基于 Perceptron 的非线性滑模控制[‡]

刘艳明　杨叔子
(华中理工大学　武汉　430074)

摘　要　利用 Perceptron 的两类模式分类特性对非线性滑动模态方程的 Lyapunov 函数进行训练, 以求得非线性系统的切换函数, 并进行滑模控制器设计, 为非线性滑模控制系统的综合设计提供了一条新的途径, 并应用于车削系统中.

关键词　Perceptron, 滑动模态, 切换函数, 滑模控制

1　引言

滑模控制是本世纪 50 年代发展起来的对具有不确定性动力学系统进行控制的一种重要控制方法. 此处的滑模是通过切换函数实现的, 即要求切换面上存在滑动模态区. 在滑模控制系统中, 就是根据切换函数运动的特定值构造控制器, 保证状态轨线快速趋于滑动模态区, 并最终到达止点[12]. 由此可见, 滑模控制的关键之一是确定切换函数, 保证良好的滑动模态. 对于线性系统, 常用的切换函数设计方法有: 极点配置, 极小化目标函数, Lyapunov 稳定性和特征向量法等[2], 其中 Lyapunov 稳定性方法是最有效的方法之一. 然而对于非线性系统, Lyapunov 函数的构造是非常困难的. 本文利用 Perceptron 的两类模式分类特性训练产生非线性滑动模态方程的 Lyapunov 函数, 以确定非线性系统的切换函数, 并以此切换函数构造 Perceptron 模型, 实现滑模控制器设计, 并应用于车削系统中.

2　Perceptron

Perceptron 是由美国学者 F. Rosenblatt 于 1957 年提出的. 如图 1 所示, 它是一个具有单层计算单元的神经元网络, 并由线性阈值组成, 相当于单个神经元[3].

图 1　Perceptron 模型

当 Perceptron 输入的加权和大于或等于阈值时, 输出为 1, 否则为– 1. 所以当 Perceptron

1995– 04– 17 收稿

‡ 国家自然科学基金、中国博士后科学基金和华中理工大学青年科学基金资助项目

用于两类模式分类时，相当于在高维样本空间中，用一个超平面将两类样本分开. 反之，若存在两类线性可分的样本模式 A 和 B 时，则可通过下述逆归学习算法，确定超平面.

$$y(t) = f\left(\sum_{i=1}^{n+1} \omega(t) x_i\right) \tag{1}$$

$$\omega(t+1) = \omega(t) - \eta(d + y(t)) x_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n+1 \tag{2}$$

式中 $\omega(t)$ 为 t 时刻第 i 个输入 x_i 上的权($1 \le i \le n$)，$-\omega_{n+1}(t)$ 为 t 时刻的阈值，$x_{n+1} = 1$，d 为希望输出，$0 < \eta \le 1$ 为校正率，$y(t)$ 为实际输出.

在学习时，给定一组较小的随机非零初始 $\omega(0)$ ($i = 1, 2, \cdots, n+1$)，反复输入样本 $X = (x_1, x_2, \cdots, x_n, 1)$ 和其希望输出 d(当 $X \in A$ 时 $d = 1$，当 $X \in B$ 时 $d = -1$)，直到 $\omega(t)$ ($i = 1, 2, \cdots, n+1$) 对一切样本均稳定不变为止.

Rosenblatt 已证明：当两类模式是线性可分的，则算法(1) 和(2) 一定收敛，即一定存在 ω 构成的超平面[3].

3　Perceptron 非线性滑模控制

3.1　模型的建立

设非线性系统的方程可描述如下

$$\dot{X} = A(X) + B(X) u(X), X \in R^n, u \in R^m \tag{3}$$

为实现滑模控制，对式(3) 构造如下切换函数

$$S(X) = CX, S \in R^m \tag{4}$$

为建立滑动模态方程，对式(4) 求导得

$$\dot{S}(X) = C\dot{X} = CA(X) + CB(X) u(X) \tag{5}$$

不失一般性，设 $CB(X)$ 非奇异，则由 $\dot{S}(X) = 0$ 得等效控制为

$$u_e(X) = -[CB(X)]^{-1} CA(X) \tag{6}$$

把式(6) 代入式(3) 并联立式 $S(X) = 0$ 便得滑动模态方程如下

$$\left.\begin{aligned} \dot{X} &= A(X) - B(X)[CB(X)]^{-1} CA(X) \\ S(X) &= CX = 0 \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

于是可记式(7) 为简约形式如下

$$\dot{X}_s = A_s(X_s C), \quad X_s \in R^{n-m} \tag{8}$$

3.2　切换阵的确定

对滑动模态方程(8) 建立 Lyapunov 函数如下[4]：

$$V = \sum_{i_1=0}^{k_1} \cdots \sum_{i_{n-m}=0}^{k_{n-m}} v_{i_1 \cdots i_{n-m}} x_{s_1}^{i_1} \cdots x_{s_{n-m}}^{i_{n-m}} = \sum_{i_1=0}^{k_1} \cdots \sum_{i_{n-m}=0}^{k_{n-m}} v_{i_1 \cdots i_{n-m}} \varphi_{i_1 \cdots i_{n-m}} = \sum_{i=0}^{k} v_i \varphi \tag{9}$$

对式(9) 求导得

$$\dot{V} = \sum_{i_1=0}^{k_1} \cdots \sum_{i_{n-m}=0}^{k_{n-m}} v_{i_1 \cdots i_{n-m}} \dot{\varphi}_{i_1 \cdots i_{n-m}} = \sum_{i=0}^{k} v_i \dot{\varphi}_i \tag{10}$$

将式(8) 代入式(10) 可得

$$\dot{V} = \sum_{i_1=0}^{k_1} \cdots \sum_{i_{n-m}=0}^{k_{n-m}} \omega_{i_1 \cdots i_{n-m}} I_{i_1 \cdots i_{n-m}} = \sum_{i=0}^{k} \omega I_i \tag{11}$$

为采用 Perceptron 学习算法(1) 和(2) 求得 ω，以 I_i 作为 Perceptron 的输入，ω 为对应于

I_i 的权值, 建立 Perceptron 模型, 则得如下递归算法

$$y(t) = f\left(\sum_{i=1}^{k+1} \omega I_i\right) \tag{12}$$

$$\omega(t+1) = \omega(t) + \eta(\mathring{V}_d - y(t)) I_i \tag{13}$$

式中 $\mathring{V}_d$ 为 Perceptron 的期望输出.

在学习训练中, 任选满足式(3) 的状态变量 X 构成样本(I_i $\mathring{V}_d$), 其中 $\mathring{V}_d = -1 < 0$, 则由 Perceptron 收敛定理可知, 若式(3) 是稳定的, 则式(12) 和(13) 必使 $\omega(t)$ 收敛于某一稳定值 ω[4]. 于是由式(11) 便可求得切换阵 C, 保证滑动模态方程(8) 是全局渐近稳定的, 并具有良好的动态特性.

3.3　控制器设计

由前所述, 滑模控制实质是构造控制器, 使系统状态轨线趋于滑动模态区, 并终止到达止点, 所以必须保证下式成立

$$\lim_{s_i \to 0} s_i \mathring{s}_i \leq 0 \tag{14}$$

于是滑模控制具有如下形式[1,2]

$$u_i(X) = \begin{cases} u_i^+(X), & S_i(X) > 0 \\ u_i^-(X), & S_i(X) < 0 \end{cases} \tag{15}$$

为了用 Perceptron 确定适当的 $u_i^+(X)$ 和 $u_i^-(X)$, 把式(4) 改写成如下形式

$$s_i(X) = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}, \quad i = 1, \cdots, m \tag{16}$$

并由 x_{ij} 作为 Perceptron 的输入, c_{ij} 作为相应的权值构造 Perceptron 模型如下

$$y_i = f\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}\right), \quad i = 1, \cdots, m \tag{17}$$

式中 f 采用 Sigmoid 函数 $f(\sigma) = (1 - \exp(-\sigma)) / (1 + \exp(-\sigma))$.

则滑模控制器 $u_i(X)$ 设计如下

$$u_i(X) = -f\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}\right), \quad i = 1, \cdots, m \tag{18}$$

4　车削系统应用

4.1　系统模型

车削自适应控制系统中通常以切削力、主轴功率, 刀尖温度等作为约束控制输出, 由于切削力与进给速度有明确的对应关系, 即反应出加工效率, 且与刀具磨损及破损有对应关系, 固本文以车削力作为约束条件, 采用 Perceptron 非线性滑模控制策略进行自适应控制系统的设计和仿真. 图 2(a) 给出了 Perceptron 积分型非线性滑模控制系统的结构图.

在图 2(a) 中, 由自适应控制器环节, 伺服系统环节, 进给环节, 切削动态过程环节和传感器反馈环节等组成, 后 4 个环节的输入输出关系分别为[5]

$$v_f = \frac{k_m}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} u_s \tag{19}$$

$$f = \frac{60}{n} v_f \tag{20}$$

图 2 Perceptron 积分型非线性滑模控制车削力系统结构图

$$F_c = a_p k_f f^p = (a_p k_f f^{p-1}) f \tag{21}$$

$$F_d = k_d F_c \tag{22}$$

4.2 控制器设计

为了便于控制器设计, 记系统的总增益为 $h = 60 k_m a_p k_f k_d / n$, 则图 2(a) 可等效成图 2(b) 的形式. 由图 2(b) 可得状态方程如下

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p x_2^{p-1} x_3 \\ x_3 \\ x_4 - 2\zeta\omega_n x_3 - \omega_n^2 x_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \tag{23}$$

对式(23) 定义切换函数如下

$$s(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + x_4 \tag{24}$$

由 $s(x) = 0$ 代入式(23) 则得滑动模态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p x_2^{p-1} x_3 \\ x_3 \\ - c_1 x_1 - (c_2 + \omega_n^2) x_2 - (c_3 + 2\zeta\omega_n) x_3 \end{bmatrix} \tag{25}$$

对式(25) 构造 Lyapunov 函数如下

$$v(x) = a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + x_3^2 \tag{26}$$

对式(26) 求导并联合式(25) 得

$$\begin{aligned} \dot{v}(x) &= 2a_1 p x_1 x_2^{p-1} x_3 + 2a_2 x_2 x_3 - 2c_1 x_1 x_3 - 2(c_2 + \omega_n^2) x_2 x_3 - 2(c_3 + 2\zeta\omega_n) x_3^2 = \\ &\quad 2a_1 p x_1^2 x_2^{p-1} x_3 - 2c_1 x_1 x_3 + 2(a_2 - c_2 - \omega_n^2) x_2 x_3 - 2(c_3 + 2\zeta\omega_n) x_3^2 \end{aligned} \tag{27}$$

为采用式(12) 和式(13) 的 Perceptron 学习算法求出 $c_i (i = 1, 2, 3)$, 对式(27) 构造 Perceptron 模型如下

$$y(t) = f\left(\sum_{i=1}^{4} \omega_i I_i\right) \tag{28}$$

式中 $\omega_1 = 2a_1 p$, $\omega_2 = -2c_1$, $\omega_3 = 2(a_2 - c_2 - \omega_n^2)$, $\omega_4 = -2(c_3 + 2\zeta\omega_n)$, $I_1 = x_1^2 x_2^{p-1} x_3$, $I_2 = x_1 x_3$, $I_3 = x_2 x_3$, $I_4 = x_3^2$.

在状态空间中取得样本$(I_i\ y_i(t))$且$y_i(t) < 0$, 则可根据式(12)和式(13)求得ω_i, 并由式(28)得c_i.

由x_i作为输入, c_i作为相应的权值, 构造 Perceptron 模型如下:

$$z(t) = f\left(\sum_{i=1}^{4} c_i x_i\right), \quad c_4 = 1 \tag{29}$$

式中, $f(\sigma) = (1 - \exp(-\sigma)) / (1 + \exp(-\sigma))$

则根据式(18)可得变结构控制器为

$$u = -hf\left(\sum_{i=1}^{4} c_i x_i\right) \tag{30}$$

4.3　仿真实验

本文用于仿真的车削系统参数为: 主轴转速 $n = 390$ r/min, 伺服系统参数: $k_m = 3136$, $\zeta = 0.39$, $\omega_n = 56$, 切削过程参数 $k_f = 1773$, $p = 0.83$, a_p 变化如图 3 所示, 测力器转换系数 $k_d = 4$.

为防止由切削力瞬间变化引起刀具的破损, 选择参考切削力 $F_r = 3000$ ($F_c = 750$). Perceptron 的学习速率 $\eta = 0.5$, $\omega_i(0) = 0$ ($i = 1, \cdots, 4$), 切削力采样和控制周期为 0.01s. 图 4 给出了Perceptron积分型非线性滑模控制车削力系统的切削力响应曲线和进给率变化曲线.

图 3　车削深度变化曲线

图 4　Perceptron 非线性滑模控制车削力系统仿真曲线

5 结束语

本文讨论的 Perceptron 非线性滑模控制系统设计过程非常简单, 具体步骤为: ① 对系统(3) 定义切换函数(4), 并建立滑动模态方程(7); ② 对滑动模态方程(7) 构造 Perceptron 函数(9), 并利用 Perceptron 学习算法(12) 和(13) 对 Lyapunov 导函数(11) 进行训练, 以求得切换阵 C; ③ 利用切换阵 C 构造 Perceptron 模型(17) 并根据此模型设计滑模控制器(16).

Perceptron 非线性滑模控制用于车削系统设计的仿真结果表明, Perceptron 非线性滑模控制车削不仅具有良好的动、静态特性, 而且具有较强的鲁棒性, 所以 Perceptron 非线性滑模控制是非线性系统综合设计的有效方法.

参 考 文 献

1 高为炳. 变结构控制理论基础. 中国科学技术出版社, 1990

2 李清泉. 自适应控制系统理论设计与应用. 科学出版社, 1990

3 焦李成. 神经网络系统理论. 西安电子科技大学出版社, 1990

4 Banks S P, Harrison R F. Can Perceptrons Find Lyapunov Functions—An Algorithmic Approach to Systems Stability. First IEE Int. Conference on Artificial Neural Network, 1989: 364～368

5 Chang Y F, Chen B S. The VSS Controller Design and Implementation for the Constant Turning Force Adaptive Control System. Int J Mach Tools Manufact, 1988, **24**(4): 373～387

PERCEPTRON BASED NONLINEAR SLIDING MODE CONTROL

LIU Yanming YANG Shuzi

(*Huazhong University of Science and Technology* 430074)

Abstract In this paper, the Lyapunov function of the nonlinear sliding mode is trained by the learning algorithm of the perceptron which has the characteristics of the linear separable classification. The switching function of the nonlinear system is obtained by this Lyapunov function and the sliding mode controller is designed also by the perceptron constructed with this switching matrix. A new systematic procedures of the nonlinear system is developed by this perceptron based nonlinear sliding mode control. The simulation of the turning system using this control strategy shows that this control strategy is much efficiency.

Key words perceptron, sliding model, switching function, sliding mode control

作者简介

刘艳明, 男, 31 岁, 副教授. 研究领域为自适应控制, 鲁棒控制, 神经网络控制, 模糊控制, 智能控制以及在数控加工、机器人、自主车等方面的应用.

杨叔子, 男, 62 岁, 教授, 博士生导师, 中科院院士. 研究领域为机械工程中的信息技术与智能技术, 包括智能制造, 柔性制造, 设备及其工作过程的计算机监视与诊断, 无损检测的新技术, 信息系统计算机, 机械振动与噪声及其控制等.