

文章编号: 1002-0411(2005)01-0054-06

Vague 集理论及其在模糊信息处理中的应用

林志贵, 徐立中, 刘英平

(河海大学, 江苏 南京 210098)

摘要: 介绍 vague 集理论及其不同的表示形式, 并解释这些表示形式的几何意义. 讨论 vague 集与 fuzzy 集之间的区别和联系, 较全面和系统地回顾 vague 集理论的研究进展及其在决策、近似推理及医疗诊断等领域中的应用现状. 最后, 指出 vague 在理论和应用等方面存在的问题及未来可能的研究方向.*

关键词: vague 集; 模糊集; 直觉模糊集; 模糊信息处理

中图分类号: TP18

文献标识码: A

Vague Set Theory and Its Application in Fuzzy Information Processing

LIN Zhi-gui, XU Li-zhong, LIU Ying-ping

(Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Vague set theory and its different expressions are presented, the geometrical meaning of the expressions is interpreted, and the relations between vague sets and fuzzy sets are discussed. The development of vague sets is systematically discussed. Applications of the theory in decision-making, approximate reasoning and medical diagnosis are analyzed. Finally, problems existing in vague set theory and application, and directions of their further development are also proposed.

Keywords: vague set; fuzzy set; intuitionistic fuzzy set; fuzzy information processing

1 引言 (Introduction)

fuzzy 集理论能够较好地描述模糊性, 但它采用单值的隶属函数表示“一定程度上属于”的关系, 即单值的隶属度包含了支持和反对证据的程度, 但它不能表示中立 (既不支持又不反对) 的证据, 因此, fuzzy 集具有明显的缺陷.

为了解决 fuzzy 集的这种缺陷, Gau 等^[1]于 1993 年提出 vague 集, 它是一种模糊信息处理理论. 在 vague 集中, 论域内的元素与论域上的集合之间的关系是“在一定程度范围之内属于”的关系. 它的隶属程度采用区间的表示形式, 这个区间既给出了支持证据的程度, 同时也给出了反对证据的程度, 而且能够表示、处理 fuzzy 集无法表示和处理的模糊信息. 而 Atanassov^[2]于 1986 年提出一种新的模糊信息处理理论——直觉模糊集, 它也是一种模糊信息处理理论. Bustince 等^[3]证明 vague 集与直觉模糊集在定义上是等同的, 本质上是一致的, 只是采用了不同的表达方式. 本文不再区分直觉模糊集和 vague 集, 将

二者统称为 vague 集.

目前, vague 集在模糊性的表示和处理方面的优势逐渐受到重视. 在理论方面, vague 集不断地发展和完善; 在应用方面, vague 集主要在模式识别、机器学习、决策和医疗诊断等领域取得较好的应用效果.

vague 集作为处理模糊信息的一种手段, 近年来得到了较快发展, 国内外出现大量的相关文献, 但全面和系统地介绍 vague 集理论研究现状的文章尚未见到. 因此本文结合近年来国内外的研究成果, 介绍 vague 集理论及其表示, 分析、说明它与 fuzzy 集之间的关系, 较全面和系统地综述了 vague 集理论的研究进展与应用现状, 最后指出 vague 集目前存在的问题, 及进一步的研究方向, 以便为大家进一步研究提供参考.

2 vague 集理论及其表示 (Theory and expressions of vague sets)

2.1 vague 集理论

设 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 是一论域, U 中的一个

* 收稿日期: 2004 - 05 - 23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60374033); 江苏省自然科学基金资助项目 (BK2002064)

vague集 A 表示为: $A = \{u_i, [t_A(u_i), 1 - f_A(u_i)] \mid u_i \in U\}$, 其中, $t_A: U \rightarrow [0, 1]$ 和 $f_A: U \rightarrow [0, 1]$ 分别为对应 u_i 隶属于 A 的真隶属函数和假隶属函数. $t_A(u_i)$ 为 u_i 的隶属度下界, $f_A(u_i)$ 为 u_i 的否定隶属度下界, 并且对于 $\forall u_i \in U$, 有 $t_A(u_i) + f_A(u_i) \leq 1$. u_i 隶属于 vague集 A 的程度为 $[t_A(u_i), 1 - f_A(u_i)] \in [0, 1]$, 这说明 u_i 确切的隶属度 $\mu_A(u_i)$ 未知, 但 $t_A(u_i) \leq \mu_A(u_i) \leq 1 - f_A(u_i)$. 称 $\pi_A(u_i) = 1 - t_A(u_i) - f_A(u_i)$ 是 vague集 A 中 u_i 的直觉指标数, 也称其为 u_i 隶属于 A 的踌躇度(未知度)^[4].

定义 1 设 U 是一论域, 两个 vague集 A 和 B 是相等的, 即 $A = B$, 当且仅当 $\forall u_i \in U, t_A(u_i) = t_B(u_i)$, 且 $f_A(u_i) = f_B(u_i)$.

定义 2 设 U 是一论域, 一个 vague集 A 的补 \bar{A} 定义为: $\forall u_i \in U, t_{\bar{A}}(u_i) = f_A(u_i), f_{\bar{A}}(u_i) = t_A(u_i)$, 其中, $t_{\bar{A}}(u_i) + f_{\bar{A}}(u_i) \leq 1$.

定义 3 设 U 是一论域, 两个 vague集 A 和 B 的交集是 vague集 C , 即 $C = A \cap B, \forall u_i \in U$, 其真、假隶属度分别为: $t_C(u_i) = \min(t_A(u_i), t_B(u_i)), f_C(u_i) = \max(f_A(u_i), f_B(u_i))$.

定义 4 设 U 是一论域, 两个 vague集 A 和 B 的并集是 vague集 C , 即 $C = A \cup B, \forall u_i \in U$, 其真、假隶属度分别为: $t_C(u_i) = \max(t_A(u_i), t_B(u_i)), f_C(u_i) = \min(f_A(u_i), f_B(u_i))$.

2.2 vague集的表示及其解释

采用不同参数作为坐标, 则 vague集的表示不同. 目前, 主要有两种表示方法.

一种是以 t_A, f_A 及 π_A 为坐标的几何表示方法^[5]. 将论域 U 上的 vague集 A 映射到三角平面 ABD 中, 如图 1所示. 例如, 任意一点 $u_i \in U$, 映射到

图 1 vague集的几何表示

Fig. 1 Geometrical expression of vague sets

三角平面 ABD 中点 u'_i , 且 $\pi_A(u_i) = 1 - t_A(u_i) - f_A(u_i)$.

三角平面 ABD 正交投影 ($\forall u'_i \in ABD \rightarrow u''_i \in ABC$)给出了 vague集在平面中的解释. 当 $\pi_A = 0$ 时, $t_A + f_A = 1$, 对应线段 AB , 因此线段 AB 被看作为模糊集的表示. 线段 AB 在 t_A 轴上的正交投影, 仅用参数 t_A 表示模糊集的隶属度. 当 $\pi_A > 0$ 时, 三角平面 ABD 正交投影到三角平面 ABC 内.

另一种是以 t_A, f_A 及 U 为坐标的表示方法^[6]. 将论域 U 上的 vague集 A 的隶属函数表示为一条空间曲线 l , 如图 2所示, 其参数方程为:

$$\begin{cases} t_A(u_i) = \varphi_1(q) \\ f_A(u_i) = \varphi_2(q) \quad (t_A + f_A \leq 1) \\ u_i = \varphi_3(q) \end{cases}$$

空间曲线 l 在平面 $t_A O U$ 上的投影为曲线 $l_{t_A O U}$, 其曲线方程为 $F(t_A, u_i) = 0$; 空间曲线 l 在平面 $f_A O U$ 上的投影为曲线 $l_{f_A O U}$, 其曲线方程为 $G(f_A, u_i) = 0$. 空间曲线 l 也可表示为上述两个投影曲面的交线.

图 2 vague集的三维表示

Fig. 2 3D expression of vague sets

空间曲线表示 vague集 A 的隶属函数, 直观地反映 vague集 A 所包含的模糊信息. 对论域 U 中的任意一点 u_i , 对应于空间曲线 l 上点的坐标是 $(t_A(u_i), f_A(u_i), u_i)$, 设该点到平面 $t_A + f_A = 1$ 的欧氏距离为 d_E, d_E 值越小表示对 u_i 的信息知道得越精确, 反之, 则表示对点 u_i 的信息知道得越模糊; 如果空间曲线 l 上的任意一点均在平面 $t_A + f_A = 1$ 上, 则该 vague集就退化为 fuzzy集. 因此也可以将 vague集看作是 fuzzy集的三维空间推广.

上述 vague集的表达形式是从不同侧面反映 vague集的特点. 第一种表示形式有助于表达和理解 vague集之间的距离概念; 第二种表示形式有助于理解 vague集之间关系及其性质. 虽然, 二者表达形式不同, 但其实质是一样的.

3 vague集与 fuzzy集之间的关系 (Relation

between vague sets and fuzzy sets)

vague集与 fuzzy集既有联系又有区别,它们的相同点归纳如下:

① vague集理论和 fuzzy集理论都可以处理模糊、不确定和不精确问题,它们的隶属函数都依赖于统计或专家的经验.

② vague集是 fuzzy集的推广, fuzzy集可以看作 vague集的特例^[5].

③二者在一定程度上可以相互转化,如 Burillo等^[7]给出由两个 fuzzy集构建一个 vague集的方法; Bustince等^[8]给出 vague集向 fuzzy集转化的方法.

二者的不同点在于: fuzzy集的隶属度是一个单值, vague集的隶属度是 $[0, 1]$ 上的一个子区间. vague集理论可通过其隶属函数表示对一个对象的支持度、反对度和未知度(既不支持也不反对)三种信息,而 fuzzy集理论通过其隶属函数仅能表示对一个对象的支持度、反对度这两种信息,不能表示未知度.与 fuzzy集相比较, vague集能更好、更准确地表达模糊信息^[9].

4 vague集的研究进展 (Development of vague sets)

4.1 理论发展

首先,对 vague集运算算子进行研究,文献[10]定义了 vague集的基本运算算子及关系,李凡等^[11]讨论了 vague集的加权模糊运算.其次,对 vague集之间关系进行分析,如: Bustince等^[8]提出 vague集的模糊关系结构,对 vague模糊关系进行探讨,并比较它与其它模糊关系之间的区别与联系; Deschrijver等^[12]分析 vague模糊关系,讨论其合成问题,并研究 vague模糊关系合成的特性.后来,对 vague集的研究由具体到抽象,如集合拓扑空间及基本理论的研究,如: Çoker^[13]讨论了 vague集的拓扑空间; 闫德勤等^[14]提出了 vague集的分解定理,对 vague集理论进行探讨; Liu等^[15]对 vague模糊子集性质进行研究.最后,对 vague集进行扩展,研究其相互之间的关系,如: Mondai等^[16]研究了 vague集的拓展——区间 vague集的特性及拓扑结构; Deschrijver等^[17]研究了几个 fuzzy集的扩展集之间的关系,其中包括 vague集、区间 vague集及 L-fuzzy集等.张江等^[18]针对 fuzzy集、vague集、可拓集等特点,提出统一集,使得相关或相似互补的集合算法统一起来,形成一般的表示形式.

4.2 相似性度量

目前,主要基于两种思想:一是基于 vague集的真、假隶属度的差. Chen^[19]首先提出利用 S函数来衡量 vague集的相似性:

定义 5 设一个 vague集 $A = \{u_i, [t_A(u_i), 1 - f_A(u_i)] \mid u_i \in U\}$, 则 vague集 A 与 B 之间的相似度:

$$T(A, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| 1 - \left| \frac{S_A(u_i) - S_B(u_i)}{2} \right| \right| \quad (1)$$

其中, $S_A(u_i) = t_A(u_i) - f_A(u_i)$. Hong等^[20]分析,指出该方法存在一个缺陷,即当 vague集发生微小变化时,其相似度发生显著变化.针对这种情况,他充分利用两 vague集真隶属度之差和假隶属度之差,提出一种相似性度量的改进方法.同样,文献[21]也指出文献[19]方法存在的缺陷,并提出改进方法,其思想是将上述两种方法进行综合.然而他们的改进方法对一些特殊情况,会出现 vague集不同而其相似度相同的情况.

另一种是基于距离测度的思想.如: Szmidt等^[22]提出 vague集之间的汉明距离和欧氏距离:

$$d_H(A, B) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (|t_A(u_i) - t_B(u_i)| + |f_A(u_i) - f_B(u_i)| + |\pi_A(u_i) - \pi_B(u_i)|) \quad (2)$$

$$d_E(A, B) = \left(\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (t_A(u_i) - t_B(u_i))^2 + (f_A(u_i) - f_B(u_i))^2 + (\pi_A(u_i) - \pi_B(u_i))^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Li等^[23]利用上述 vague集之间距离的概念,提出 vague集的相似性度量 $S_p^d(p=1, 2)$:

$$S_1^d(A, B) = S_H^d(A, B) = 1 - d_H(A, B) \quad (4)$$

$$S_2^d(A, B) = S_E^d(A, B) = 1 - d_E(A, B)$$

Liang等^[24]对现有的 vague集相似性度量方法进行分析,发现每一种方法在克服其它方法缺陷的同时,又带来新的缺陷,并且认为 vague集子区间的长度和均值也是重要的信息.因此,他充分利用这两个信息,并赋予相应的权值,基于 vague集之间的距离,提出改进的相似性度量方法.

张诚一等^[25]对 vague集相似性的本质进行分析,提出度量 vague集相似性的基本准则,使得确定 vague集的相似性函数有了基本依据,避免了盲目性.

4.3 未知度的度量

vague集的隶属函数能够表示一个对象的未知

度信息,同时也带来度量未知度的问题,即 vague熵(或直觉熵)的度量. vague熵的确定对 vague集的比较及其特性分析有重要作用.目前,许多学者做了大量工作,如 Burillo等^[6]提出 vague集的未知度——vague熵.

定义 6 设 U 是一论域, A 为 U 中的一个 vague集,映射 $\varphi, \varphi': [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, 若 φ, φ' 满足: φ 是增函数; $\varphi(x) = 0$, 当且仅当 $x = 0$; $\varphi(x) + \varphi(y) = 1$, 当且仅当 $x + y = 1$, 则映射 $I: A \rightarrow R^+, I_{\varphi, \varphi'}(A) = n - \sum_{i=1}^n \varphi(t_A(u_i)) + \varphi'(f_A(u_i))$ 是 vague集 A 的 vague熵.

利用文献 [22] 给出的 vague集的表达式及几何解释, Szm idt等^[5]提出基于距离比值的一种直观、易理解的测量 vague熵的方法,具体的 vague熵函数如下.

定义 7 设 U 是一个论域, F 为 U 中的一个 vague集, 则其 vague熵为:

$$I(F) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\max \sum \text{Count}(F(u_i) \cap F^c(u_i))}{\max \sum \text{Count}(F(u_i) \cup F^c(u_i))} \right| \quad (5)$$

其中: $\max \sum \text{Count}(F) = \sum_{i=1}^n (t_F(u_i) + \pi_F(u_i))$,
 $F \cap F^c = \langle \min(t_F(u_i), \bar{t}_F(u_i)), \max(\underline{f}_F(u_i), \bar{f}_F(u_i)) \rangle$,
 $F \cup F^c = \langle \max(t_F(u_i), \bar{t}_F(u_i)), \min(\underline{f}_F(u_i), \bar{f}_F(u_i)) \rangle$.

这种 vague熵方法的具体思想是:图 1 的 U 中一个 vague集 F 投影到三角平面 ABD 中 F' 点(如图 3 所示), 其中 A 点为非模糊点, B 点为模糊点, 那么上述定义的 vague熵的含义为 F' 点到 A 点的距离与 F' 点到 B 点距离的比值, 也就是说, vague集 F 靠近确定集 A 的程度与其靠近完全 fuzzy集 B 的程度的比值. 如果 F' 点靠近 A 或 B 点, 则其 vague熵为 0;

图 3 vague熵的几何表示

Fig. 3 Geometrical expression of vague entropy

如果 F' 点靠近三角形 ABD 的中垂线 DE , 则其 vague熵接近 1.

后来, 文献 [26] 对 vague熵的特点进行分析, 提

出一般 vague熵应具有约束条件.

5 vague集的应用 (Application of vague sets)

5.1 决策领域中的应用

Hong等^[27]首次将 vague集应用于多目标决策, 其过程为: 首先, 确定每一个方案对应的多目标的 vague集值; 其次, 根据目标 (满足 $\Omega_j, \Omega_k, \dots, \Omega_p$ 或 Ω_s) 要求, 确定每一个方案的估计函数 $E(L_i)$:

$$E(L_i) = ([t_{ij}, \bar{t}_{ij}] \wedge [t_{ik}, \bar{t}_{ik}] \wedge \dots \wedge [t_{ip}, \bar{t}_{ip}]) \vee [t_{is}, \bar{t}_{is}] \\ = [t_{i1}, \bar{t}_{i1}] = [t_{i1}, 1 - f_i]$$

其中, 方案集 $L = \{L_1, L_2, \dots, L_m\}$, 目标集 $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$. 最后, 由 $S_A(u_i) = t_A(u_i) - f_A(u_i)$, 得到 $S(E(L_i))$ ($1 \leq i \leq m$), 比较 $S(E(L_i))$ 值的大小, 最大者对应的方案为最佳方案. 这种方法主要利用 vague集之间的相似度进行决策, 但对于最大值是两个以上等值的情况, 该方法不能进行判决. 文献 [28] 针对上述多目标模糊决策方法存在的缺陷, 提出改进策略, 即当 $S(E(L_i))$ 的最大值是等值时, 计算其计分函数 $S'(E(L_i)) = 1 - f_i$ ($1 \leq i \leq m$), 最大者对应的方案为最佳方案.

Atanassov等^[29]提出多专家问题, 考虑到每个专家具有不同的特长且对不同目标所具有的知识程度也不一样, 对他们分别赋予不同的权值, 运用 vague集进行多目标决策, 使得问题的表示简洁, 并且决策效果较好; 马志锋等^[30]在决策系统中利用 vague集运算算子对其进行规则获取等研究.

符海东等^[31]从另外一种角度进行模糊决策, 即构造一个理想方案, 利用 vague集的距离测度, 进行多目标模糊决策; Szm idt等^[32]考虑到每一专家对不同目标的偏好, 提出 vague集择优关系, 利用距离公式 (2)、(3), 对专家群体的一致性进行估计; 另外还有学者利用 vague集的距离测度对 vague集的决策表的含糊规则进行提取等研究^[33].

5.2 近似推理领域中的应用

一些学者将 vague集应用到近似推理领域, 可看作是模糊推理的一种延伸, 如: 李凡等^[6]采用基于 vague集的插值方法进行近似推理, 其结果比文献 [34] 基于相似度量的模糊推理方法更精确、可信, 更符合人们的直觉; 文献 [35] 针对在智能系统中实现基于 vague集的近似推理, 提出了一类蕴涵算子. 后来近似推理由单向发展到双向推理, 如: 王天江等^[36]提出基于 vague集加权相似度的双向

近似推理方法.

vague集应用于近似推理不仅仅在国内,在国外也有,如:Castillo等^[37]认为 vague集推理近似等于两个模糊推理之和.而且,一些学者利用这个思想将 vague集应用到电厂监控,使得监控过程计算简单,同时又能充分利用 vague集的优点,因此取得了相当好的效果^[38].

5.3 其它领域中的应用

除了上述两个主要的应用领域外,vague集在其它领域也有应用,如:De Kumar等^[39]通过定义 vague集的模糊关系及其模糊关系的合成,将其应用在医疗诊断中,为建立医疗诊断专家系统奠定了基础.Chen^[40]利用 vague集理论分别对串联、并联的模糊系统的可靠性进行分析,整个过程简单、条理清晰.

6 vague集存在的问题及发展趋势 (Problems and development trends of vague sets)

vague集自从诞生到现在,发展时间比较短,其理论还不成熟,存在一定的局限性,因而制约了它在各个领域中的应用,主要存在的问题可归纳如下:

(1) vague集隶属函数区间的确定问题.很明显,隶属区间的确定决定了 vague集的应用效果,目前,在这个方面研究相对较少;

(2) 对 vague集理论研究,相对薄弱;

(3) vague集的关系研究,虽说有些学者^[27-29]做了一定的工作,但不如 fuzzy集关系研究得成熟,这将限制 vague集在模糊决策领域中的应用;

(4) 在信息的模糊性表示方面,vague集的优势明显,但研究其未知性度量相对较少,没有形成统一的表达形式;

(5) vague集与 fuzzy集之间的关系问题,这对研究和完善 vague集理论有重要意义.

针对以上问题,作者认为下面几个方向值得进一步研究:

① 对 vague集、fuzzy集、概率之间关系的研究.由于这三者都是处理随机、模糊性问题,对它们之间关系的研究,将促进 vague集理论的完善;

② 加强 vague集隶属函数区间确定问题的研究.目前,确定 vague集隶属函数方法主要靠专家及经验方法,带有很强的主观性,因此,研究其客观的确定方法是必须的;

③ vague集推广理论的研究,目的在于扩大其应用领域.如 Mondai等^[16]提出区间 vague集,这

是 vague集推广研究的一个尝试;

④ 将 vague集与其它软计算方法(如:证据理论、遗传算法、小波等)结合,使其优势互补,克服各自的不足;

⑤ 扩大 vague集的应用领域,如信息融合、专家系统等,针对具体应用背景进行相应算法研究.

参 考 文 献 (References)

- [1] Gau W L, Buehrer D J. Vague sets [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1993, 23(2): 610 ~ 614.
- [2] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87 ~ 96.
- [3] Bustince H, Burillo P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(3): 403 ~ 405.
- [4] Atanassov K T. Intuitionistic Fuzzy Sets [M]. New York: Physica-Verlag, Heidelberg, 1999.
- [5] Szmidt E, Kacprzyk J. Entropy for intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118(3): 467 ~ 477.
- [6] 李凡,蔡立晶,吕泽华. vague集的三维表示 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2002, 30(10): 44 ~ 46.
- [7] Burillo P, Bustince H. Construction theorems for intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 84(3): 271 ~ 281.
- [8] Bustince H, Burillo P. Structures on intuitionistic fuzzy relations [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(3): 293 ~ 303.
- [9] Lin H, Liu C Y, He Z X. The mathematic tools describing large scale systems: fuzzy set, extension set, vague set, set pair analysis and their relation [A]. Proceedings of the 4th World Congress and Automation [C]. Shanghai: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2002. 1662 ~ 1666.
- [10] Kumar De S, Biswas R, Ranjan Roy A. Some operations on intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(3): 477 ~ 484.
- [11] 李凡,饶勇. 基于 vague集的加权模糊运算 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2001, 29(3): 12 ~ 14.
- [12] Deschrijver G, Kerre E E. On the composition of intuitionistic fuzzy relations [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 136(3): 333 ~ 361.
- [13] Çoker D. An introduction to intuitionistic fuzzy topological spaces [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 88(1): 81 ~ 89.
- [14] 闫德勤,迟忠先. vague集中的分解定理与相似度量 [J]. 计算机科学, 2003, 30(1): 78 ~ 79.
- [15] Liu Y H, Xiong F L. Subsethood on intuitionistic fuzzy sets [A]. Proceedings of the First International Conference on Machine Learning and Cybernetics [C]. Beijing: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2002. 1336 ~ 1339.
- [16] Mondai T K, Samanta S K. Topology of interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 119(3): 483 ~ 494.
- [17] Deschrijver G, Kerre E E. On the relationship between some ex-

- tensions of fuzzy set theory [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 133(2): 227 ~ 235.
- [18] 张江, 林华, 贺仲雄. 统一集论与人工智能 [J]. *中国工程科学*, 2002, 4(3): 40 - 47.
- [19] Chen S M. Measures of similarity between vague sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1995, 74(2): 217 ~ 223.
- [20] Hong D H, Kim C. A note on similarity measures between vague sets and elements [J]. *Information Sciences*, 1999, 115(1-4): 83 ~ 96.
- [21] 李凡, 徐章艳. vague集之间的相似度量 [J]. *软件学报*, 2001, 12(6): 922 ~ 927.
- [22] Szm idt E, Kacprzyk J. Distances between intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 114(3): 505 ~ 518.
- [23] Li D F, Cheng C T. New similarity measures of intuitionistic fuzzy sets and application to pattern recognitions [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2002, 23(1 - 3): 221 ~ 225.
- [24] Liang Z Z, Shi P F. Similarity measures on intuitionistic fuzzy sets [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2003, 24(15): 2687 ~ 2693.
- [25] 张诚一, 李东亚, 党平安. vague集之间的相似度 [J]. *计算机科学*, 2003, 30(5): 98 ~ 100.
- [26] 李凡, 吕泽华, 蔡立晶. 基于 Fuzzy集的 vague集的模糊熵 [J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2003, 31(1): 1 ~ 3.
- [27] Hong D H, Choi C H. Multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 114(1): 103 ~ 113.
- [28] 李凡, 卢安, 蔡立晶. 基于 vague集的多目标模糊决策方法 [J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2001, 29(7): 1 ~ 3.
- [29] Atanassov K, Pasi G, Yager R. Intuitionistic fuzzy interpretations of multi-person multi-criteria decision making [A]. *Proceedings of First International IEEE Symposium on Intelligent Systems [C]*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002. 115 ~ 119.
- [30] 马志锋, 邢汉承, 郑晓妹. 区间值 vague决策系统及其规则提取方法 [J]. *电子学报*, 2001, 29(5): 585 ~ 589.
- [31] 符海东, 卢正鼎. 基于 vague集的多评价指标模糊决策方法 [J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2003, 31(8): 77 ~ 79.
- [32] Szm idt E, Kacprzyk J. Evaluation of agreement in a group of experts via distances between intuitionistic fuzzy preferences [A]. *Proceedings of First International IEEE Symposium on Intelligent Systems [C]*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002. 166 ~ 170.
- [33] 马志锋, 邢汉承. vague决策表中的含糊规则获取策略 [J]. *计算机学报*, 2001, 24(4): 382 ~ 389.
- [34] 李凡. 近似推理 [M]. 北京: 科学出版社, 1995.
- [35] 李凡, 余智, 卢安. 基于 vague集的一类蕴涵算子 [J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2001, 29(8): 53 ~ 55.
- [36] 王天江, 卢正鼎, 李凡. 基于 vague集加权相似度的双向近似推理 [J]. *计算机工程与科学*, 2002, 24(6): 96 ~ 100.
- [37] Castillo O, Melin P. A new method for fuzzy inference in intuitionistic fuzzy systems [A]. *Proceedings of the Artificial Neural Networks in Engineering Conference [C]*. St. Louis, MO: American Society of Mechanical Engineers Press, 2003. 20 ~ 25.
- [38] Chen G, Pham T T. *Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Control Systems [M]*. Florida: Boca Press, 2001.
- [39] Kumar De S, Biswas R, Ranjan Roy A. An application of intuitionistic fuzzy sets in medical diagnosis [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 117(2): 209 ~ 213.
- [40] Chen S M. Fuzzy system reliability analysis based on vague set theory [A]. *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Computational Cybernetics and Simulation [C]*. Orlando: IEEE Press, 1997. 1650 ~ 1655.

作者简介

林志贵 (1974 -), 男, 博士研究生. 研究领域为智能信息处理及应用, 实时控制.

徐立中 (1958 -), 男, 博士, 教授, 博士生导师. 研究领域为信息处理与应用, 信息系统集成, 测控技术与系统.

刘英平 (1977 -), 女, 博士研究生. 研究领域为系统集成, 智能计算.