

不确定线性组合系统的分散镇定与输出跟踪

刘新宇 高立群

(东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110006)

张文力

(北京科技大学自控系)

摘要 提出了不确定线性组合系统存在分散鲁棒反馈控制器和输出跟踪器的充分条件. 系统中不确定项具有数值界, 可不满足所谓的匹配条件. 基于不确定项的数值界表达形式, 本文针对两类不确定线性组合系统分别给出分散鲁棒控制律. 对于第一类系统, 其不确定项可以是时变的, 在分散鲁棒反馈控制器作用下受控系统能以任意给定的收敛率指数渐近稳定; 第二类系统中的不确定项是时不变的, 本文给出其分散跟踪器, 使受控系统可渐近跟踪给定的参考输入.

关键词 分散控制, 鲁棒控制, 不确定系统, 输出跟踪

1 引言

近年来大系统的分散控制引起了人们的极大关注. 其部分原因是分散控制方法可以简化系统设计及实现, 减少在线运算时间. 通过把高阶大系统分解为若干低阶子系统, 可以对各子系统进行独立设计, 从而得到较为简单的控制律.

在实际控制工程应用中, 常会碰到时变不确定系统的控制问题, 因而不确定大系统的鲁棒控制在理论上和实际上都有很大意义. 在不确定系统的鲁棒控制中, 不确定项的匹配条件^[1]扮演着重要的角色. 众所周知, 当匹配条件满足时不确定系统可镇定. 为了放松不确定项的匹配条件, 人们做出了不少努力. 目前不确定项的表达形式主要有两种. 一类方法是把不确定矩阵表示为 $\Delta = DFE$, 式中 D, E 为已知矩阵. 矩阵 F 满足 $FF^T < I$, F 中的元素是 Lebesgue 可测的 (Kim 等^[2]). 另一类方法是在矩阵 A 中, 把它的不确定项表示为 $A = \sum r_i A_i$, 其中 r_i 为不确定参数, 它满足 $r_i < \bar{r}$ (Choi 等^[3]). Gu 等^[4] 通过一个例子表明后一种表达式更一般些. 基于以上两种不确定项的表达形式, 已得到一些鲁棒反馈控制器存在的充分条件.

在大系统中, 不确定项的所谓匹配条件也扮演着很重要的角色. 从目前发表的文献上来看, 已得到的较好结果都假设系统中的不确定项满足匹配条件. 当不确定项不满足匹配条件时, Siljak 利用矢量 Lyapunov 函数及 M -矩阵的性质, 并假设不确定项具有范数界, 得出了稳定性的充分条件; Gong^[5] 将不确定项分解为匹配部分和不匹配部分, 再对分解后的各部分施加范数约束, 得出了渐近稳定的充分条件. 其它的作者 (如 Chen^[6]) 采取相应的分解形式 (如上所述的不确定项的两类表达形式), 也得到了一些结果.

在实际线性大系统中, 不确定项往往具有数值界表达式^[7], 可表示为 $\Delta < E$, 即矩阵中每个元素的绝对值小于矩阵 E 中相应元素, 其中 E 为非负常数阵. 不难看出这种表达形

式与上述的第二类表达形式相类似。相比之下, 不确定项的数值界表达形式不需要满足分解条件, 因此就更一般些也更有实际意义。基于不确定项的数值界表达形式, 可以去掉不确定项分解后所附加的一些约束条件, 从而有可能得到更易于实现的分散鲁棒控制器。

Ni 等^[8] 研究了一类特殊的不确定线性组合系统, 得到了令人满意的结果。其系统中的不确定项满足匹配条件, 同时互联项也是输入匹配的。本文将其结果推广到一般不确定线性组合系统。本文研究了两类不确定线性组合系统, 其中的不确定部分具有数值界, 从而去除了匹配条件。第二节讨论了一类系统模型的分散鲁棒镇定问题, 此类线性组合系统中的不确定项可能是时变的。本节的主要结果是给出了分散鲁棒控制律, 使闭环系统能以任意给定的收敛率指数渐近稳定。第三节讨论了另一类系统的分散鲁棒输出跟踪问题, 其各子系统中有未知的常值干扰, 而不确定项是时不变的。利用 Schmitendorf 和 Barmish 在文[9]同样的方法, 本文得到此类系统的分散跟踪器, 使闭环系统能渐近跟踪任意给定的参考输入。第四节和第五节分别给出了一个例子及结论。

2 分散鲁棒镇定

考虑如下不确定线性组合系统:

$$\dot{x}_i(t) = (A_{ii} + \Delta A_{ii}(w_i))x_i(t) + (B_i + \Delta B_i(s_i))u_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^s (A_{ij} + \Delta A_{ij}(r_{ij}))x_j(t) \quad (1)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, s$. $x_i \in R^{n_i}$ 和 $u_i(t) \in R^{m_i}$ 分别为状态和控制向量。 B_i, A_{ij} 有适当的维数。 A_{ii} 和 B_i 代表名义系统, (A_{ii}, B_i) 是可控制的。 $A_{ij} (j \neq i)$ 为互联矩阵。 ΔA_{ij} 和 ΔB_i 为时变不确定项, 它们有如下数值界

$$\|\Delta A_{ij}\| \leq D_{ij}, \quad \|\Delta B_i\| \leq E_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, s \quad (2)$$

其中 D_{ij} 和 E_i 为具有非负元素的实常数矩阵, 并分别与 A_{ij} 和 B_i 同维。 $\|\cdot\|$ 的含义是: $\|e_{ij}\| = \bar{e}_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, s$, e_{ij} 和 \bar{e}_{ij} 分别为矩阵 A_{ij} 和 B_i 的第 ij 个对应元素。 而其中的不确定参数满足 $w_i \in R^{p_i}, s_i \in R^{q_i}$ 和 $r_{ij} \in R^{k_{ij}}$, 其中 $j \neq i, j = 1, 2, \dots, s$, p_i, q_i 和 k_{ij} 为紧集。

在给出本节的主要结论之前, 先给出如下引理:

引理 1 若 $R = (r_{ij})$ 为 n 阶对称实阵, 且 $\text{diag}(R) = \text{diag}(r_{11}, \dots, r_{nn})$, 则

$$\text{ndiag}(R) \leq R$$

证明 类似证明可参见文[7].

引理 2 若 $n \times m$ 阶矩阵 A 满足 $A \leq D$, 则

$$(D) \leq A A^T \quad (3)$$

$$(D) \leq A^T A \quad (4)$$

式中

$$(D) = \begin{cases} DD^T - I, & DD^T < \text{ndiag}(DD^T), \\ \text{ndiag}(DD^T), & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

$$(D) = \begin{cases} D^T D - I, & D^T D < \text{ndiag}(D^T D), \\ \text{ndiag}(D^T D), & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

此处 $\|\cdot\|$ 为最大奇异值矩阵范数。

证明 这里只给出式(3)的证明, 式(4)的证明是类似的。

首先证明 $DD^T - I \leq A A^T$ 。显然

$$DD^T \quad A A^T$$

所以

$$DD^T I \quad A A^T I \quad A A^T$$

由引理 1 可证出

$$n \text{diag}(DD^T) \quad n \text{diag}(A A^T) \quad A A^T$$

接下来给出本节的主要结果.

定理 1 对于满足以上假设的系统(1), 若存在正的常数 $\bar{\mu}_i$, 及对称正定矩阵 P_i , 满足下面的代数 Riccati 方程

$$(A_{ii} + I_i)^T P_i + P_i(A_{ii} + I_i) + \bar{\mu}_i P_i [I_i + \sum_{j=1, j \neq i}^s (A_{ij} A_{ij}^T + (D_{ij}))] P_i - P_i [B_i R_i^{-1} B_i^T - \bar{\mu}_i (E_i)] P_i + \bar{\mu}_i^{-1} (D_{ii}) + Q_i = 0 \quad (7)$$

式中

$$R_i = \frac{I_i}{\bar{\mu}_i}, \quad \bar{\mu}_i > 0 \quad (8)$$

$$Q_i = 2 \left(\sum_{j=1}^s \bar{\mu}_j \right) I_i \quad (9)$$

则有如下分散反馈控制律

$$u_i = K_i x_i, \quad k_i = -R_i^{-1} B_i^T P_i \quad (10)$$

使闭环系统以收敛率 $\bar{\mu}_i$ 指数渐近稳定.

证明 在控制(10)下, 闭环系统可写为

$$\dot{x}_i = [(A_{ii} + A_{ii}) - \bar{\mu}_i (B_i + B_i) B_i^T] x_i + \sum_{j=1, j \neq i}^s (A_{ij} + A_{ij}) x_j \quad (11)$$

考虑如下 Lyapunov 函数

$$V(x) = \sum_{i=1}^s x_i^T P_i x_i \quad (12)$$

$V(x)$ 沿系统(11) 轨线的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \sum_{i=1}^s [x_i^T P_i \dot{x}_i + \dot{x}_i^T P_i x_i] = \\ &= \sum_{i=1}^s x_i^T [A_{ii}^T P_i + P_i A_{ii} + A_{ii}^T P_i + A_{ii} - \bar{\mu}_i (2B_i B_i^T + B_i B_i^T + \\ &B_i B_i^T) P_i] x_i + \sum_{i=1}^s \sum_{j=1, j \neq i}^s 2x_i^T P_i (A_{ij} + A_{ij}) x_j \end{aligned} \quad (13)$$

注意到事实

$$2x^T [P^T P] x = x^T [P P + P^{-1} P^T] x$$

及引理 2, 可推出

$$\begin{aligned} &x_i^T [\bar{\mu}_i P_i + \bar{\mu}_i^{-1} (D_{ii})] x_i - x_i^T [\bar{\mu}_i P_i + \bar{\mu}_i^{-1} A_{ii}^T A_{ii}] x_i \\ &2x_i^T [A_{ii} P_i] x_i = x_i^T [P_i A_{ii} + A_{ii}^T P_i] x_i \end{aligned} \quad (14)$$

由引理 2 及式(7), (11), (13)和(14)可得

$$\dot{V}(x) = -2V(x) + \sum_{i=1}^s x_i^T \{ -Q_i - [\sum_{j=1, j \neq i}^s \bar{\mu}_j P_j (A_{ij} A_{ij}^T + (D_{ij})) P_j] - \bar{\mu}_i P_i (E_i) P_i \}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{i=1}^s P_i (B_i B_i^T + B_i B_i^T + B_i B_i^T) P_i \} x_i + \sum_{i=1}^s \sum_{j=1, j \neq i}^s 2x_i^T P_i (A_{ij} + A_{ij}) x_j \\
& - 2V(x) + \sum_{i=1}^s x_i^T \{ -Q_i - [\sum_{j=1, j \neq i}^s P_i (A_{ij} A_{ij}^T + (D_{ij})) P_i] + P_i [- (E_i) \\
& + B_i B_i^T - (B_i + B_i)(B_i + B_i)^T] P_i \} x_i + \sum_{i=1}^s \sum_{j=1, j \neq i}^s [x_i^T P_i (A_{ij} A_{ij}^T + A_{ij} A_{ij}^T) P_i x_i \\
& + 2 \sum_{j=1}^s x_j^T x_j] - 2aV(x) + \sum_{i=1}^s x_i^T \{ Q_i - [\sum_{j=1, j \neq i}^s P_i (D_{ij}) P_i] + P_i [- (E_i) \\
& + B_i B_i^T] P_i \} x_i + \sum_{i=1}^s \sum_{j=1, j \neq i}^s x_i^T P_i A_{ij} A_{ij}^T P_i x_i + 2 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s x_j^T x_j \quad (15)
\end{aligned}$$

由假设(2), 引理 2 及(9)可知

$$- \sum_{i=1}^s x_i^T Q_i x_i + 2 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s x_j^T x_j = 0 \quad (16)$$

$$- \sum_{i=1}^s x_i^T P_i (E_i) P_i x_i + \sum_{i=1}^s x_i^T P_i B_i B_i^T P_i x_i = 0 \quad (17)$$

进而由式(15), (16), (17)得

$$V(x) = -2V(x)$$

根据文献[10]的结论, 闭环系统将以收敛率指数渐近稳定.

注 1 文[7]中考虑了一个集中系统模型, 而且输入矩阵 B 中无不确定项, 可视之为本系统模型的一个特例. 此外, 本文所得到的控制器的保守性要低于文[7]中的结果.

注 2 虽然 α 可任选, 但 α 过大将使 P_i 增大, 从而使反馈增益变大, 因此应在系统性能与反馈增益之间折衷考虑.

注 3 为选取适当的 α , 可考虑如下算法: 先取 $\alpha = 1$, 然后解方程(7); 若存在对称正定解 P_i , 便可得到鲁棒分散反馈控制器. 否则取 $\alpha/2$ 再解方程(7). 重复以上步骤, 直到 α 小于设定的精度值, 算法宣告失败. 但这并不意味分散反馈控制器一定不存在. 事实上适当选取 R_i 和 Q_i 后仍然可能得到对称正定解 P_i . Schmitendorf^[11] 举出了一个相似的例子.

注 4 从式(9)不难看出 Q_i 的选取与 $j, j = 1, 2, \dots, s$ 相关. 为简单起见, 可大致取 $Q_i = 2sI_i$. 显然这将加大保守性. 为减少保守性, 可把如此得到的 α 再回代到 Q_i 中, 然后再选取新的 α . 重复以上步骤, 便可逐步减少保守性.

3 分散鲁棒输出跟踪

考虑如下不确定线性组合系统

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i(t) &= (A_{ii} + A_{ii}(w_i))x_i(t) + (B_i + B_i(s_i))u_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^s (A_{ij} + A_{ij}(r_{ij}))x_j + \bar{d}_i \\
y_i(t) &= C_i x_i(t)
\end{aligned} \quad (18)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, s$. $x_i \in R^{n_i}$, $u_i(t) \in R^{m_i}$ 和 $y_i(t) \in R^{l_i}$ 分别为状态、控制和输出向量. A_{ii}, B_i 和 C_i 代表名义系统, 且有适当的维数. (A_{ii}, B_i) 是可控的. \bar{d}_i 是第 i 个子系统上的未知常值干扰.

A_{ij} 和 B_i 为不确定项, 它们均是时不变的. 不确定参数 w_i, s_i 和 r_{ij} 所满足的条件同于第二节.

再对系统(18)作如下假设

$$A.3.1: \quad A_{ij} \quad D_{ij}, \quad B_i \quad E_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, s$$

$$A.3.2: \quad \text{rank} \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix} = n_i + l_i.$$

仿照 Schmiterdof 和 Barmish^[9] 及 Ni 和 Chen^[8] 的做法, 可构造出如下增广系统

$$\begin{cases} \dot{x}^i(t) = (A_{ii} + A_{ii}(w_i))x^i(t) + (B_i + B_i(s_i))w(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^s (A_{ij} + A_{ij}(r_{ij}))x^j + \dot{y}_i \\ \dot{q}_i(t) = c_i x^i(t) - y_{ri} \end{cases} \quad (19)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, s$. q_i , R^i 和 y_{ri} , R^i 分别为增广状态向量及参考输入向量.

增广系统(19)可重写为

$$\dot{z}(t) = (A_{zii} + A_{zii})z_i(t) + (B_{zi} + B_{zi})w(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^s (A_{zij} + A_{zij})z_j(t) + \dot{y}_i \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} z_i(t) &= \begin{bmatrix} x_i(t) \\ q_i(t) \end{bmatrix}, \quad A_{zii} = \begin{bmatrix} A_{ii} & 0 \\ C_i & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{zii} = \begin{bmatrix} A_{ii} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{zij} = \begin{bmatrix} A_{ij} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{zij} &= \begin{bmatrix} A_{ij} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{zi} = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{zi} = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{y}_i = \begin{bmatrix} y_i \\ -y_{ri} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

显然可知

$$A_{zij} \quad D_{zij}, \quad B_{zi} \quad E_{zi}, \quad i, j = 1, 2, \dots, s \quad (21)$$

$$\text{其中 } D_{zij} = \begin{bmatrix} D_{ij} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{zi} = \begin{bmatrix} E_i \\ 0 \end{bmatrix}.$$

由假设 A.3.2 可知增广系统(20)的名义系统 (A_{zii}, B_{zi}) 是可控的. 接下来引出本节的主要结果.

定理 2 如果存在正数 $\bar{\alpha}_i$ 和对称正定阵 P_i 满足如下 Riccati 方程

$$\begin{aligned} (A_{zii} + I_i)^T P_i + P_i (A_{zii} + I_i) + \bar{\alpha}_i P_i [I_i + \sum_{j=1, j \neq i}^s (A_{zij} A_{zij}^T + (D_{zij}))] P_i \\ - P_i [B_{zi} R_i^{-1} B_{zi}^T - \bar{\alpha}_i (E_{zi})] P_i + \bar{\alpha}_i^{-1} (D_{zii}) + Q_i = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

式中

$$R_i = \frac{I_i}{\bar{\alpha}_i}, \quad \bar{\alpha}_i > 0 \quad (23)$$

$$Q_i = 2 \left(\sum_{j=1}^s \bar{\alpha}_j \right) I_i \quad (24)$$

则有分散反馈控制律

$$u_i = K_i x_i, \quad K_i = -R_i^{-1} B_{zi}^T P_i \quad (25)$$

使受控系统能以给定的收敛率渐近跟踪参考输入.

证明 采用文献[9]中的做法, 证明可分为两部分.

(i) 内部稳定性. 把分散控制律(25)施加于系统(20)并忽略 $\bar{\alpha}_i$ 可得闭环系统

$$\dot{z}_i(t) = [(A_{zii} + A_{zii}) - \bar{\alpha}_i (B_{zi} + B_{zi}) B_{zi}^T] z_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^s (A_{zij} + A_{zij}) z_j(t) \quad (26)$$

立刻可看出它与闭环系统(11)有相同的形式, 因此由定理 2.1 可知闭环系统(26)会以收敛率指数渐近稳定.

(ii) 指数跟踪. 在控制(25)作用下系统(20)可写为

$$\dot{z}(t) = [(A_z + \Delta A_z) + (B_z + \Delta B_z)K]z(t) + A_c z(t) + \dots \quad (27)$$

其中

$$A_z = \begin{bmatrix} A_{z11} & A_{z12} & \dots & A_{z1s} \\ A_{zi1} & A_{zi2} & \dots & A_{zis} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{zs1} & A_{zs2} & \dots & A_{zss} \end{bmatrix}, \quad \Delta A_z = \begin{bmatrix} \Delta A_{z11} & \Delta A_{z12} & \dots & \Delta A_{z1s} \\ \Delta A_{zi1} & \Delta A_{zi2} & \dots & \Delta A_{zis} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta A_{zs1} & \Delta A_{zs2} & \dots & \Delta A_{zss} \end{bmatrix},$$

$$B_z = \text{diag}[B_{z1}, \dots, B_{zs}], \quad \Delta B_z = \text{diag}[\Delta B_{z1}, \dots, \Delta B_{zs}], \quad = [\begin{matrix} 1 \\ \dots \\ s \end{matrix}]^T \text{ 和 } K = \text{diag}[K_1, \dots, K_s].$$

同时对式(27)的两边求导可得

$$\dot{Z}(t) = A_c Z(t) \quad (28)$$

从步骤(i)可知 A_c 是严格稳定的, 所以 $Z(t)$ 以指数渐近地趋近于 0.

因为

$$\dot{Z}(t) = [x^T(t) \ q^T(t)]^T, \quad q(t) = y_i - y_{ri}, \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (29)$$

所以系统(18)会以收敛率渐近跟踪参考输入.

4 例子

沿用前面的记号, 考虑一个可由(18)描述的由二个三阶子系统组成的不确定线性组合系统, 其不确定项具有数值界, 其中

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -0.87 & 49.22 \\ 0 & 0.99 & -1.34 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 21.25 & -1.58 \\ -0.71 & -0.97 \end{bmatrix}, \quad A_{12} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & -0.7 \\ 1 & 0.4 & 0.5 \\ -1 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.2 & 10 \\ 0 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0.15 \\ 0.07 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0.04 & 0.04 & 0.15 \\ 0.2 & 0.08 & 0.1 \\ 0.2 & 0.06 & 0.08 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0.97 & 0.51 & 0 \\ -31.2 & 1 & 0 \\ 3.41 & -0.67 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & -5.2 \\ -1.2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{21} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.8 & 0.7 \\ 0.1 & -1 & 0 \\ 0.8 & 0.2 & -0.2 \end{bmatrix},$$

$$D_{22} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0 \\ 6 & 0.2 & 0 \\ 0.6 & 0.14 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 1 \\ 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.15 \\ 0.02 & 0.2 & 0 \\ 0.15 & 0.04 & 0.04 \end{bmatrix}$$

输出矩阵为

$$C_1 = [8 \ 1 \ 2], \quad C_2 = [-1 \ 5 \ -1]$$

参考输入为

$$y_r = [1 \ 7]^T$$

干扰向量为

$$= [2 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 1]^T$$

初始条件为

$$Z(0) = [1 \quad -4 \quad -2 \quad 1 \quad 4 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$$

用第四节中的方法可得出分散鲁棒跟踪器. 首先可验证此系统满足(18)中的各项假设, 同样也不难验证系统中的不确定项不满足匹配条件. 取 $n=3$, $s=2$, $i_1=0.4$, $i_2=0.1$, $i_3=0.02$, $i_4=0.1$, $Q_i=0.08I_i$, 然后求解 Riccati 方程(22), 得到正定解 $\text{diag}[P_1, P_2]$, 其中

$$P_1 = \begin{bmatrix} 179.9297 & 2.8833 & 12.0493 & .4863 \\ 2.8833 & 0.5767 & 5.2107 & 0.0778 \\ 12.0493 & 5.2107 & 237.8694 & 0.3349 \\ 4.4863 & 0.0778 & 0.3349 & 0.5077 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 57.0713 & 0.3397 & 0.1070 & -0.0023 \\ 0.3397 & 22.3375 & -1.4302 & 1.0167 \\ 0.1070 & -1.4302 & 4.9805 & -0.2482 \\ -0.0023 & 1.0167 & -0.2482 & 0.4473 \end{bmatrix}$$

再由(25)式, 可得反馈增益 $K = \text{diag}[K_1, K_2]$, 其中

$$K_1 = \begin{bmatrix} -21.0859 & -3.4218 & 23.2639 & -0.5658 \\ 6.4974 & 2.3862 & 95.5865 & 0.1791 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -2.8182 & 2.6635 & -0.1770 & 0.1221 \\ 29.6431 & -2.0571 & 0.1986 & -0.1029 \end{bmatrix}$$

由此得到的闭环系统将以收敛率 0.1 渐近跟踪参考输入. 输出响应按照以下 4 种情形分别示于图 1 和图 2.

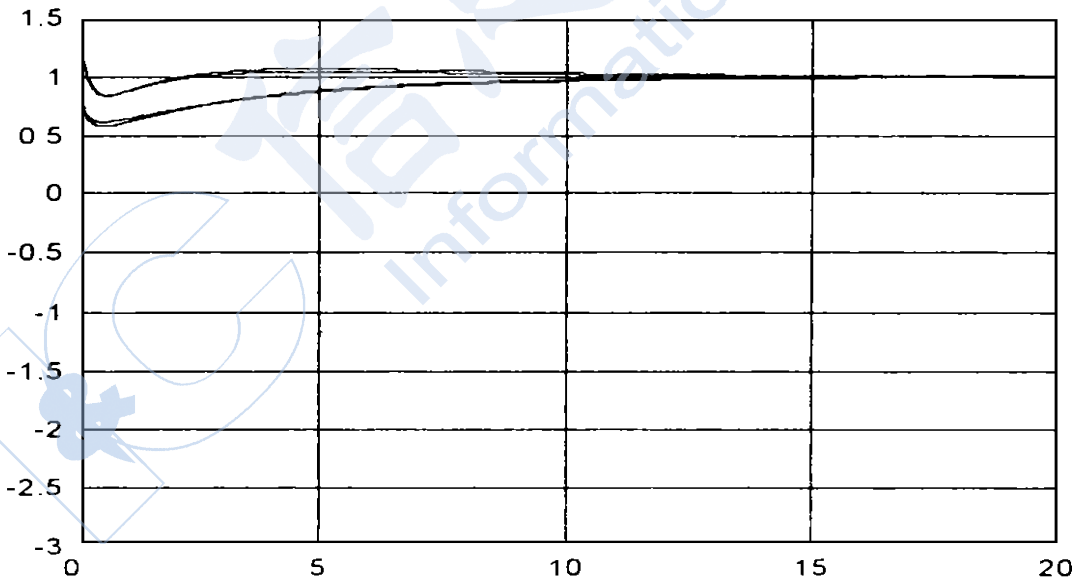


图 1 子系统 1 的输出响应

例 1:

$$A_{ij} = D_{ij}, \quad B_i = E_i;$$

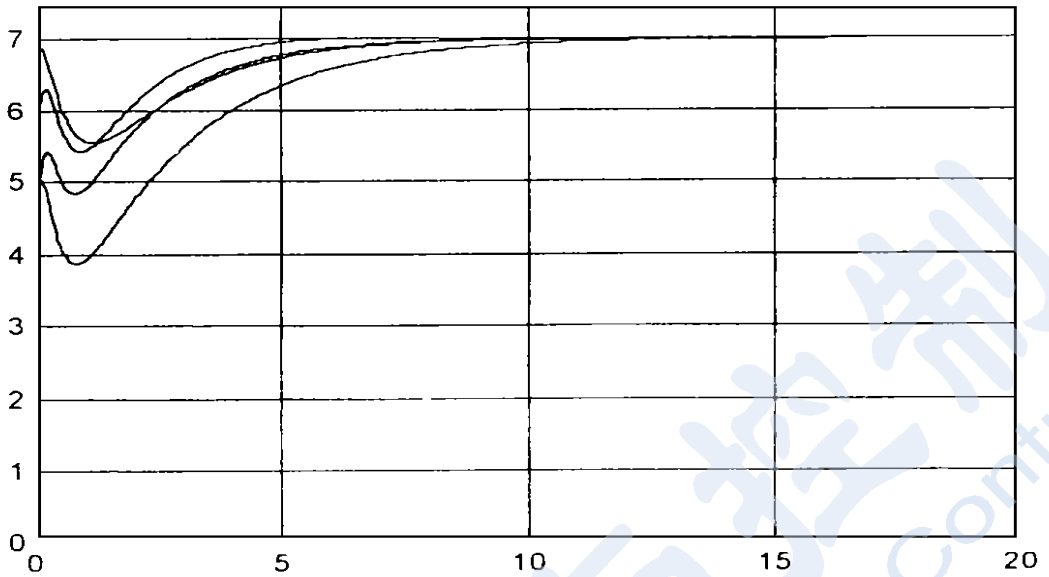


图 2 子系统 2 的输出响应

例 2:

$$A_{ij} = D_{ij}, \quad B_i = -E_i;$$

例 3:

$$A_{ij} = -D_{ij}, \quad B_i = E_i;$$

例 4:

$$A_{ij} = -D_{ij}, \quad B_i = -E_i;$$

5 结论

本文对不确定线性组合系统给出了分散鲁棒控制器及跟踪器, 其存在性依赖于相应的代数 Riccati 方程的解. 系统中的不确定项可有数值界而不需满足匹配条件. 值得指出的是, 这种表达式很有实际意义, 本文基于此表达式得到了较为简单的控制器, 除去了应用其它不确定项表达式所带来的约束.

参 考 文 献

- 1 Gutman S. Uncertain Dynamical System——Lyapunov Min-max Approach, IEEE Trans. Autom. Control, 1979, **24**: 437~443
- 2 Kim J H, Jeung E T, Park H B. Robust Control for Parameter Uncertain Delay Systems in State and Control Input. Automatica, 1996, **32**: 1337~1339
- 3 Choi, Chung M J. Memoryless Stabilization of Uncertain Dynamic Systems with Time-varying Delayed States and Controls. Automatica, 1995, **31**: 1349~1351
- 4 Gu K M, Zohdy A, Loh N K. Necessary and Sufficient Condition of Quadratic Stability of Uncertain Linear Systems. IEEE Trans. Autom. Control, 1990, **35**: 601~604
- 5 Gong Z. Decentralized Robust Control of Uncertain Interconnected Systems with Prescribed Degree of Exponential Con-

- vergence. IEEE Trans. Autom. Control, 1995, **40**: 704 ~ 707
- 6 Chen Y H. Decentralized Robust Control for Large-scale Uncertain Systems. J. Dynamic Systems Measurement Control, 1992, **114**: 1 ~ 9
- 7 Mehdi D, Hamid M A, Perrin F. Robustness and Optimality of Linear Quadratic Controller for Uncertain Systems. Automatica, 1996, **32**: 1081 ~ 1083
- 8 Ni M, chen Y. Decentralized Stabilization and Output Tracking of Large-scale Uncertain Systems. Automatica, 1996, **32**: 1077 ~ 1080
- 9 Schmitendorf W E, Barmish B R. Robust Asymptotic Tracking for Systems with Unknown Parameters. Automatica, 1986, **22**: 365 ~ 360
- 10 Ikeda M, Siljak D D. Decentralized Stabilization of Linear Time-varying Systems. IEEE Trans. Autom. Control, 1980, **25**: 106 ~ 107
- 11 Schmitendorf W E. Designing Stabilizing Controllers for Uncertain Systems Using the Riccati Equation Approach. IEEE Trans. Autom. Control, 1988, **33**: 376 ~ 379

DECENTRALIZED ROBUST CONTROL FOR LINEAR UNCERTAIN INTERCONNECTED SYSTEMS

LIU Xinyu GAO Liqun

(Dept. of Automatic Control, Northeastern University)

ZHANG Wengli

(Dept. of Automatic Control, Beijing Technical University)

Abstract In this paper, we present sufficient conditions for existence of decentralized robust controller and tracking controller for large-scale uncertain systems. The uncertainty is value bounded and can be dissatisfied with so-called matching conditions. With this representation, we give robust decentralized control laws for two classes of uncertain interconnected systems. In the former, the uncertainties may be time-varying, and the controlled system can converge exponentially with a prescribed rate under the decentralized robust controller. In the latter, the uncertainties are time-invariant, and we give a robust tracking controller which guarantees the controlled system to approach the reference input exponentially.

Key words decentralized control, robust control, uncertain systems, output tracking

作者简介

刘新宇,男,29岁,硕士研究生.研究领域为大系统,鲁棒控制.

高立群,男,49岁,教授.研究领域为对策理论,系统辨识,复杂控制系统结构.

张文力,女,30岁,硕士研究生.研究领域为大系统,图象处理.