前进位移、横漂位移和航向角,  $\mathbf{v}_i = [u_i, v_i, r_i]^T$  为第  $i$  只舰船前进速度、横漂速度和艏摇角速度,

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}_i) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & -\sin \varphi_i & 0 \\ \sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 为第 } i \text{ 只舰船的大地}$$

坐标系与附体坐标系的转换矩阵,  $\mathbf{M}_i = \text{diag}[m_{11i}, m_{22i}, m_{33i}]$  为第  $i$  只舰船的惯性矩阵,其中包含了船舶重量惯性和水动力附加的惯性,  $\mathbf{D}_i = \text{diag}[d_{11i}, d_{22i}, d_{33i}]$  为第  $i$  只舰船的水力阻尼矩阵,  $\mathbf{C}_i(\mathbf{v}_i) =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_{22i} v_i \\ 0 & 0 & m_{11i} u_i \\ m_{22i} v_i & -m_{11i} u_i & 0 \end{bmatrix} \text{ 为第 } i \text{ 只舰船的向心}$$

力矩阵,  $\boldsymbol{\tau}_i = [\tau_{u_i}, 0, \tau_{r_i}]^T$  为螺旋桨主推器和舵装置的控制输入.

### 2.2 虚拟结构舰船编队模型

在虚拟结构法中,将整个编队视为一个单一刚体的虚拟结构,舰船个体的控制律是通过定义虚拟结构的动力学,然后将虚拟结构的运动转化为舰船个体的期望运动而获得.当队形移动时,编队的所有成员跟踪其在刚体上对应的固定点,并使用队形反馈来防止舰队中的成员偏离队伍.编队中的每一个成员跟踪由期望编队函数支配的虚拟元素,实现编队控制.

由  $n$  只舰船组成的编队系统如图 1 所示.队形结构中心航迹为每只舰船的参考航迹且中心航迹是虚拟的,其参数表示为  $\boldsymbol{\Gamma}_0(s_0) = [x_{d0}(s_0), y_{d0}(s_0)]^T$ ,其中  $s_0$  为航迹参数.在某一时刻,舰船各自的坐标由舰船中心到参考点的位移  $\mathbf{l}_i(x_{d0}(s_i), y_{d0}(s_i))$  确定.舰船的参考航迹为  $\boldsymbol{\Gamma}_i(s_i) = [x_{di}(s_i), y_{di}(s_i)]^T$ ,其中  $s_i$  是关于时间的航迹参数 [12]. 由图 1 知:

$$\boldsymbol{\Gamma}_i(s_i) = \boldsymbol{\Gamma}_0(s_0) + \mathbf{R}(\varphi_{d0}(s_i)) \mathbf{l}_i(x_{d0}(s_i), y_{d0}(s_i)) \quad (3)$$

其中,

$$\mathbf{l}_i(x_{d0}(s_i), y_{d0}(s_i)) = \begin{bmatrix} l_{xi}(x_{d0}(s_i), y_{d0}(s_i)) \\ l_{yi}(x_{d0}(s_i), y_{d0}(s_i)) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(\varphi_{d0}(s_i)) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{d0}(s_i) & -\sin \varphi_{d0}(s_i) \\ \sin \varphi_{d0}(s_i) & \cos \varphi_{d0}(s_i) \end{bmatrix}$$

$$\varphi_{d0}(s_i) = \arctan(y'_{d0}(s_i), x'_{d0}(s_i))$$

$$y'_{d0}(s_i) = \left. \frac{\partial y_{d0}(s_i)}{\partial s_0} \right|_{s_0} = s_i$$

$$x'_{d0}(s_i) = \left. \frac{\partial x_{d0}(s_i)}{\partial s_0} \right|_{s_0} = s_i$$

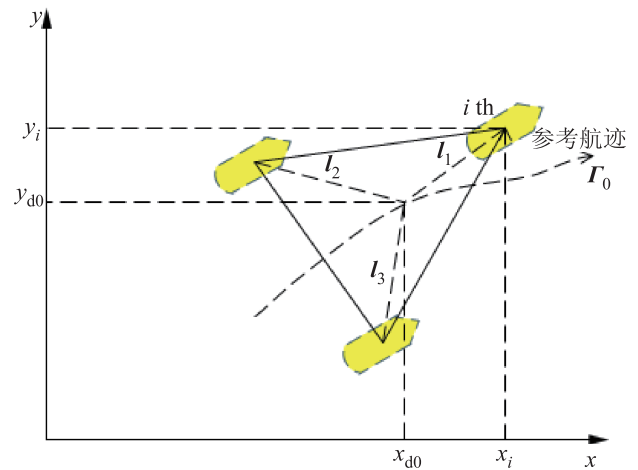


图 1 舰船编队结构图

Fig.1 Formation structure of vessels

假设队形中心虚拟船舶的参考航迹为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{di} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}_{di}) \dot{\mathbf{v}}_{di} \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{di} = -\frac{m_{11i}}{m_{22i}} u_{di} r_{di} - \frac{d_{22i}}{m_{22i}} v_{di} \quad (5)$$

其中,舰船的前进速度  $u_{di}(t)$  有界且2阶可微.式(4)、(5)中的参数类似于模型(1)、(2)中的参数,但并不需要确切地知道虚拟船舶的各个具体量,只要各变量及其导数有界即可.

### 2.3 控制目标

为了便于控制器设计, 对编队系统做出如下假设<sup>[13]</sup>:

(1) 每只舰船只有位置  $(x_i, y_i)$  和航向角  $\varphi_i$  可以测量, 速度  $u_i, v_i, r_i$  均不可测量.

(2) 每只舰船都有各自的航行安全半径  $R_i$  和通信半径  $\bar{R}_i$ , 满足  $\bar{R}_i \gg R_i + R_j$  ( $i, j = 1, 2, \dots, N, j \neq i$ ).

(3) 在通信范围内, 通信协议的内容包括  $(x_i, y_i, \varphi_i, \hat{v}_i)$  和各自的参考航迹  $\Gamma_{di}$ , 其中  $\hat{v}_i$  为  $v_i$  的估计量.

(4) 对于任意初始状态, 存在常量  $\varepsilon_0 > 0$ , 满足:

$$\begin{aligned} \|\Gamma_i(s_0) - \Gamma_j(s_0)\| - (R_i + R_j) &\geq \varepsilon_0 \\ i, j &\in \{1, 2, \dots, N\}, \quad i \neq j \end{aligned}$$

(5) 对于某特定的参数值  $s_i$ , 存在唯一的  $x_{di}(s_i)$  和  $y_{di}(s_i)$ , 使参考航迹满足:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_{d0}^2(t) \neq 0, \quad u_{d0} = \sqrt{x_{d0}'^2 + y_{d0}'^2} \dot{s}_{d0}$$

其中, 常量  $u_{d0}^{\max} > 0$ ,  $\dot{u}_{d0}, \ddot{u}_{d0}$  有界. 存在常量  $\varepsilon_1 > 0$ , 使常量  $l_i$  满足:

$$\|l_i - l_j\| - (R_i + R_j) \geq \varepsilon_1$$

**说明 1:** 假设 (1) 说明需要设计观测器测量舰船的速度; 假设 (2) 说明现在舰船通信技术手段不断升级, 通信距离不断增大, 可满足舰船间的通信网要求; 假设 (3) 表示了通信协议的内容; 假设 (4) 说明初始状态下舰船之间不存在碰撞问题; 假设 (5) 意味着每个舰船的航线是唯一的.

在假设 (1) ~ (4) 下, 舰船编队系统控制目标为: 设计输出反馈观测器估计船舶的速度  $\hat{v}_i$  和设计控制输入  $\tau_i$  使各个舰船保持预期的编队队形, 即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\| \begin{bmatrix} x_i(t) - x_{di}(t) \\ y_i(t) - x_{di}(t) \\ \varphi_i(t) - \varphi_{di}(t) \end{bmatrix} \right\| = 0 \quad (6)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (s_i(t) - s_0(t)) = 0 \quad (7)$$

$$\|\Gamma_i(t) - \Gamma_j(t)\| - (R_i + R_j) \geq \varepsilon_2 \quad (8)$$

其中,  $\varphi_{di} = \arctan(y_{di}'(s_i)/x_{di}'(s_i))$ ,  $x_{di}'(s_i) = \partial x_{di}/\partial s_i$ ,  $y_{di}'(s_i) = \partial y_{di}/\partial s_i$ ,  $\varepsilon_2$  为任意大于 0 的常量.

### 3 观测器的设计和状态转换 (Observer design and the state transformation)

#### 3.1 观测器的设计

为了简化观测器的设计, 消除式 (2) 中向心力

矩阵项  $C_i(v_i)v_i$ , 引入状态转移矩阵:

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{Q}_i(\eta_i)v_i \quad (9)$$

其中  $\mathbf{Q}_i(\eta_i) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  为广义变量矩阵.

结合方程 (1)、(2) 和 (9) 得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_i &= (\dot{\mathbf{Q}}_i(\eta_i)v_i - \mathbf{Q}_i(\eta_i)\mathbf{M}_i^{-1}C_i(v_i)v_i) - \\ &\quad \mathbf{Q}_i(\eta_i)\mathbf{M}_i^{-1}D_i\mathbf{Q}_i^{-1}(\eta_i)\mathbf{X}_i + \\ &\quad \mathbf{Q}_i(\eta_i)\mathbf{M}_i^{-1}\tau_i \end{aligned} \quad (10)$$

为了使式 (10) 中的第 1 项为 0, 选择  $\mathbf{Q}_i(\eta_i)$  为<sup>[14]</sup>

$$\mathbf{Q}_i(\eta_i) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & -\alpha \sin \varphi_i & 0 \\ \sin \varphi_i & \alpha \cos \varphi_i & 0 \\ f(\eta_i)\beta & h(\eta_i)\gamma & 1 \end{bmatrix}$$

其中,  $\alpha = \frac{m_{22i}}{m_{11i}}$ ,  $\beta = \frac{m_{11i}}{m_{33i}}$ ,  $\gamma = \frac{m_{22i}}{m_{33i}}$ ,  $f(\eta_i) = x_i \sin \varphi_i - y_i \cos \varphi_i$ ,  $h(\eta_i) = x_i \cos \varphi_i + y_i \sin \varphi_i$ .

将  $\mathbf{Q}_i(\eta_i)$  代入式 (10), 结合方程 (9) 有:

$$\dot{\eta}_i = J(\eta_i)\mathbf{Q}_i^{-1}(\eta_i)\mathbf{X}_i \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_i = -D_{\eta_i}(\eta_i)\mathbf{X}_i + \mathbf{Q}_i(\eta_i)\mathbf{M}_i^{-1}\tau_i \quad (12)$$

其中,  $D_{\eta_i}(\eta_i) = \mathbf{Q}_i(\eta_i)\mathbf{M}_i^{-1}D_i\mathbf{Q}_i^{-1}(\eta_i)$ . 由于速度测量时常伴有噪音等干扰, 因此非线性降维观测器设计成:

$$\dot{\hat{\eta}}_i = J(\eta_i)\mathbf{Q}_i^{-1}(\eta_i)\hat{\mathbf{X}}_i + \mathbf{K}_{01i}(\eta_i - \hat{\eta}_i) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{X}}}_i &= -D_{\eta_i}(\eta_i)\hat{\mathbf{X}}_i + \mathbf{Q}_i(\eta_i)\mathbf{M}_i^{-1}\tau_i + \\ &\quad \mathbf{K}_{02i}(\eta_i - \hat{\eta}_i) + \Xi_i \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\hat{\eta}_i$  和  $\hat{\mathbf{X}}_i$  分别是  $\eta_i$  和  $\mathbf{X}_i$  的观测值;  $\Xi_i$  为交织项, 引入交织项  $\Xi_i$  的目的是消除控制器设计中的测量误差, 避免出现非线性阻尼项设计复杂的问题;  $\mathbf{K}_{01i}$  和  $\mathbf{K}_{02i}$  为观测器的增益矩阵, 满足  $\mathbf{Q}_{01i}, \mathbf{Q}_{02i}$  为正定矩阵,  $\mathbf{Q}_{01i} = \mathbf{K}_{01i}^T \mathbf{p}_{01i} + \mathbf{p}_{01i} \mathbf{K}_{01i}$ ,  $\mathbf{Q}_{02i} = D_{\eta_i}^T(\eta_i) \cdot \mathbf{p}_{02i} + \mathbf{p}_{02i} D_{\eta_i}(\eta_i)$  且  $(J(\eta_i)\mathbf{Q}_i^{-1}(\eta_i))^T \mathbf{p}_{01i} - \mathbf{p}_{02i} \mathbf{K}_{02i} = 0$ , 其中  $\mathbf{p}_{01i}, \mathbf{p}_{02i}$  为正定矩阵.  $D_{\eta_i}(\eta_i)$  正定, 所以  $\mathbf{K}_{01i}$  和  $\mathbf{K}_{02i}$  存在.

定义  $\tilde{\eta}_i = \eta_i - \hat{\eta}_i$ ,  $\tilde{\mathbf{X}}_i = \mathbf{X}_i - \hat{\mathbf{X}}_i$ , 结合方程 (11) ~ (14) 得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\eta}}_i = J(\eta_i)\mathbf{Q}_i^{-1}(\eta_i)\tilde{\mathbf{X}}_i - \mathbf{K}_{01i}\tilde{\eta}_i \\ \dot{\tilde{\mathbf{X}}}_i = -D_{\eta_i}(\eta_i)\tilde{\mathbf{X}}_i - \mathbf{K}_{02i}\tilde{\eta}_i - \Xi_i \end{cases} \quad (15)$$

选择李亚普诺夫函数:

$$V_{0i} = \tilde{\eta}_i^T \mathbf{p}_{01i} \tilde{\eta}_i + \tilde{\mathbf{X}}_i^T \mathbf{p}_{02i} \tilde{\mathbf{X}}_i \quad (16)$$

结合方程 (14)、(15), 对方程 (16) 求导得

$$\dot{V}_{0i} = -\tilde{\eta}_i^T \mathbf{Q}_{01i} \tilde{\eta}_i - \tilde{\mathbf{X}}_i^T \mathbf{Q}_{02i} \tilde{\mathbf{X}}_i < 0$$

由此可知  $(\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i, \tilde{\boldsymbol{X}}_i)$  是渐近稳定的。

定义速度估计量  $\hat{\boldsymbol{v}}_i = [\hat{u}_i, \hat{v}_i, \hat{r}_i]^T$ , 其中  $\hat{u}_i$ 、 $\hat{v}_i$ 、 $\hat{r}_i$  分别为对舰船的  $u_i$ 、 $v_i$  和  $r_i$  的估计值, 且满足:

$$\hat{\boldsymbol{v}}_i = \boldsymbol{Q}_i^{-1}(\boldsymbol{\eta}_i) \tilde{\boldsymbol{X}}_i \quad (17)$$

定义速度测量误差  $\tilde{\boldsymbol{v}}_i = \boldsymbol{v}_i - \hat{\boldsymbol{v}}_i = [\tilde{u}_i, \tilde{v}_i, \tilde{r}_i]^T$ , 则有:

$$\tilde{\boldsymbol{v}}_i = \boldsymbol{Q}_i^{-1}(\boldsymbol{\eta}_i) \tilde{\boldsymbol{X}}_i \quad (18)$$

综上所述可得

$$\begin{cases} \dot{x}_i = (\hat{u}_i + \tilde{u}_i) \cos \varphi_i - (\hat{v}_i + \tilde{v}_i) \sin \varphi_i \\ \dot{y}_i = (\hat{u}_i + \tilde{u}_i) \sin \varphi_i + (\hat{v}_i + \tilde{v}_i) \cos \varphi_i \\ \dot{\varphi}_i = \hat{r}_i + \tilde{r}_i \end{cases} \quad (19)$$

$$\boldsymbol{M}_i \dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_i = -\boldsymbol{C}_i(\hat{\boldsymbol{v}}_i) \hat{\boldsymbol{v}}_i - \boldsymbol{D}_i \hat{\boldsymbol{v}}_i + \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\Omega}_i \quad (20)$$

其中,  $\boldsymbol{\Omega}_i = \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{Q}_i^{-1}(\boldsymbol{\eta}_i) \boldsymbol{K}_{02i} \tilde{\boldsymbol{\eta}}_i + \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{Q}_i^{-1}(\boldsymbol{\eta}_i) \boldsymbol{\Xi}_i$ .

### 3.2 坐标转换

为了方便控制器设计, 进行坐标转换, 如图 2 所示。

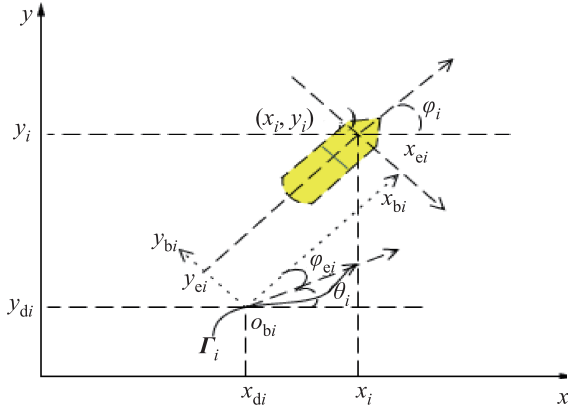


图 2 跟踪误差

Fig.2 Tracking error

由图 2 可知, 在  $o_{bi}x_{bi}y_{bi}$  坐标下, 航迹的跟踪误差为  $[(x_i - x_{di}), (y_i - y_{di}), (\varphi_i - \varphi_{di})]$ ,  $o_{bi}$  为航迹  $\Gamma_i(s_i)$  上的一点,  $\boldsymbol{u}_{di}$  为航线  $\Gamma_i(s_i)$  的切线方向. 跟踪误差表示为

$$\begin{cases} x_{ei} = (x_i - x_{di}) \cos \varphi_i + (y_i - y_{di}) \sin \varphi_i \\ y_{ei} = -(x_i - x_{di}) \sin \varphi_i + (y_i - y_{di}) \cos \varphi_i \\ \varphi_{ei} = \varphi_i - \varphi_{di} \end{cases}$$

其中, 位置误差为  $[x_{ei}, y_{ei}]$ , 转角误差为  $\varphi_{ei}$ .

对方程两边求导数, 结合方程 (4)、(5)、(19) 和 (20), 有:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ei} &= \hat{u}_i - u_{di} \cos \varphi_{ei} + (\hat{r}_i + \tilde{r}_i) y_{ei} + \tilde{u}_i - v_{di} \sin \varphi_{ei} \\ \dot{y}_{ei} &= \hat{v}_i + u_{di} \sin \varphi_{ei} - (\hat{r}_i + \tilde{r}_i) x_{ei} + \tilde{v}_i - v_{di} \cos \varphi_{ei} \\ \dot{\varphi}_{ei} &= \hat{r}_i - r_{di} + \tilde{r}_i \end{aligned}$$

定义横漂速度误差为  $\boldsymbol{v}_{ei} = \hat{\boldsymbol{v}}_i - \boldsymbol{v}_{di}$ , 由方程 (20) 得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}_i \dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_i &= -\boldsymbol{C}_i(\hat{\boldsymbol{v}}_i) \hat{\boldsymbol{v}}_i - \boldsymbol{D}_i \hat{\boldsymbol{v}}_i + \boldsymbol{\tau}_i - \boldsymbol{C}_i(\hat{\boldsymbol{v}}_i) \tilde{\boldsymbol{v}}_i + \\ &\quad \boldsymbol{\Omega}_i - [0, \dot{v}_{di}, 0]^T \end{aligned} \quad (21)$$

其中  $\hat{\boldsymbol{v}}_i = [\hat{u}_i, \boldsymbol{v}_{ei}, \hat{r}_i]^T$ .

## 4 控制器设计 (Design of the controller)

利用李亚普诺夫稳定性理论, 分别从运动学和动力学两个方面进行控制器设计<sup>[13]</sup>. 在运动学设计部分, 将式 (21) 中的前进速度估计值和艏摇角速度的估计值作为实时控制输入; 在动力学部分, 设计式 (21) 中的实际控制输入  $\boldsymbol{\tau}_i$ .

### 4.1 运动学控制设计

首先, 将航向角  $\varphi_i$  和前进速度的估计值  $\hat{u}_i$  作为实时控制参数, 用于位置跟踪与避撞问题中. 定义转角误差和前进速度误差分别为

$$\varphi_{ei} = \varphi_i - \alpha_{\varphi_i} \quad (22)$$

$$u_{ei} = \hat{u}_i - \alpha_{\hat{u}_i} \quad (23)$$

其中  $\alpha_{\varphi_i}$ 、 $\alpha_{\hat{u}_i}$  作为  $\varphi_i$  和  $\hat{u}_i$  的虚拟控制量.

令  $\boldsymbol{q}_i = [x_i, y_i]^T$ , 由方程 (19)、(22) 和 (23) 可得

$$\dot{\boldsymbol{q}}_i = \boldsymbol{w}_i + \boldsymbol{\Delta}_{1i} + \boldsymbol{\Delta}_{2i} + \boldsymbol{\Delta}_{3i} + \boldsymbol{\Delta}_{4i} + \boldsymbol{\Delta}_{5i} + \boldsymbol{\Delta}_{6i} \quad (24)$$

其中,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{w}_i &= \begin{bmatrix} \cos \alpha_{\varphi_i} \\ \sin \alpha_{\varphi_i} \end{bmatrix} \alpha_{\hat{u}_i}, \quad \boldsymbol{\Delta}_{6i} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i \\ \cos \varphi_i \end{bmatrix} \tilde{v}_i \\ \boldsymbol{\Delta}_{1i} &= \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{ei} + \alpha_{\varphi_i}) - \cos \alpha_{\varphi_i} \\ \sin(\varphi_{ei} + \alpha_{\varphi_i}) - \sin \alpha_{\varphi_i} \end{bmatrix} \alpha_{\hat{u}_i} \\ \boldsymbol{\Delta}_{2i} &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_i \\ \sin \varphi_i \end{bmatrix} u_{ei}, \quad \boldsymbol{\Delta}_{3i} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i \\ \sin \varphi_i \end{bmatrix} \tilde{u}_i \\ \boldsymbol{\Delta}_{4i} &= \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i \\ \cos \varphi_i \end{bmatrix} v_{ei}, \quad \boldsymbol{\Delta}_{5i} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i \\ \cos \varphi_i \end{bmatrix} \tilde{v}_i \end{aligned} \quad (25)$$

设计控制量  $\boldsymbol{w}_i$  使其满足航迹跟踪和避撞条件. 定义函数:

$$\Phi_{11} = 0.5 \sum_{i=1}^N (\gamma_i + \beta_i) \quad (26)$$

其中  $\gamma_i$ 、 $\beta_i$  分别为跟踪函数和相对避撞函数, 取  $\gamma_i = \|\boldsymbol{q}_i - \boldsymbol{q}_{di}\|^2$ . 当跟踪误差为 0 时, 各个舰船达到各自的理想位置, 即形成理想的编队队形结构. 避撞函数  $\beta_i$  相对于任何相联系的舰船均为无穷远点, 当碰

撞发生时, 舰船  $i$  相对于其它邻近的舰船  $j$  应维持在最小值, 取:

$$\beta_i = \sum_{j \in N_i} \beta_{ij} \quad (27)$$

其中,  $N_i$  为舰队中所有个体的集合, 但不包括舰船  $i$ ;  $\beta_{ij} = \beta_{ji}$  是关于  $0.5\|\mathbf{q}_{ij}\|^2$  的函数,  $\mathbf{q}_{ij} = \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j$ ,  $\beta_{ij}$  选择为

$$\beta_{ij} = \frac{h_{ij}(\|\mathbf{q}_{ij}\|^2/2, a_{ij}^2/2, b_{ij}^2/2)}{1 - h_{ij}(\|\mathbf{q}_{ij}\|^2/2, a_{ij}^2/2, b_{ij}^2/2)}$$

其中,  $a_{ij} \geq \underline{R}_i + \underline{R}_j$ ,  $b_{ij} \leq \min(\bar{R}_i, \bar{R}_j, \|\mathbf{q}_{dij}\|)$ ,  $h_{ij}(\|\mathbf{q}_{ij}\|^2/2, a_{ij}^2/2, b_{ij}^2/2)$  为光滑的  $p$  阶可微函数<sup>[7]</sup>.  $\beta_{ij}$  具有下列性质:

(i)  $\beta_{ij}$  正定. 当所有的舰船到达各自的位置时,  $\beta_{ij} = 0$ . 当舰船之间任两个发生碰撞时,  $\beta_{ij} = \infty$ .

(ii)  $\beta_{ij}$  是关于  $\|\mathbf{q}_{ij}\|^2/2$  的至少 3 阶可微函数.

满足上述条件的函数选择为  $h(x, a, b) =$

$$\frac{\int_a^x f(\tau - a)f(b - \tau) d\tau}{\int_a^b f(\tau - a)f(b - \tau) d\tau}, \text{ 函数 } f(x) \text{ 选择为 } f(x) = e^{-\frac{1}{x}}.$$

结合方程 (24), 对方程 (26) 两边求导有:

$$\dot{\Phi}_{11} = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i^T (\mathbf{w}_i + \boldsymbol{\Delta}_{fi} - \dot{\mathbf{q}}_{d0}) \quad (28)$$

其中,  $\boldsymbol{\Delta}_{fi} = \boldsymbol{\Delta}_{1i} + \boldsymbol{\Delta}_{2i} + \boldsymbol{\Delta}_{3i} + \boldsymbol{\Delta}_{4i} + \boldsymbol{\Delta}_{5i} + \boldsymbol{\Delta}_{6i}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_{d0} = \dot{\mathbf{q}}_{di}$ ,  $\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_j = (\mathbf{w}_i - \dot{\mathbf{q}}_{d0}) - (\mathbf{w}_j - \dot{\mathbf{q}}_{d0})$ .

$$\boldsymbol{\Theta}_i = \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{di} + \sum_{j \in N_i} \beta'_{ij} \mathbf{q}_{ij} \quad (29)$$

由方程 (28) 选取控制量  $\mathbf{w}_i$  为

$$\mathbf{w}_i = -k_0 u_{d0}^2 \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_i) + \dot{\mathbf{q}}_{d0} \quad (30)$$

其中, 常量  $k_0 > 0$ ;  $\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_i) = [\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_{xi}), \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_{yi})]^T$  有界;  $\boldsymbol{\Theta}_i = [\boldsymbol{\Theta}_{xi}, \boldsymbol{\Theta}_{yi}]^T$  为关于  $x$  的 3 阶可微有界奇函数, 这里取  $\boldsymbol{\Theta}(x) = \arctan x$ .

根据以上条件, 方程 (30) 可整理成:

$$\alpha_{\hat{r}_i} \cos \alpha_{\varphi_i} = -k_0 u_{d0}^2 \boldsymbol{\Psi}_i(\boldsymbol{\Theta}_{xi}) + u_{d0} \cos \varphi_{d0} \quad (31)$$

$$\alpha_{\hat{r}_i} \sin \alpha_{\varphi_i} = -k_0 u_{d0}^2 \boldsymbol{\Psi}_i(\boldsymbol{\Theta}_{yi}) + u_{d0} \sin \varphi_{d0} \quad (32)$$

其中,

$$\dot{x}_{d0} = \dot{x}'_{d0} \dot{s}_{d0} = u_{d0} \cos \varphi_{d0}$$

$$\dot{y}_{d0} = \dot{y}'_{d0} \dot{s}_{d0} = u_{d0} \sin \varphi_{d0}$$

$$\varphi_{d0} = \arctan(\dot{y}'_{d0}/\dot{x}'_{d0}), \quad \sqrt{\dot{x}'_{d0}{}^2 + \dot{y}'_{d0}{}^2} > 0$$

进而求得

$$\alpha_{\hat{r}_i} = (-k_0 u_{d0}^2 \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_{xi}) \cos \alpha_{\varphi_i} + u_{d0} \cos \varphi_{d0}) + \sin \alpha_{\varphi_i} (-k_0 u_{d0}^2 \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_{yi}) + u_{d0} \sin \varphi_{d0}) \quad (33)$$

$$\alpha_{\varphi_i} = \varphi_{d0} + \arctan \frac{-k_0 u_{d0}^2 (z_1 + z_2)}{-k_0 u_{d0}^2 (z_2 + z_1) + u_{d0}} \quad (34)$$

其中,  $z_1 = -\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_{xi}) \sin \varphi_{d0}$ ,  $z_2 = \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_{yi}) \cos \varphi_{d0}$ , 且满足  $-k_0 u_{d0}^2 (z_1 + z_2) + 1 \geq -2\rho_1 k_0 u_{d0}^{\max} + 1 > 0$ . 此外,  $\alpha_{\varphi_i}$  和  $\alpha_{\hat{r}_i}$  关于变量  $q_{d0}$ 、 $\varphi_{d0}$ 、 $u_{d0}$ 、 $q_i$ 、 $q_{ij}$  至少是 2 阶可微的.

将方程 (29) 代入方程 (30), 可得

$$\mathbf{w}_i = k_0 u_{d0}^2 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi} \left( -\vartheta_x - \sum_{j \in N_i} \beta'_{ij} \vartheta_{xij} \right) \\ \boldsymbol{\Psi} \left( -\vartheta_y - \sum_{j \in N_j} \beta'_{ij} \vartheta_{yij} \right) \end{bmatrix} + \dot{\mathbf{q}}_{d0} \quad (35)$$

其中,  $\vartheta_x = x_i - x_{di}$ ,  $\vartheta_y = y_i - y_{di}$ ,  $\vartheta_{xij} = x_i - x_j$ ,  $\vartheta_{yij} = y_i - y_j$ .

由方程 (35) 可知,  $\boldsymbol{\Psi}$  包含 2 项: 第 1 项为  $-\vartheta_x$ 、 $-\vartheta_y$ , 确保舰船  $i$  达到预定位置, 即整个系统达到预期的编队状态; 第 2 项为  $-\sum_{j \in N_i} \beta'_{ij} \vartheta_{xij}$ , 避免舰船间发生碰撞.

将方程 (30) 代入式 (28), 可得

$$\dot{\Phi}_{11} = -k_0 u_{d0}^2 \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i^T \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_i) + \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i^T \boldsymbol{\Delta}_{fi} \quad (36)$$

接下来, 将艏摇角速度的估计值  $\hat{r}_i$  作为实时控制输入, 用来将转角误差  $\varphi_{ei}$  稳定到原点, 于是定义  $r_{ei}$  为

$$r_{ei} = \hat{r}_i - \alpha_{\hat{r}_i} \quad (37)$$

其中  $\alpha_{\hat{r}_i}$  为  $\hat{r}_i$  的虚拟控制量. 结合方程 (19)、(33) 和 (37), 对方程 (22) 方程两边求导可得

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_{ei} = & r_{ei} + \alpha_{\hat{r}_i} + \tilde{r}_i - \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial q_{d0}} \dot{q}_{d0} - \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \varphi_{d0}} \dot{\varphi}_{d0} - \\ & \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial u_{d0}} \dot{u}_{d0} - \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} (\mathbf{w}_i + \boldsymbol{\Delta}_{fi}) - \\ & \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} (\mathbf{w}_i + \boldsymbol{\Delta}_{fi} - (\mathbf{w}_j + \boldsymbol{\Delta}_{fj})) \end{aligned} \quad (38)$$

为了设计  $\alpha_{\hat{r}_i}$ , 选择函数:

$$\Phi_{12} = \Phi_{11} + 0.5 \sum_{i=1}^N \varphi_{ei}^2 \quad (39)$$

对式 (39) 两边求导, 由方程 (36)、(38) 知:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{12} = & -k_0 u_{d0}^2 \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i^T \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_i) + \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i (\boldsymbol{\Delta}_{2i} + \boldsymbol{\Delta}_{3i} + \boldsymbol{\Delta}_{4i} + \\ & \boldsymbol{\Delta}_{5i}) + \sum_{i=1}^N \varphi_{ei} \left( \frac{\boldsymbol{\Theta}_i^T (\boldsymbol{\Delta}_{1i} + \boldsymbol{\Delta}_{6i})}{\varphi_{ei}} + r_{ei} + \alpha_{\hat{r}_i} + \right. \\ & \tilde{r}_i - \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{d0}} \dot{\mathbf{q}}_{d0} - \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \varphi_{d0}} \dot{\varphi}_{d0} - \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial u_{d0}} \dot{u}_{d0} - \\ & \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} (\mathbf{w}_i + \boldsymbol{\Delta}_{fi} - (\mathbf{w}_j + \boldsymbol{\Delta}_{fj})) - \\ & \left. \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} (\mathbf{w}_i + \boldsymbol{\Delta}_{fi}) \right) \end{aligned} \quad (40)$$

由式 (40) 可知,  $\alpha_{\hat{r}_i}$  可选择为

$$\begin{aligned} \alpha_{\hat{r}_i} = & -k_i \varphi_{ei} - \frac{\boldsymbol{\Theta}_i^T (\boldsymbol{\Delta}_{1i} + \boldsymbol{\Delta}_{6i})}{\varphi_{ei}} + \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{d0}} \dot{\mathbf{q}}_{d0} + \\ & \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \varphi_{d0}} \dot{\varphi}_{d0} + \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial u_{d0}} \dot{u}_{d0} + \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} (\mathbf{w}_i + \boldsymbol{\Delta}_{1i} + \boldsymbol{\Delta}_{6i}) + \\ & \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} (\mathbf{w}_i + \boldsymbol{\Delta}_{1i} + \boldsymbol{\Delta}_{6i} - (\mathbf{w}_j + \boldsymbol{\Delta}_{1j} + \boldsymbol{\Delta}_{6j})) \end{aligned} \quad (41)$$

其中常量  $k_i > 0$ . 将方程 (41) 代入 (40), 得

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{12} = & -k_0 u_{d0}^2 \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i^T \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_i) - \sum_{i=1}^N k_i \varphi_{ei}^2 + \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i^T (\boldsymbol{\Delta}_{3i} + \\ & \boldsymbol{\Delta}_{5i}) + \sum_{i=1}^N (\varphi_{ei} (r_{ei} + \tilde{r}_i) + \boldsymbol{\xi} \times (\boldsymbol{\Delta}_{2i} + \boldsymbol{\Delta}_{4i})) + \\ & \sum_{i=1}^N \varphi_{ei} \left( \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} \boldsymbol{\Delta}_{3i} - \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} (\boldsymbol{\Delta}_{3i} - \boldsymbol{\Delta}_{3j}) \times \right. \\ & \left. \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} \boldsymbol{\Delta}_{5i} - \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} (\boldsymbol{\Delta}_{5i} - \boldsymbol{\Delta}_{5j}) \right) \end{aligned} \quad (42)$$

其中,

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\Theta}_i^T - \varphi_{ei} \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} - \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ei} - \frac{\partial \alpha_{\varphi_j}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ej} \right)$$

为了方便设计控制器, 先计算  $\mathbf{M}_i \dot{\mathbf{v}}_{ei}$ , 其中  $\mathbf{v}_{ei} = [u_{ei}, v_{ei}, r_{ei}]^T$ , 由方程 (20)、(23) 和 (37) 可知:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{v}}_{ei} = & -\mathbf{C}_i(\hat{\mathbf{v}}_i) \hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{D}_i \hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{M}_i [\dot{\alpha}_{\hat{u}_i}, \dot{v}_{di}, \dot{\alpha}_{\hat{r}_i}]^T + \\ & \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\Omega} \end{aligned} \quad (43)$$

其中,

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{\hat{u}_i} = & \bar{\alpha}_{\hat{u}_i} + \bar{\bar{\alpha}}_{\hat{u}_i} \\ \bar{\alpha}_{\hat{u}_i} = & \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_i}}{\partial \mathbf{q}_{d0}} \dot{\mathbf{q}}_{d0} + \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_i}}{\partial \varphi_{d0}} \dot{\varphi}_{d0} + \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_i}}{\partial u_{d0}} \dot{u}_{d0} + \\ & \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_i}}{\partial \boldsymbol{\pi}_i} \boldsymbol{\pi}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} (\boldsymbol{\pi}_i - \boldsymbol{\pi}_j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{\hat{u}_i} = & \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_i}}{\partial \mathbf{q}_i} \boldsymbol{\chi}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} (\boldsymbol{\chi}_i - \boldsymbol{\chi}_j) \\ \dot{\alpha}_{\hat{r}_i} = & \bar{\alpha}_{\hat{r}_i} + \bar{\bar{\alpha}}_{\hat{r}_i} \\ \bar{\alpha}_{\hat{r}_i} = & \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \mathbf{q}_{d0}} \dot{\mathbf{q}}_{d0} + \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \varphi_{d0}} \dot{\varphi}_{d0} + \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial u_{d0}} \dot{u}_{d0} + \\ & \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \mathbf{q}_{d0}} \dot{\mathbf{q}}_{d0} + \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \varphi_{d0}} \dot{\varphi}_{d0} + \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial u_{d0}} \dot{u}_{d0} + \\ & \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \mathbf{q}_i} \boldsymbol{\pi}_i + \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \varphi_i} \dot{\varphi}_i + \\ & \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \varphi_j} \dot{\varphi}_j + \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} (\boldsymbol{\pi}_i - \boldsymbol{\pi}_j) \right) \\ \bar{\bar{\alpha}}_{\hat{r}_i} = & \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \mathbf{q}_i} \boldsymbol{\chi}_i + \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \varphi_i} \dot{\varphi}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \varphi_j} \dot{\varphi}_j + \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} (\boldsymbol{\chi}_i - \boldsymbol{\chi}_j) \right) \\ \boldsymbol{\pi}_i = & \mathbf{w}_i + \boldsymbol{\Delta}_{1i} + \boldsymbol{\Delta}_{2i} + \boldsymbol{\Delta}_{4i} + \boldsymbol{\Delta}_{6i}, \quad \boldsymbol{\chi}_i = \boldsymbol{\Delta}_{3i} + \boldsymbol{\Delta}_{5i} \end{aligned}$$

## 4.2 动力学设计

在这部分, 对系统 (21) 中的控制器  $\boldsymbol{\tau}_i$  和观测器 (14) 中的交织项  $\boldsymbol{\Xi}_i$  进行设计. 选择函数:

$$\Phi_a = \Phi_{12} + 0.5 \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_{ei}^T \mathbf{M}_i \mathbf{v}_{ei} \quad (44)$$

结合方程 (42)、(43), 对式 (44) 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_a = & -k_0 u_{d0}^2 \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Theta}_i^T \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\Theta}_i) - \sum_{i=1}^N k_i \varphi_{ei}^2 + \sum_{i=1}^N \varphi_{ei} r_{ei} + \\ & \sum_{i=1}^N [\boldsymbol{\Lambda}_1, \boldsymbol{\Lambda}_2, \boldsymbol{\Lambda}_3] \boldsymbol{Q}_i^{-1} \tilde{\mathbf{X}}_i + \sum_{i=1}^N \left( \boldsymbol{\Theta}_i^T - \varphi_{ei} \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} - \right. \\ & \left. \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ei} - \frac{\partial \alpha_{\varphi_j}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ej} \right) \right) (\boldsymbol{\Delta}_{2i} + \boldsymbol{\Delta}_{4i}) + \\ & \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_{ei}^T (-\mathbf{C}_i(\hat{\mathbf{v}}_i) \hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{D}_i \hat{\mathbf{v}}_i - \\ & \mathbf{M}_i [\dot{\alpha}_{\hat{u}_i}, \dot{v}_{di}, \dot{\alpha}_{\hat{r}_i}]^T + \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\Omega}) \end{aligned} \quad (45)$$

其中,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Lambda}_{1i} = & \mathbf{Z}_i \bar{\boldsymbol{\Delta}}_{3i}, \quad \boldsymbol{\Lambda}_{2i} = \mathbf{Z}_i \bar{\boldsymbol{\Delta}}_{5i} \\ \boldsymbol{\Lambda}_{3i} = & \varphi_{ei} \mathbf{1} - \mathbf{v}_{ei}^T \mathbf{M}_i \mathbf{C}_i(\hat{\mathbf{v}}_i) - A_3 \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \varphi_i} - A_3 \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_j}}{\partial \varphi_j} \\ \mathbf{1} = & [1, 1, 1]^T, \quad \mathbf{Z}_i = [\mathbf{Z}_{1i}, \mathbf{Z}_{2i}, \mathbf{Z}_{3i}]^T \\ \mathbf{Z}_{1i} = & \boldsymbol{\Theta}_i^T - \varphi_{ei} \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} - \sum_{j=1, j \neq i}^N (\varphi_{ei} \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} - \varphi_{ej} \frac{\partial \alpha_{\varphi_j}}{\partial \mathbf{q}_{ij}}) \\ \mathbf{Z}_{2i} = & -A_1 \left( \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_i}}{\partial \mathbf{q}_i} - \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} - \frac{\partial \alpha_{\hat{u}_j}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \right) \right) \\ \mathbf{Z}_{3i} = & -A_3 \left( \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \mathbf{q}_i} - \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} - \frac{\partial \alpha_{\hat{r}_j}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \right) \right) \\ \bar{\boldsymbol{\Delta}}_{3i} = & [\cos \varphi_i, \sin \varphi_i, 0]^T, \quad \bar{\boldsymbol{\Delta}}_{5i} = [-\sin \varphi_i, \cos \varphi_i, 0]^T \\ [A_1, A_2, A_3] = & \mathbf{v}_{ei}^T \mathbf{M}_i \end{aligned}$$

选择总的李亚普诺夫函数为

$$V = \Phi_a + \sum_{i=1}^N V_{0i} \quad (46)$$

对方程 (46) 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_0 u_{d0}^2 \sum_{i=1}^N \Theta_i^T \Psi(\Theta_i) - \sum_{i=1}^N k_i \varphi_{ei}^2 + \sum_{i=1}^N \varphi_{ei} r_{ei} - \\ & \sum_{i=1}^N (\tilde{\eta}_i^T \mathbf{Q}_{01i} \tilde{\eta}_i + \tilde{\mathbf{X}}_i^T \mathbf{Q}_{02i} \tilde{\mathbf{X}}_i) + (\Delta_{2i} + \Delta_{4i}) \sum_{i=1}^N \left( \Theta_i^T - \right. \\ & \left. \varphi_{ei} \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} - \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ei} - \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ej} \right) \right) + \\ & \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_{ei}^T (-\mathbf{C}_i(\hat{\mathbf{v}}_i) \hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{D}_i \hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{M}_i [\tilde{\alpha}_{\dot{u}_i}, \dot{v}_{di}, \tilde{\alpha}_{\dot{r}_i}]^T + \boldsymbol{\tau}_i + \\ & \boldsymbol{\Omega}_i) + \sum_{i=1}^N ([\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3] \mathbf{Q}_i^{-1}(\boldsymbol{\eta}_i) - (\mathbf{p}_{02} \boldsymbol{\Xi}_i)^T) \tilde{\mathbf{X}}_i \end{aligned} \quad (47)$$

根据式 (47), 选择  $\boldsymbol{\Xi}_i$  和  $\boldsymbol{\tau}_i$  分别为

$$\boldsymbol{\Xi}_i = \mathbf{p}_{02}^{-1} ([\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3] \mathbf{Q}_i^{-1}(\boldsymbol{\eta}_i))^T \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_i = & -\mathbf{K}_i \mathbf{v}_{ei} + \mathbf{C}_i(\hat{\mathbf{v}}_i) \hat{\mathbf{v}}_i + \mathbf{D}_i [\alpha_{\dot{u}_i}, v_{di}, \alpha_{\dot{r}_i}]^T + \\ & \mathbf{M}_i [\tilde{\alpha}_{\dot{u}_i}, v_{di}, \tilde{\alpha}_{\dot{r}_i}]^T - \boldsymbol{\Omega}_i - \mathbf{M}_i \mathbf{Q}_i^{-1}(\boldsymbol{\eta}_i) \boldsymbol{\Xi}_i - \\ & [\mathbf{E}_{1i}, \mathbf{E}_{2i}, \varphi_{ei}]^T \end{aligned} \quad (49)$$

其中  $K_i > 0$ , 为常数.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{1i} = & \bar{\Delta}_{2i} \left( \Theta_i^T - \varphi_{ei} \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} - \right. \\ & \left. \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ei} - \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ej} \right) \right) \\ \mathbf{E}_{2i} = & \bar{\Delta}_{4i} \left( \Theta_i^T - \varphi_{ei} \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_i} - \right. \\ & \left. \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ei} - \frac{\partial \alpha_{\varphi_i}}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \varphi_{ej} \right) \right) \\ \bar{\Delta}_{2i} = & [\cos \varphi_i, \sin \varphi_i, 0]^T \\ \bar{\Delta}_{4i} = & [-\sin \varphi_i, \cos \varphi_i, 0]^T \end{aligned}$$

将方程 (49) 代入方程 (47), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_0 u_{d0}^2 \sum_{i=1}^N \Theta_i^T \Psi(\Theta_i) - \sum_{i=1}^N k_i \varphi_{ei}^2 - \\ & \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_{ei}^T (\mathbf{D}_i + \mathbf{K}_i) \mathbf{v}_{ei} - \sum_{i=1}^N (\tilde{\eta}_i^T \mathbf{Q}_{01i} \tilde{\eta}_i + \tilde{\mathbf{X}}_i^T \mathbf{Q}_{02i} \tilde{\mathbf{X}}_i) \\ \leq & 0 \end{aligned}$$

因此, 整个舰船闭环系统是渐近稳定的.

**结论 1:** 在假设 (1) ~ (4) 下, 通过式 (14) 所给出的观测器  $\dot{\mathbf{X}}$  及式 (49) 中所给出的控制器  $\boldsymbol{\tau}_i$ , 可实现舰船编队控制目标式 (6) ~ (8), 即舰队能够安全航行, 相互之间不会发生碰撞.

### 5 仿真实例 (Simulation examples)

首先考虑舰船间的避碰问题, 以两艘舰船沿着同一航迹向相反的方向运动为例. 当两舰船之间的距离小于安全距离时, 为避免发生碰撞, 让舰船相互分离; 当两船之间的距离大于安全距离时, 舰船恢复各自的航迹. 由图 3 可知, 舰队系统没有碰撞发生.

下面针对舰船编队系统的避障问题, 进行仿真:

舰船仿真模型的参数为

$$\begin{aligned} m_{11} = & 120 \times 10^3 \text{ kg}, & m_{22} = & 177.9 \times 10^3 \text{ kg} \\ m_{33} = & 636 \times 10^5 \text{ kg}, & d_{11} = & 215 \times 10^2 \text{ kg/s} \\ d_{22} = & 147 \times 10^3 \text{ kg/s}, & d_{33} = & 802 \times 10^4 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

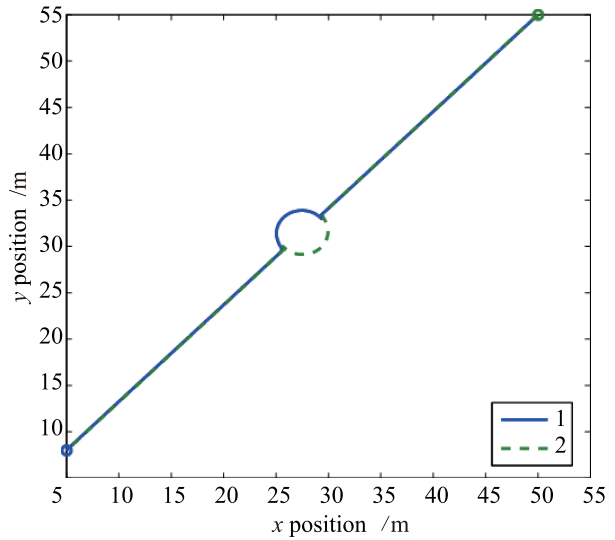


图 3 两艘舰船的安全避碰曲线  
Fig.3 Collision avoidance curves between two vessels

假设每个舰船的初始状态分别选择为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_1(0) = & [0, 0, 0]^T, & \boldsymbol{\eta}_2(0) = & [0, 5, 0]^T \\ \boldsymbol{\eta}_3(0) = & [0, 10, 0]^T, & \boldsymbol{\eta}_4(0) = & [0, -5, 0]^T \\ \boldsymbol{\eta}_5(0) = & [0, -10, 0]^T, & \boldsymbol{\eta}_6(0) = & [0, -15, 0]^T \end{aligned}$$

$\mathbf{v}_i(0) = [0, 0, 0]^T, i = 1, \dots, 6$ , 虚拟参考中心的航迹为  $\boldsymbol{\Gamma}_0(s_0) = (s_0, 0)$ , 舰船到中心航迹的距离参数选择为

$$\begin{aligned} s_i(0) = & 2 \\ \mathbf{l}_1(x_{d0}(s_1), y_{d0}(s_1)) = & [0, 0] \\ \mathbf{l}_2(x_{d0}(s_2), y_{d0}(s_2)) = & [0, -10] \\ \mathbf{l}_3(x_{d0}(s_3), y_{d0}(s_3)) = & [0, -20] \\ \mathbf{l}_4(x_{d0}(s_4), y_{d0}(s_4)) = & [0, -30] \\ \mathbf{l}_5(x_{d0}(s_5), y_{d0}(s_5)) = & [0, -40] \\ \mathbf{l}_6(x_{d0}(s_6), y_{d0}(s_6)) = & [0, -50] \end{aligned}$$

观测器的参数选择为

$$\begin{aligned} p_{01} &= p_{02} = \text{diag}(1, 1, 1) \\ k_{01} &= \text{diag}(1, 1, 1), \quad k_{02} = (J(\eta_i)Q_i^{-1})^T \\ \hat{\eta}_i(0) &= [0, 0, 0]^T, \quad \hat{X}_i(0) = [0, 0, 0]^T \end{aligned}$$

控制器的参数选择为  $k_0 = 0.5$ ,  $K_i = 1.5$ .

**情形 1** 舰队在航行的过程中遇到礁石, 选择整体避障方法, 如图 4 所示.

**情形 2** 舰队系统在航行的过程中遇到一个狭窄水域, 狭窄水域只允许 2 艘舰船通过, 舰队系统必须变换队形结构, 才能通过狭窄水域. 下面对舰队采用的变队形结构避障进行仿真.

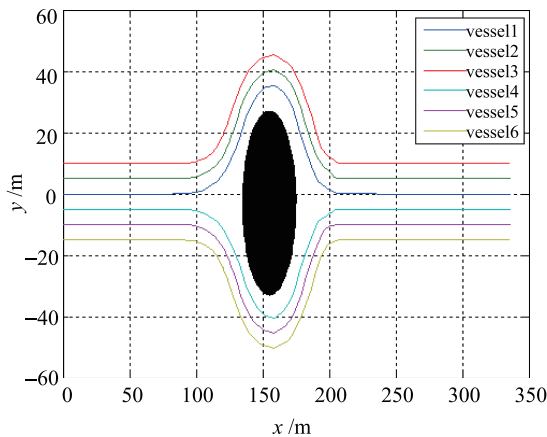


图 4 舰船整体避障曲线  
Fig.4 Obstacle avoidance curves of vessels' team

图 5 为舰船系统变队形避障曲线. 图 6 为舰船前进速度曲线, 由此可见舰船 1 号和 2 号首先并行通过狭窄水域, 然后 3 号和 4 号再并行通过狭窄水域, 最后 5 号和 6 号通过狭窄水域. 舰船在通过狭窄水域后恢复到原来的纵向队形结构.

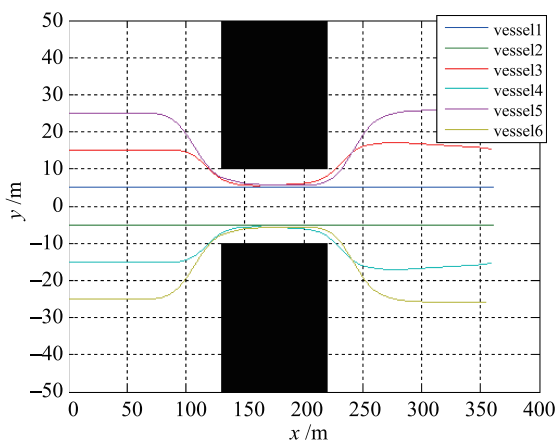


图 5 舰队变队形避障曲线

Fig.5 Obstacle avoidance curves by changing the formation

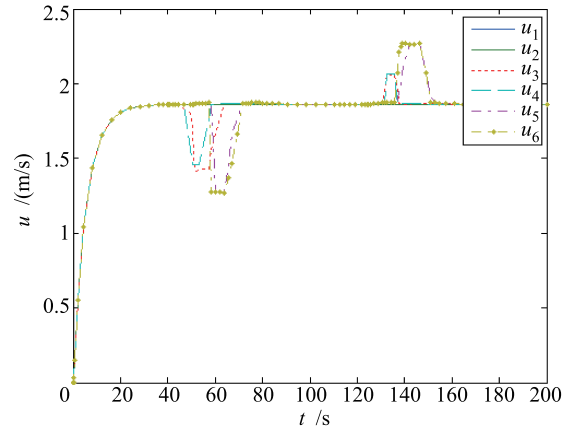


图 6 舰队前进速度曲线

Fig.6 Curves of vessels' surge velocity

从以上舰船编队系统仿真结果可知, 无论是针对舰船间的避碰, 还是整个系统的避障, 所设计的控制器均有效, 能够保证舰船编队的航行安全.

## 6 总结 (Conclusions)

本文在状态观测器的基础上, 考虑了舰队在编队航行过程中存在的安全问题, 利用李亚普诺夫稳定性理论设计了舰船编队控制器. 对舰队系统的避碰和避障实例进行了仿真实验, 验证了控制器的有效性, 解决了舰船航行的安全问题, 达到了预期的控制目标. 但对于一些大幅度、过于频繁的队形结构变化, 控制器的控制效果不是很理想. 同时, 本文没有考虑海洋环境因素和舰船之间通信受限对舰船编队控制的影响, 这些问题值得深入研究.

## 参考文献 (References)

- [1] Arrichiello F, Chiaverini S, Fossen T I. Formation control of underactuated surface vessels using the null-space-based behavioral control[C]//IEEE/RSS International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006: 5942-5947.
- [2] Fahimi F. Sliding-mode formation control for underactuated surface vessels[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(3): 617-622.
- [3] Ghommem J, Mnif F, Poisson G, et al. Nonlinear formation control of a group of underactuated ships[C]//OCEANS 2007. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 369-375.
- [4] Ihle I A F, Jouffroy J, Fossen T I. Formation control of marine craft using constraint functions[C]//OCEANS 2005. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 1023-1028.
- [5] Do K D. Bounded controllers for formation stabilization of mobile agents with limited sensing ranges[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(3): 569-576.
- [6] Dimarogonas Dimos V, Kyriakopoulos Kostas J. Formation control and collision avoidance for multi-agent systems and a connection between formation infeasibility and flocking behavior[C]//44th Conference on Decision and Control and the European Control Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 84-89.



## 参考文献 (References)

- [1] Eriksen C C, Osse T J, Light R D, et al. Seaglider: A long-range autonomous underwater vehicle for oceanographic research[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2001, 26(4): 424-436.
- [2] Sherman J, Davis R E, Owens W B, et al. The autonomous underwater glider "Spray"[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2001, 26(4): 437-446.
- [3] Webb D C, Simonetti P J, Jones C P. SLOCUM: An underwater glider propelled by environmental energy[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2001, 26(4): 447-452.
- [4] Fiorelli E, Leonard N E, Bhatta P, et al. Multi-AUV control and adaptive sampling in Monterey Bay[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2006, 31(4): 935-948.
- [5] Leonard N E, Paley D A, Lekien F, et al. Collective motion, sensor networks, and ocean sampling[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 48-74.
- [6] Alvarez A, Garau B, Caiti A. Combining networks of drifting profiling floats and gliders for adaptive sampling of the ocean[C]//Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 157-162.
- [7] Zhu X K, Yu J C, Wang X H. Optimization of large scales ocean sampling for minimization of the Kriging variance[C]//Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2010: 7050-7054.
- [8] 朱心科, 俞建成, 王晓辉. 能耗最优的水下滑翔机采样路径规划[J]. 机器人, 2011, 33(3): 360-365.
- Zhu X K, Yu J C, Wang X H. Sampling path planning of optimal energy consumption for underwater glider[J]. Robot, 2011, 33(3): 360-365.

## 作者简介:

朱心科 (1980-), 男, 博士生. 研究领域为水下机器人海洋采样策略.

俞建成 (1976-), 男, 博士, 副研究员. 研究领域为水下机器人导航, 控制, 载体设计.

王晓辉 (1968-), 男, 研究员, 博士生导师. 研究领域为水下机器人控制系统体系结构, 智能控制及其工程化实现.

(上接第 432 页)

- [7] Tanner H G, Kumar A. Formation stabilization of multiple agents using decentralized navigation functions[C]//Robotics: Science and Systems. 2005: 49-56.
- [8] Do K D, Pan J. Nonlinear formation control of unicycle-type mobile robots[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2007, 55(3): 191-204.
- [9] Do K D, Pan J. Underactuated ships follow smooth paths with integral actions and without velocity measurements for feedback: Theory and experiments[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 308-322.
- [10] Do K D, Jiang Z P, Pan J. Robust adaptive path following of underactuated ships[J]. Automatica, 2004, 40(6): 929-944.
- [11] Fossen T I. Guidance and control of ocean vehicles[M]. Chichester, NY, USA: Wiley, 1994.
- [12] Do K D, Pan J. Nonlinear formation control of unicycle-type mobile robots[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2007, 55(3): 191-204.
- [13] Do K D. Output-feedback formation tracking control of unicycle-type mobile robots with limited sensing ranges[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2009, 57(1): 34-47.
- [14] Do K D, Pan J. Underactuated ship global tracking under relaxed conditions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(9): 1529-1536.
- [15] Xiang X B, Jouvencel B, Parodi O. Coordinated formation control of multiple autonomous underwater vehicles for pipeline inspection[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2010, 7(1): 75-84.
- [16] Zou Y F, Pagaila P R, Ratliff R T. Distributed formation flight control using constraint forces[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2009, 32(1): 112-120.

## 作者简介:

赵园 (1987-), 女, 博士生. 研究领域为船舶控制.

郭戈 (1972-), 男, 教授, 博士生导师. 研究领域为网络化控制, 传感器网络, 智能车辆群体控制等.

丁磊 (1985-), 男, 博士生. 研究领域为船舶控制.