DOI: 10.3724/SP. J. 1219.2014.00324

# 基于全局时空信息的 SMC-PHD 多目标跟踪算法

### 杨 峰,王永齐,梁 彦,潘 泉

西北工业大学自动化学院,陕西西安 710072

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61374159,61135001,61374023,61203224);航空科学基金资助项目(20125153027);留金发 [2012]3043 号

通信作者: 王永齐, yongqi\_wang1987@ mail. nwpu. edu. cn 收稿/录用/修回: 2013-08-27/2014-03-03/2014-04-13

#### 摘要

为了实现多目标峰值及航迹联合提取,提出了一种基于全局时空信息的序贯 蒙特卡洛概率假设密度(SMC-PHD)多目标峰值提取及航迹提取一体化处理方法. 该算法利用粒子空间分布信息将粒子聚拢形成粒子簇,构建历史航迹与粒子簇的 匹配关系,同时结合粒子权值信息对粒子标签更新,并依据标签演化特性实现目 标峰值及航迹提取.仿真结果表明,所提算法具有稳定的跟踪性能,同时目标信息 精度得到显著改善.

#### 关键词

多目标跟踪 概率假设密度 峰值提取 金局时空信息 中图分类号: TP13 文献标识码: A

# A Global Space-temporal Information-Based SMC-PHD Multi-target Tracking Algorithm

#### YANG Feng, WANG Yongqi, LIANG Yan, PAN Quan

School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

#### Abstract

A global space-temporal information-based sequential Monte Carlo probability hypothesis density (SMC-PHD) multi-target tracking algorithm is proposed to jointly extract multi-target peaks and tracks. This algorithm assembles particles into multiple particle clusters based on the particles' space distribution, constructs relationship between tracks and clusters, updates particle labels based on particle weights, and extracts multitarget peaks and tracks according to the evolving characteristics of the particles. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm provides a stable tracking performance and significantly improves multi-target information extraction accuracy.

# 1 引言

多目标跟踪问题涉及到根据监视区域的传感器量测信 息估计多目标状态及目标数,而在此过程中,目标可能消 失、出现或者衍生新目标,目标数实时变化.通常的跟踪问 题处理方法是通过进行量测一目标状态的关联处理,使得 每个目标对应的滤波器可以单独执行更新得到确认状态. 而此过程中,数据关联问题是个棘手的计算量极大的优化 问题,是限制传统跟踪算法发展的瓶颈<sup>[1-2]</sup>.而基于随机 有限集统计理论(finite set statistics theory, FISST)的多目 标跟踪方法不再考虑集合中元素间的对应关系,而是将多 目标状态及量测建模为随机有限集,将多目标状态估计问 题描述为一个集值估计问题,避免了数据关联过程<sup>[3]</sup>.但 是,它在递归过程中需要进行复杂的高维积分运算,导致

### Keywords

multi-target tracking; probability hypothesis density; peak extraction; track management; global space-temporal information

其在实际应用中因计算复杂度高而难以实现[4-5].

2003 年, Mahler 利用多目标一阶统计矩近似法提出了 概率假设密度(probability hypothesis density, PHD)滤波算 法<sup>[6]</sup>,将集函数积分运算简化为单目标状态空间的积分运 算,监视区域内的 PHD 积分是对应的目标数,PHD 的峰 值则对应目标状态.由于 PHD 递推公式中含有多个积分, 故它在非线性非高斯条件下没有解析形式,而采用序贯蒙 特卡洛(SMC)方法能够实现 PHD 递推公式中复杂的积分 运算,解决了 PHD 滤波器的可执行问题<sup>[7]</sup>.但 SMC-PHD 滤波器只能输出近似 PHD 分布的粒子信息,无法获取目 标状态信息;另外 SMC-PHD 滤波器不能给出目标航迹信 息<sup>[8]</sup>.

为了实现 PHD 峰值提取, 文[9-13] 基于聚类的思想, 根据粒子的状态空间分布或者权值大小, 将粒子划分

成多个粒子簇,每个簇代表一个目标的状态分布,通过对 每个簇中粒子的加权处理得到目标状态,而该类方法的峰 值提取技术存在诸多不稳定性因素,在目标密集分布以及 目标数估计不精确时容易出现误聚类现象,另外仅利用当 拍粒子信息进行聚类存在一定风险. 文[8,14]则通过粒子 标签的方式,根据不同标签粒子簇的权值大小提取峰值, 但是算法难以处理多个新生目标同时出现的情况,且当目 标交叉或者密集分布时性能下降.鉴于离目标越近的粒子 其量测权值越大, 文[15-16]提出了利用量测权值提取目 标状态的方法, 但量测误差较大时, 可信度降低; 为了实 现航迹管理, 文[17-18]以传统的数据关联方法结合 PHD 解决航迹形成问题,但关联性能直接受峰值提取性能的影 响, 文[19-21]则是采用给粒子或高斯项打标签的形式对 各个状态进行标记,根据标签的逐步更新获得目标航迹信 息,但是当衍生目标或者多个新生目标同时出现时,则可 能会使该航迹维持方法失效. 文[22]提出一种基于模糊聚 类的 PHD 航迹维持算法,利用模糊聚类得到当前估计属 于每条航迹的隶属度,从而得到系统航迹,但算法执行效 率较低,参数依赖性较强.

本文综合利用粒子空间分布信息、粒子标签时间衍化 特性以及历史航迹信息等,提出了一种基于全局时空信息 的峰值提取及航迹提取一体化处理方法,实现 SMC-PHD 多目标跟踪.该算法将航迹反馈信息引入到峰值提取过程, 指导粒子标签更新,同时结合粒子空间分布以及权值信息 更新粒子标签,而标签则作为目标特征,从而实现峰值提 取及航迹提取.

### 2 问题描述

多目标跟踪过程中,监视区域内的目标数及目标状态 实时变化,传感器量测来自于目标或者杂波.假设目标状态 态方程和量测方程如下:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = f(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{\eta}_k \tag{1}$$

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{v}_k \tag{2}$$

 $x_k \in \mathbb{R}^n$ 表示目标状态,  $z_k \in \mathbb{R}^n$ 表示 k 时刻的目标量测,  $f(x_k)$ 和  $h(x_k)$ 是已知的状态和量测函数. 假设过程噪声  $\eta_k \in \mathbb{R}^n$ 和量测噪声  $v_k \in \mathbb{R}^n$ 为相互独立的零均值、协方差 分别为  $Q_k$ 和  $R_k$ 的高斯分布噪声.

假设 k-1 时刻 m 个目标的状态集为  $X(k-1) = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ,则 k 时刻的目标状态集 X(k) 可表示为

 $S_{k|k-1}(X_{k-1}) \cup B_{k|k-1}(X_{k-1}) \cup \gamma_k$  (3) 上式中  $S_{k|k-1}(X_{k-1})$ 表示 k-1 时刻的目标状态集在 k 时刻 仍然存在的状态集,  $B_{k|k-1}(X_{k-1})$ 表示 k-1 时刻的目标衍 生出的新的目标状态集,  $\gamma_k$ 表示 k 时刻监视空域新生目标 状态集.

假设k时刻的多目标量测集合为 $Z_k$ ,则可表示为

$$Z_{k} = K_{k} \cup \left[ \bigcup_{x \in X_{k}} \Theta_{k}(x) \right]$$

$$\tag{4}$$

上式中,  $K_k$  表示虛警或杂波构成的集合;  $\bigcup_{x \in X_k} \Theta_k(x)$ 表示由 目标状态集  $X_k$  产生的观测随机集.

### 3 PHD 滤波器及其 SMC 执行方法

PHD 是多目标后验概率密度函数的一阶统计矩,对 PHD 的积分即是该区域内的目标期望个数,而 PHD 的峰 值则对应目标的估计状态<sup>[6]</sup>. PHD 滤波器的预测及更新公 式分别为

$$D_{k|k-1}(\mathbf{x}|\mathbf{Z}_{1;k-1}) = \gamma_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \int \phi(\mathbf{x}|\mathbf{x}_{k-1}) \cdot D_{k-1|k-1}(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}_{1;k-1}) \, \mathrm{d}\mathbf{x}_{k-1}$$
(5)  
$$D_{k-1|k-1}(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}_{1;k-1}) \, \mathrm{d}\mathbf{x}_{k-1}$$
(5)

$$\sum_{z \in \mathbb{Z}_{k}} \frac{\Psi_{k, z}(\mathbf{x}) D_{k|k-1}(\mathbf{x}|\mathbf{Z}_{1; k-1}) +}{\kappa(z) + \int \Psi_{k, z}(\boldsymbol{x}) D_{k|k-1}(\boldsymbol{x}|\mathbf{Z}_{1; k-1}) d\boldsymbol{\xi}}$$
(6)

$$\Psi_{k,z}(\mathbf{x}) = p_{\mathrm{D}}(\mathbf{x}) f_{k}(z|\mathbf{x})$$
  

$$\phi(\mathbf{x}|\mathbf{x}_{k-1}) = \beta_{k|k-1}(\mathbf{x}|\mathbf{x}_{k-1}) + p_{\mathrm{E},k}(\mathbf{x}_{k-1}) f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\mathbf{x}_{k-1})$$

在式(5)和式(6)中

 $D(\cdot)$ 表示目标强度,  $\beta_{k|k-1}(x|x_{k-1})$ 表示来自状态 $x_{k-1}$ 的衍生强度,  $\gamma_{k|k-1}(x)$ 表示新生强度,  $\kappa(z)$ 表示杂波强度,  $p_{E,k}(x)$ 表示目标 k 在时刻仍然存活的概率,  $p_{D}(x)$ 表示目标的检测概率.

PHD 滤波器的 SMC 实现利用序贯重要性采样得到带 有权值的粒子集,并以采样粒子的分布近似表述 PHD 的 分布情况<sup>[15, 23-24]</sup>,该算法处理步骤如下:

(1)SMC-PHD 初始化步: 假定初始的概率假设密度为  $D_{010}(\mathbf{x})$ ,且给出一个先验的密度函数  $S_0(\mathbf{x})$ ,使  $D_{010}(\mathbf{x})$ = $n_0S_0(\mathbf{x})$ , $n_0$ 表示假定目标数.从先验密度函数中采样  $n_0\rho$ 个粒子  $\mathbf{x}_0^i$ ,  $i=1, \dots, n_0\rho$ ,初始化权值  $w^i$ 可按均值计算.

(2) SMC-PHD 预测步:已知 k-1 拍的粒子集为  $\{\mathbf{x}_{k-1}^{i}, w_{k-1}^{i}\}_{i=1}^{L_{k-1}}$ ,根据 k-1 拍粒子信息及重要性采样密度函数进行 重新采样: $\mathbf{x}_{k}^{i} \sim q_{k}(\cdot | \mathbf{x}_{k-1}^{i}, \mathbf{Z}_{k}), i=1, \cdots, L_{k-1},$ 粒子权重为

$$w_{k|k-1}^{i} = \frac{\phi(\mathbf{x}_{k}^{i} | \mathbf{x}_{k-1}^{i})}{q(\overline{\mathbf{x}}_{k}^{i} | \mathbf{x}_{k-1}^{i}, \mathbf{Z}_{k})} w_{k-1}^{i}$$
(7)

对新生目标进行采样,  $\vec{x}_k^j \sim p_k(\cdot | Z_k)$ ,  $J_k =$ 

 $\rho[\gamma_{k|k-1}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, 新 生目标粒子的权值为$ 

$$w_{k|k-1}^{j} = \frac{\boldsymbol{\gamma}_{k|k-1}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k}^{i})}{J_{k}p_{k}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k}^{i}(\bar{\boldsymbol{x}}_{k}^{j}|\boldsymbol{Z}_{k})}$$
(8)

上式中,  $j = L_{k-1} + 1$ , …,  $L_{k-1} + J_k$ .

(3) SMC-PHD 更新步:根据第 k 拍量测信息,对权值 进行修正:

$$\bar{w}_{k}^{i} = (1 - p_{\mathrm{D}}(\bar{\mathbf{x}}_{k}^{i})) w_{k|k-1}^{i} + \sum_{z \in \mathbb{Z}_{k}} \frac{p_{\mathrm{D}}(\mathbf{x}_{k}^{i}) f_{k}(z|\mathbf{x})}{\kappa(z) + C_{k}(z)} w_{k|k-1}^{i}$$
(9)

$$C_{k}(z) = \sum_{l=1}^{L_{k-1}+r_{k}} p_{\mathrm{D}}(\bar{\mathbf{x}}_{k}^{i}) f_{k}(z \mid \bar{\mathbf{x}}_{k}^{i}) w_{k|k-1}^{j}$$
(10)

上式中,  $i = 1, \dots, L_{k-1} + J_k$ , k 时刻的目标期望数  $N_k$  和环 境中目标个数  $\hat{N}$  分别为:  $N_k = \sum_{i=1}^{L_{k-1}+i_k} \overline{w}_k^i$ ,  $\hat{N}_k = round(N_k)$ .

(4) SMC-PHD 重采样步:为了对粒子退化进行限制, 将每个粒子的权值根据目标数进行归一化,然后按照重采 样方法对粒子集重采样得到重新分布的粒子状态集.



图 1 基于全局时空信息 SMC-PHD 跟踪模块 Fig.1 Global space-temporal information based SMC-PHD tracking module

L

$$\left\{\overline{\boldsymbol{x}}_{k}^{i}, \frac{\overline{\boldsymbol{w}}_{k}^{i}}{N_{k}}\right\}_{i=1}^{L_{k-1}+J_{k}} \xrightarrow{\text{resample}} \left\{\overline{\boldsymbol{x}}_{k}^{i}, \frac{\boldsymbol{w}_{k}^{i}}{\hat{N}_{k}}\right\}_{i=1}^{L_{k}}$$
(11)

上式中,  $L_k = \rho \hat{N}_k$ .

SMC-PHD 滤波器只能输出近似 PHD 分布的粒子信息,无法获取目标状态信息;另外 SMC-PHD 滤波器不能给出目标航迹信息,且峰值提取精度严重影响航迹提取性能.针对上述问题,在此提出基于全局时空信息的峰值提取及航迹提取一体化处理方法,实现多目标跟踪.

# 4 基于全局时空信息的 SMC-PHD 目标跟 踪算法

本文方法在 SMC-PHD 预测及更新过程对存活和新生 目标粒子赋予不同的标签号,利用粒子空间分布信息,通 过局部的粒子聚拢以及全局的粒子簇合并得到较为聚集的 粒子簇,然后根据粒子权值大小对粒子簇中的粒子标签进 行更新,同时引入历史航迹信息,建立目标状态标签号与 航迹号的对应关系以及多目标状态集与历史航迹状态集的 空间关联关系,从而实现历史航迹的更新以及粒子标签号 与航迹号的统一,并依据标签号的一致性提取目标状态, 最后通过重采样对粒子重新分布,将该算法简单记为 LPSMC-PHD 滤波算法.该算法的功能模块图如图 1 所示, 具体算法步骤如下:

(1) SMC-PHD 滤波模块

对k-1拍的粒子集加入标签信息,则可表示为 $\{\mathbf{x}_{k-1}^{i}, u_{k-1}^{i}, l_{k-1}^{i}\}_{i=1}^{L_{k-1}},$ 按照式(7)~(10)进行存活粒子和新生粒子的采样和预测权值计算,存活粒子标签保持不变,对新生粒子赋予标签零,即

$$l_{k|k-1}^{i} = \begin{cases} l_{k-1}^{i}, \ i = 1, \ \cdots, \ L_{k-1} \\ 0, \ i = L_{k-1} + 1, \ \cdots, \ L_{k-1} + J_{k} \end{cases}$$
(12)

此时预测粒子集为 $\{\mathbf{x}_{k|k-1}^{i}, w_{k|k-1}^{i}, l_{k|k-1}^{i}\}_{i=1}^{L_{k-1}+J_{k}}$ .

按照式(9)进行权值更新,而此时粒子标签保持不变,则更新粒子集为 $\{x_k^i, w_k^i, l_k^i\}_{i=1}^{l_k-1+J_k}, l_k^i = l_{k|k-1}^i$ .

(2)粒子簇形成模块

给定粒子索引号集合  $I = \{i = 1, \dots, L_{k-1} + J_k\}$ , 选定 粒子集中权值最大的粒子索引号 j,

$$j = \underset{i \in I}{\arg\max} w_k^i \tag{13}$$

以该粒子为聚拢中心,根据粒子之间的空间分布信息,进 行局部粒子聚拢,得到同属性粒子簇中的粒子索引号集合

$$L = \{ i \in I \mid (\boldsymbol{x}_{k}^{i} - \boldsymbol{x}_{k}^{j})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}_{k}^{-1} (\boldsymbol{x}_{k}^{i} - \boldsymbol{x}_{k}^{j}) \leq C \}$$
(14)

$$h_k^j = l \tag{15}$$

$$i_k^i = l, \ i \in L \tag{16}$$

上式中, *C* 表示局部粒子聚拢门限值, *l* 表示粒子簇索引号, 首次聚拢时 *l*=1, *h*<sub>k</sub> 表示第 *j* 个粒子所归属的粒子簇的索引号.

计算粒子簇的权值  $\Omega_k^l$ 、状态  $m_k^l$  及协方差  $P_k^l$ :

$$\mathbf{2}_{k}^{l} = \sum_{i \in L} \boldsymbol{\omega}_{k}^{i} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{m}_{k}^{l} = \frac{1}{\boldsymbol{\varOmega}_{k}^{l}} \sum_{i \in L} \boldsymbol{\omega}_{k}^{i} \boldsymbol{x}_{k}^{i}$$
(18)

$$\boldsymbol{P}_{k}^{l} = \frac{1}{\Omega_{k}^{l}} \sum_{i \in L} \boldsymbol{\omega}_{k}^{i} (\boldsymbol{x}_{k}^{i} - \boldsymbol{m}_{k}^{l}) (\boldsymbol{x}_{k}^{i} - \boldsymbol{m}_{k}^{l})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{k} \quad (19)$$

令*I*=*I*/*L*,重复上述计算过程,则可以得到多个粒子簇, 粒子簇索引号依次增加,粒子簇个数为*l*<sub>a</sub>.

通过粒子聚拢得到的粒子簇并不能够完全表征目标信息,需要进一步对局部粒子簇进行合并,使得具有共同目标特征的粒子能够聚集在同一个粒子簇中.给定粒子簇索引号集合 I'={i=1,...,l<sub>e</sub>},寻找最大的粒子簇j

$$j = \arg \max \Omega_k^i \tag{20}$$

计算满足合并要求的粒子簇索引号集合 L':  $L' = \{i \in I' | (\boldsymbol{m}_k^i - \boldsymbol{m}_k^j)^{\mathsf{T}} (\boldsymbol{P}_k^i + \boldsymbol{P}_k^j)^{-1} (\boldsymbol{m}_k^i - \boldsymbol{m}_k^i) \leq U\}$ 

(21)

对粒子归属的粒子簇索引号进行更新, ∀*p* ∈ {1, …, *L*<sub>k-1</sub> + *j*<sub>k</sub>}, 如果第 *p* 个粒子的粒子簇索引号  $h_k^p \in L'$ , 则将 其更新为  $h_k^p = j$ . 令 *l'* = *l'*/*L'*, 重复上述过程, 则可以对所 有粒子的粒子簇索引号进行更新.

(3) 峰值及航迹提取一体化模块

**粒子标签更新**:给定粒子集 {*x<sup>i</sup>*<sub>k</sub>, *w<sup>i</sup>*<sub>k</sub>, *l<sup>i</sup>*<sub>k</sub>, *l<sup>i</sup>*<sub>k</sub>]<sup>*i*</sup><sub>k=1</sub>+*k*</sup>, 每个元素分别表示权值、状态、协方差、粒子标签以及粒子 归属的粒子簇索引号,粒子标签代表了粒子的时间衍化特 性,而粒子簇索引号反映了粒子的空间分布信息,则可以 利用粒子簇索引号信息对粒子标签进行更新.

 $\forall h \in \{i \in \mathbb{N} \mid \min_{i \in I} h_k^i \leq i \leq \max_{i \in I} h_k^i\}$ , 计算第 *h* 个粒子簇的权值

$$\Omega_{k}^{h} = \sum_{i \in \phi} \omega_{k}^{i} \qquad (22)$$

上式中 $\phi = \{i \in I | h_k^i = h\}$ . 如果  $\Omega_k^h \ge 0.5$ , 则找出占有最大

权重的粒子标签更新整个粒子簇中所有粒子的标签号.

任取粒子标签  $l \in \{\min_{i \in \phi} l_k^i, \min_{i \in \phi} l_k^i + 1, \cdots, \max_{i \in \phi} l_k^i\}, 则$ 标签号为 l 的粒子索引号集合  $I_l$  为

 $I_{l} = \{i \in L | l_{k}^{i} = l\}$ (23) 占最大权重的粒子标签号为

 $l_{\max} = \arg \max_{l} (\sum_{i \in L_{i}} \omega_{k}^{i})$  (24)

$$l_k^i = l_{\max}, \ i \in \phi \tag{25}$$

如果粒子簇权值  $\Omega_k^h < 0.5$ ,则将该粒子簇中标签号为 0 的粒子权值置为 0,削减无效的新生粒子对峰值提取的 影响.

目标峰值提取:所有粒子标签更新之后,即可按照标签与目标的对应关系以及粒子权值大小进行峰值提取.由于具有相同标签的粒子集并不都能够表征一个真实目标,当其权值较小时则对应的是无效目标,不必进行峰值提取,若是权值接近于1,则该粒子集反映了单个目标信息,若其权值远大于1,则认为此时该粒子集表征了多个目标信息,需要进行粒子的重新分配,具体处理过程如下所示:

标签号为1的所有粒子索引号集合L<sub>1</sub>为

$$L_{l} = \{ i \in I | l_{k}^{i} = l \}$$
(26)

I为所有粒子索引号的集合,按下式计算该标签粒子集的 权值大小 $\omega_0^{[8]}$ 

$$\omega_0 = \sum_{i \in L} \omega_k^i \tag{27}$$

$$N_l = round(\omega_0) \tag{28}$$

上式中,  $N_l$  表示标签为 l 的粒子集表征的目标个数, round( $\cdot$ )为圆整函数.

假定系统最大标识 A 为

$$\Lambda = \max_{j=1, \dots, N_{T, k-1}, i \in I} (T^{j}_{k-1}, l^{i}_{k})$$
(29)

上式中,  $T_{k-1}^{j}$ 为表示 k-1 时刻第j条航迹的航迹号,  $N_{T,k-1}$ 为k-1 时刻的总航迹数.

如果  $N_l = 1$ , 则直接进行峰值提取

$$\boldsymbol{m}_{k}^{n} = \frac{1}{\boldsymbol{\omega}_{0}} \sum_{i \in L_{l}} \boldsymbol{\omega}_{k}^{i} \boldsymbol{x}_{k}^{i}$$
(30)

$$\boldsymbol{P}_{k}^{n} = \frac{1}{\omega_{0}} \sum_{i \in L_{l}} \omega_{k}^{i} (\boldsymbol{x}_{k}^{i} - \boldsymbol{m}_{k}^{l}) (\boldsymbol{x}_{k}^{i} - \boldsymbol{m}_{k}^{l})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{k}$$
(31)

 $m_k^n$  和  $P_k^n$  分别是第 n 个目标状态及协方差,第一次计算时 n = 0. 若 l = 0,则对该粒子集中的所有粒子标签按下式更新:

$$\Lambda = \Lambda + 1 \tag{32}$$

$$l_k^i = \Lambda, \ \forall \ i \in L_l \tag{33}$$

则目标号  $\ell_k^l$  即是该粒子集中的粒子标签号.

如果  $N_l > 1$ ,此时该粒子集表征了多个目标的特性, 因此可先利用 k-means 聚类算法将该粒子集分割为  $N_l$  个 子集,给出  $1 \leq \zeta_k^i \leq N_l$  表示第 i 个粒子所属的子集号,同时 给出 k-1 时刻的航迹集  $\{m_{k-1}^i, P_{k-1}^i, T_{k-1}^{i}\}_{i=1}^{N_T, k-1}$ ,则可 按表 1 中伪代码处理方式获取目标峰值,并利用历史航迹 信息对粒子标签号更新.如果 l=0 或者  $l \notin \{T_{k-1}^i\}_{i=1}^{N_T, k-1}$ , 则可以按照式(30)、(31)的计算方式对  $N_l$  个子集分别提 取目标状态及协方差,同时对各个子集中的粒子标签按式 (32)、(33)的方式更新;如果  $l \in \{T_{k-1}^{i}\}_{i=1}^{N_{T},k-1}$ ,则仍然对 各个子集进行状态提取,然后利用第 L条航迹信息选取相 对应的子集,未被选中的子集中所有粒子标签按式(32)、 (33)更新,并为每个子集赋予目标号.具体处理如表 1 伪 代码所示.

### 表 1 多峰值提取伪代码 Tab. 1 Multi-peak extraction pseudocode

$$\begin{split} \text{if } l &= 0 \text{ or } l \notin |T_{k-1}^{i}||_{i=1}^{N_{T}^{i}k-1} \\ \text{for } j &= 1, \cdots, N \\ n; n+1 \\ I_{0}^{i} &= |i \in L \mid \zeta_{k}^{i} &= j | \\ m_{k}^{n} &= \frac{1}{\sum_{i \in I_{0}^{i}}} \sum_{i \in I_{0}^{i}} \omega_{k}^{i} \chi_{k}^{i} \\ p_{k}^{n} &= \frac{1}{\sum_{i \in I_{0}^{i}}} \omega_{k}^{i} (x_{k}^{i} - m_{k}^{n}) (x_{k}^{i} - m_{k}^{n})^{\mathsf{T}} + Q_{k} \\ & \Lambda; &= \Lambda + 1 \\ e_{k}^{n} &= \Lambda \\ l_{k}^{i} &= \Lambda, \forall i \in l_{0}^{i} \\ \text{end} \\ \text{for } j &= 1, \cdots, N \\ I_{0}^{j} &= |i \in L \mid \zeta_{k}^{i} &= j | \\ \overline{m}_{k}^{j} &= \frac{1}{\sum_{i \in I_{0}^{i}}} \omega_{k}^{i} \sum_{i \in I_{0}^{i}} \omega_{k}^{i} \chi_{k}^{i} \\ \overline{p}_{k}^{j} &= \frac{1}{\sum_{i \in I_{0}^{i}}} \omega_{k}^{i} (x_{k}^{i} - m_{k}^{i}) (x_{k}^{i} - m_{k}^{j})^{\mathsf{T}} + Q_{k} \\ D_{j} &= (\overline{m}_{k}^{j} - m_{k|k-1}^{j})^{\mathsf{T}} (\overline{p}_{k}^{j} + p_{k|k-1}^{j})^{-1} (\overline{m}_{k}^{j} - m_{k|k-1}^{j}) \\ \text{end} \\ \tau &= \arg\min_{j} D_{j}, j = 1, \cdots, N \\ \text{if } j &= \tau \\ n; &= n + 1 \\ m_{k}^{n} &= \overline{m}_{k}^{\mathsf{T}} \\ P_{k}^{n} &= \overline{P}_{k}^{i} \\ \ell_{k}^{n} &= l \\ \text{else} \\ n; &= n + 1 \\ m_{k}^{n} &= \overline{m}_{k}^{j} \\ P_{k}^{n} &= \overline{P}_{k}^{i} \\ \Lambda; &= \Lambda + 1 \\ e_{k}^{n} &= \Lambda \\ l_{k}^{i} &= \Lambda, \forall i \in I_{0}^{j} \\ \text{end} \\ \text{end} \\ \text{end} \\ \text{end} \\ \text{end} \\ \end{array}$$

 目标状态,  $P_k^i$ 、 $P_{k-1}^j$ 为状态协方差,  $\ell_k^i$ 表示第 i 个目标状态的标签号,  $T_{k-1}^j$ 表示第 j 条航迹对应的航迹号,  $N_k$  为 k 时刻多目标状态个数,  $N_{T, k-1}$ 为 k-1 时刻有效历史航迹号 个数. 根据多目标状态集的标签号与有效历史航迹号的对 应关系可以更新历史航迹, 而未被更新的历史航迹与未被 利用的更新状态需要建立一定的关联关系确定更新状态归 属航迹问题.

假定通过标签号与航迹号对应关系不能进行更新的历 史航迹状态集为 $\{\mathbf{m}_{k-1}^{i}, \mathbf{P}_{k-1}^{j}, \mathbf{T}_{k-1}^{j}\}_{i \in \mathbb{Z}_{k-1}}$ ,未被利用的 多目标状态集为 $\{\mathbf{m}_{k}^{i}, \mathbf{P}_{k}^{i}, \ell_{k}^{i}\}_{i \in \Pi_{k}}, \Xi_{k-1}$ 为未被更新历史 航迹序列集合,  $\Pi_{k}$ 为未被利用的多目标状态序列集合.

建立 { $m_k^i$ ,  $P_k^i$ ,  $\ell_k^i$ }  $_{i \in \Pi_k}$ 与 { $m_{k-1}^j$ ,  $P_{k-1}^j$ ,  $T_{k-1}^j$ }  $_{j \in \Xi_{k-1}}$ 之 间的统计距离矩阵 E

$$\boldsymbol{E}(i, j) = (\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{j} - \boldsymbol{m}_{k}^{i})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{j} - \boldsymbol{P}_{k}^{i})^{-1} (\boldsymbol{m}_{k|k-1}^{j} - \boldsymbol{m}_{k}^{i})$$
(34)

上式中,  $m_{k|k-1}^{j}$ 为历史航迹预测状态,  $P_{k|k-1}^{j}$ 为相应的预测协方差. 设 $\xi_{k}$ 为两个多目标状态集合的一一配对关系集,寻找关联关系 $\tau_{k}$ 使得

$$\tau_k = \arg\min_{\varepsilon \in \xi_k} \sum \left( i, j \right) \tag{35}$$

可利用匈牙利指派算法实现上式,一旦关联关系确定,即 可进行历史航迹的更新、新生航迹起始以及航迹终结,同 时建立粒子标签号与航迹号的统一关系.

如果第 i 个目标状态与第 j 条航迹成功匹配,则更新 该历史航迹,且将标签号为  $\ell_k^i$  的所有粒子的标签号重新 置为该历史航迹号  $T_{k-1}^j$ ;若第 i 个目标状态未被利用,则 将其作为新生航迹对待,且将对应粒子标签号更新为该新 生航迹号;若第 j 条航迹未被更新,则利用该历史航迹的预 测值作为更新状态.若连续多次航迹未被更新,则终结该 航迹,新生航迹多次被更新后则成为稳定航迹.

(4) 重采样模块

为了降低粒子退化的风险,对更新后的粒子集进行重 采样,在此过程中,粒子标签号也随着发生变化<sup>[14]</sup>.

 $\{x_k^i, \boldsymbol{\omega}_k^i, \boldsymbol{l}_k^i\}_{i=1}^{L_{k-1}+J_k} \text{resample}\{\hat{\boldsymbol{x}}_k^i, \hat{\boldsymbol{\omega}}_k^i, \hat{\boldsymbol{l}}_k^i\}_{i=1}^{L_k} \quad (36)$ 

在 LPSMC-PHD 滤波算法功能模块中,多目标状态及 航迹输出模块存储历史航迹以及多目标状态信息,为峰值 及航迹提取提供目标全局信息支撑.

### 5 仿真分析

#### 5.1 仿真场景假设

假定一个二维仿真场景,雷达监视域为(-4000, 4000)×(-π,π),在杂波中观测目标,目标数未知且实 时变化.目标状态为 $p_{x,k}$ 、 $\dot{p}_{x,k}$ 、 $\dot{p}_{y,k}$ 、 $\dot{p}_{y,k}$ ,  $[p_{x,k}, p_{y,k}]$ 为 目标位置信息,  $[\dot{p}_{x,k}, \dot{p}_{y,k}]$ 为目标速度信息.目标的运动 模型为:  $x_k = Fx_{k-1} + v_k$ ,量测模型为:  $z_k = h(x_k) + w_k$ .且  $v_k \sim N(0, Q_k)$ 为过程噪声,  $w_k \sim N(0, R_k)$ 为量测噪声.

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 1 & T_{\rm s} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_{\rm s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h(\mathbf{x}_{k}) = \begin{bmatrix} \sqrt{x^{2} + y^{2}} \\ \arctan(y/x) \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{Q}_{k} = q \begin{bmatrix} \frac{T_{s}^{4}}{4} & \frac{T_{s}^{3}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{T_{s}^{3}}{2} & T_{s}^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T_{s}^{4}}{4} & \frac{T_{s}^{3}}{2} \\ 0 & 0 & \frac{T_{s}^{4}}{2} & T_{s}^{2} \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{R}_{k} = \begin{bmatrix} \sigma_{r}^{2} & 0 \\ 0 & \sigma_{b}^{2} \end{bmatrix}$$

其中  $T_s = 1 \text{ s}$ ,  $q = 5/(\text{m/s}^2)$ ,  $\sigma_r = 10 \text{ m}$ ,  $\sigma_b = 0.014 \text{ rad}$ . 假 设每个观测时刻杂波的数目服从  $\lambda = 20$  的泊松分布, 且杂 波均匀分布在监视区域内. 目标的存活概率  $p_E = 0.98$ , 检 测概率  $p_D = 0.98$ . 粒子聚拢门限 C = 16, 粒子簇合并门限 U= 16. 衍生目标 PHD 和新生目标 PHD 分别为

$$\beta_{k|k-1}(\mathbf{x}|\mathbf{x}_{k-1}) = 0.1N(\mathbf{x};\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}_{\beta})$$

 $\gamma_{klk-1}(\mathbf{x}) = 0.1N(\mathbf{x};\mathbf{x}_1, \mathbf{P}_{\gamma}) + 0.1N(\mathbf{x};\mathbf{x}_2, \mathbf{P}_{\gamma})$ 上式中  $\mathbf{Q}_{\beta} = \text{diag}([100, 400, 100, 400]^{T}), \mathbf{x}_1 = [250, 0, 250, 0]^{T}, \mathbf{x}_2 = [-250, 2, -250, 0]^{T}, \mathbf{P}_{\gamma} = \text{diag}([100, 100, 100]^{T}).$ 目标运动信息如表 2 所示.

表2 目标信息

Tab.2	Targets	information
-------	---------	-------------

目标号	出现时刻/s	消失时刻/s	初始状态(m,m/s,m,m/s)
1	1	40	(250, 20, 250, 20)
2	1	40	(-250, -25, -250, -25)
3	1	24	(2000, 50, 2000, 0)
4	10	40	目标1 衍生
5	20	40	(-250, -15, -250, -10)

#### 5.2 性能评价指标

多目标跟踪性能评价指标选用最优子模型指派距离 (optimal subpattern assignment, OSPA)<sup>[25]</sup>.对于任意 $k \in \mathbb{N}$ = {1, 2, …},  $\Psi_k$ 为{1, 2, …, k}的全排列组合,  $\forall p \in$ [1, ∞), c > 0, 给定两个多目标状态集合  $X = \{x_1, …, x_m\}$ 和  $Y = \{y_1, …, y_n\}$ , 两集合元素个数分别为  $m, n \in \mathbb{N}_0 = \{1, 1, 2, …\}$ , 如果  $m \leq n$ , 两集合间的综合 OSPA (IOSPA)、距离 OSPA(DOSPA)及势 OSPA(COSPA)分别 为<sup>[25]</sup>

$$d_{p}^{c}(X, Y) = \left(\frac{1}{n} \min_{\psi \in \Psi_{n}} \sum_{i=1}^{m} d^{c}(\mathbf{x}_{i}, \mathbf{y}_{\psi(i)})^{p} + c^{p}(n-m)\right)^{1/p}$$

$$d_{p, \text{dis}}^{c}(X, Y) = \left(\frac{1}{n} \min_{\psi \in \Psi_{n}} \sum_{i=1}^{m} d^{c}(\mathbf{x}_{i}, \mathbf{y}_{\psi(i)})^{p}\right)^{1/p}$$
(38)

$$d_{p, \text{ card}}^{c}(X, Y) = \left(\frac{c^{p}(n-m)}{n}\right)^{1/p}$$
(39)

否则,

$$d_{p}^{e}(X, Y): = d_{p}^{e}(Y, X)$$
 (40)

$$d_{p,\,\rm dis}^{c}(X,\,Y):=d_{p,\,\rm dis}^{c}(Y,\,X) \tag{41}$$

 $d_{p, \text{ card}}^{c}(X, Y) := d_{p, \text{ card}}^{c}(Y, X)$  (42)

式中,  $d^{e}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ : = min(c,  $d_{p}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ )为 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n}$ 之间的 距离,  $d_{p}$ 为p范数, c为截断距离. 仿真过程取p = 2, c = 100.

### 5.3 仿真结果及分析

假定每个目标采样的粒子数为500个,新生目标粒子数为400个,仿真40拍,分别对基于k-means聚类方法的SMC-PHD(KSMC-PHD)滤波算法<sup>[9]</sup>、基于标签法的SMC-PHD(LSMC-PHD)滤波算法<sup>[4]</sup>以及本文提出的LPSMC-PHD多目标跟踪算法进行1次和50次蒙特卡洛(Monte Carlo, MC)仿真比较,运行仿真的计算机配置为Intel CPU 2.10 GHz,内存2G,仿真软件采用Matlab(R2009a),仿真界面如图2所示.仿真实验结果如图3~图14所示,图14是在处理真实空管雷达数据时本文算法的目标跟踪结果,选取的数据是一个典型民航飞机起降的过程.

图 3 是 LPSMC-PHD 算法各执行步骤所输出的粒子簇 示意图,图 3(a)是初始化步,此时粒子簇按照先验信息给 出,经过 SMC-PHD 滤波之后,可以得到图 3(b)的结果, 此时粒子簇中掺杂着新生目标粒子信息,利用空间分布信 息对粒子簇聚拢,则可以得到图 3(c)的结果,此时将粒子 有效聚拢,图3(d)则是利用粒子标签信息及航迹信息 对粒子簇中的标签进行进一步更新修正,并提取目标峰值 点,其中"□"为真实目标点,"\*"为峰值点.图3(e)是重 采样后的结果图,此时小权值粒子得以删除,大权值粒子 得到加强,最后粒子簇聚拢更加紧凑.









(a)初始化步;(b)SMC-PHD滤波步;(c)粒子簇形成步;(d)峰值提取步;(e)重采样步图3 LPSMC-PHD算法执行步骤
 Fig.3 The executing steps of LPSMC-PHD

图 4 ~ 图 6 分别为第 15 帧仿真过程三种峰值提取算 法的粒子簇聚拢及峰值点估计图,从三幅图中可以看出, KSMC-PHD 算法的峰值提取结果相对较差,出现了误聚类 的情况,LSMC-PHD 算法能够准确提取目标峰值,但对于 中间分布较近的两个目标,其峰值提取效果较差,而本文 提出的 LPSMC-PHD 算法能够处理目标新生及目标近距离 分布情况下的峰值提取问题,且精度较高.图7反映了多 帧数据 LPSMC-PHD 算法多目标粒子簇衍化过程,图中粒 子的大小从小到大表示数据是从第 14 帧到第 17 帧,不同 的形状表示具有不同粒子标签号的目标粒子.图 8 为目标 3 的粒子簇衍化过程放大图,从图中可以看到粒子簇及目 标航迹的形成过程.







图 9 为一次仿真条件下三种算法的 OSPA 指标图,在 10 s~30 s 仿真过程出现了衍生和新生目标,由图可知改 进算法 LPSMC-PHD 能够对目标状态稳定估计,且在衍生 目标和新生目标出现时未发生较大波动,而LSMC-PHD



Fig.9 IOSPA metric for a single simulation

算法在目标衍生和新生目标出现时发生较大波动,直到目标稳定后算法才趋于稳定,而 KSMC-PHD 算法则时常存在 波动,主要是由于聚类性能较差.图 10 中红色实线表示真 实目标航迹,黑"\*"号表示 LPSMC-PHD 算法估计航迹,而 绿"o"表示 LSMC-PHD 算法估计航迹,从图中也可以看出衍 生目标和新生目标的出现对航迹估计的影响,前者比较稳 定,后者发生一定的波动,且前者有航迹终结逻辑,延迟两 拍终结,后者则没有更新航迹就终结,而 KSMC-PHD 由于 没有采用有效的航迹维持算法,因此不能给出系统航迹.





图 11~图 13 分别为 50 次蒙特卡洛仿真下三种算法的 OSPA、距离 OSPA 以及势 OSPA 指标图,从图中可知,在 OS-PA 以及距离 OSPA 指标性能上,LPSMC-PHD 算法远优于另 外两种算法,而 LSMC-PHD 算法在没有新生目标和衍生目标 出现的情况下,估计性能与 LPSMC-PHD 算法大致相当,但新 生目标和衍生目标出现时则会发生较大波动,KSMC-PHD 算 法估计性能最差.从图 13 可知,LSMC-PHD 算法的势估计精 度相对较差,尤其是在目标数发生变动的情况下比较明显, 而另外两种算法在目标数估计上大致相当.图 14 是 LPSMC-PHD 算法处理真实空管雷达数据的结果,从图中可以看出, 该算法能够有效地跟踪民航飞机的目标.



### 6 结语

本文提出了一种基于全局时空信息的 SMC-PHD (LPSMC-PHD)多目标跟踪算法,综合利用粒子空间分布、 权值、历史航迹以及粒子标签衍化特性等目标全局时空信 息,提出了一种峰值以及航迹提取一体化处理策略,实现 目标稳定跟踪.在目标出现新生和衍生的情况下,利用 KSMC-PHD 滤波器实现峰值提取时,整个仿真过程中 OS- PA 指标值波动都较大,主要是目标较为集中情况下,很容易产生误聚类情况;LSMC-PHD 滤波器能够在目标数未发 生变化时具有较好的估计精度,而一旦有新生和衍生目标 出现则会产生较大波动,主要是粒子标签衍化过程对目标 数变化较为敏感;而本文算法 LPSMC-PHD 能够充分利用 历史航迹信息和全部粒子信息,对于目标数变化的情况具 有一定的鲁棒性,且估计精度远优于上述两种算法,同时 形成的航迹精度较高.

# 参考文献

- [1] Bar-Shalom Y. Tracking and data association [M]. San Diego, USA: Academic Press, 1988.
- [2] 杨峰, 王永齐, 梁彦, 等. 基于概率假设密度滤波方法的多目标跟踪技术综述[J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1944-1956.
- Yang F, Wang Y Q, Liang Y, et al. A survey of PHD filter based multi-target tracking [J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(11): 1944 1956.
- [3] Bar-Shalom Y. Multitarget-multisensor tracking: Principles and techniques [M]. Storrs, CO, USA: YBS Publishing, 1995.
- [4] Mahler R. Statistical multisource multitarget information fusion [M]. Norwood, MA, USA: Artech House, 2007.
- [5]王晓,韩崇昭,连峰. 基于随机有限集的目标跟踪方法研究及最新进展[J]. 工程数学学报, 2012, 29(4): 568-578.
   Wang X, Han C Z, Lian F. Survey of target tracking based on random finite set[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2012, 29 (4): 568-578.
- [6] Mahler R. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152 – 1178.
- [7] Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224 – 1245.
- [8]罗少华,徐晖,薛永宏. 一种新的 SMC-PHD 滤波的多目标状态估计方法[J]. 宇航学报, 2011, 32(10): 2187-2193. Luo S H, Xu H, Xue Y H. A novel multi-target state estimation method for SMC-PHD filter[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(10): 2187-2193.
- [9] Clark D E, Bell J. Multi-target state estimation and track continuity for the particle PHD filter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4): 1441-1453.
- [10] Liu W F, Han C F, Lian F, et al. Multitarget state extraction for the PHD filter using MCMC approach [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(2): 864 – 883.
- [11] Dunne D, Tharmarasa R, Kirubarajan T. SMC-PHD-based multi-target tracking with reduced peak extraction [C]//Proceedings of the Signal and Data Processing of Small Targets. Los Angeles, USA: SPIE, 2009, 7445: 74450F.
- [12] Tang X, Wei P. Multi-target state extraction for the particle probability hypothesis density filter[J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2011, 5(8): 877 - 883.
- [13] 唐续,魏平,陈欣. PHD 粒子滤波中目标状态提取方法研究[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(11): 2691-2694. Tang X, Wei P, Chen X. Extracting targets' state from particle approximation of the PHD[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(11): 2691-2694.
- [14] Panta K, Vo B N, Singh S. Improved probability hypothesis density (PHD) filter for multitarget tracking [C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Intelligent Sensing and Information Processing. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005.
- [15] Ristic B, Clark D E, Vo B N. Improved SMC implementation of the PHD filter[C]//Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2010.
- [16] Ristic B, Clark D E, Vo B N, et al. Adaptive target birth intensity for PHD and CPHD filters[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(2): 1656 1668.
- [17] Panta K, Clark D E, Vo B N. Data association and track management for the Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 45(3): 1003 – 1016.
- [18] Papi F, Battistelli G, Chisci L, et al. Multitarget tracking via joint PHD filtering and multiscan association [C]//Proceedings of the 12th International Conference on Information Fusion. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 1163 – 1170.
- [19] Lin L, Bar-Shalom Y, Kirubarajan T. Track labeling and PHD filter for multitarget tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(2): 778 – 794.
- [20] Zhang H Y, Han C F, Liu Y. Particle labeling PHD filter for multi-target track-valued estimates [C]//Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 1-8.
- [21] Danu D G, Lang T, Kirubarajan T. Assignment-based particle labeling for PHD particle filter[C]//Proceedings of the Signal and Data Processing of Small Targets. Los Angeles, USA: SPIE, 2009:74450D.

- [23] Dunne D, Tharmarasa R, Lang T, et al. SMC-PHD based multi-target tracking with reduced peak extraction [C]//Proceedings of the Signal and Data Processing of Small Targets. Los Angeles, USA: SPIE, 2009, 7445: 74450F - 74450F.
- [24] Ristic B, Clark D E, Vo B N, et al. Improved SMC implementation of PHD and CPHD filters [C]//Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2010: 1-8.
- [25] Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447 3457.

## 作者简介

杨 峰(1977-),男,副教授.研究领域为信息融合,系统辨识以及目标跟踪. 王永齐(1987-),男,硕士生.研究领域为信息融合,雷达数据处理以及目标跟踪.

#### (上接第317页)

[7]肖迪, 胡寿松. 实域粗糙集理论及属性约简[J]. 自动化学报, 2007, 33(3): 253-258.

Xiao D, Hu S S. Real rough set theory and attribute reduction [J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(3): 253-258.

[8]阳春华,杨尽英,牟学明,等.基于聚类预分割和高低精度距离重构的彩色浮选图像泡沫分割[J].电子与信息学报,2008,30(6): 1286-1290.

Yang C H, Yang J Y, Mou X M, et al. A segmentation method based on clustering per-segmentation and high-low scale distance reconstruction for color froth image[J]. Journal of Electronic & Information Technology, 2008, 30(6): 1286 - 1290.

- [9]阳春华,周开军,牟学明,等. 基于计算机视觉的浮选泡沫颜色及尺寸测量方法[J]. 仪器仪表学报,2009,30(4):717-721. Yang C H, Zhou K J, Mou X M, et al. Froth color and size measurement method for flotation based on computer vision[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(4):717-721.
- [10] 唐朝晖, 刘金平, 桂卫华, 等. 基于数字图像处理的浮选泡沫速度特征提取及分析[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2009, 40(6): 1616-1622.

Tang Z H, Liu J P, Gui W H, et al. Froth bubbles speed characteristic extraction and analysis based on digital image processing[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2009, 40(6): 1616 – 1622.

# 作者简介

吴 佳(1982 -),男,博士生.研究领域为数据挖掘,复杂工业过程控制与优化. 谢永芳(1972 -),男,教授,博士生导师.研究领域为复杂工业过程建模与优化,分散鲁棒控制. 阳春华(1965 -),女,教授,博士生导师.研究领域为复杂工业过程建模与优化,智能信息处理.