

离散型模糊系统的稳定线性监督控制设计

高卫华 谢剑英

(上海交通大学自动化所 上海 200030)

摘 要: 在对现有的 T-S 型模糊系统的稳定性结果进行分析的基础上, 研究了状态空间形式下离散型模糊系统在子空间上的线性分解, 基于该线性分解设计一线性监督控制器使模糊闭环系统稳定, 从而用简单的线性系统理论完成了对复杂非线性系统的控制. 仿真结果证明了该线性监督控制器的有效性。

关键词: T-S 型模糊系统, 模糊控制, 稳定性, 监督控制

中图分类号: TP13

文献标识码: B

1 前言

近年来, 模糊控制在工业过程和家用电器领域得到了广泛应用, 但由于缺少理论化的系统设计方法和稳定性分析方法使得模糊理论的发展受到一定限制. 目前, 对模糊系统进行稳定性分析的方法有: 描述函数法、圆判据、相平面法和稳定区间法. 随着模糊模型解析结构的研究发展, 特别是文献[1]提出了一种 Takagi-Sugeno 模糊模型(简称 T-S 模型)以后, 许多学者基于 T-S 模型对模糊系统的稳定性进行了研究, 并取得了一系列研究成果.

文献[2]用 Lyapunov 方法研究了 T-S 型模糊系统的稳定性, 得出了保证整个系统渐进稳定的充分条件, 但用该方法需要找到一个通用的正定矩阵 P 使每个模糊子系统都满足 Lyapunov 方程, 这一结论虽然令人振奋, 但由于寻找 P 阵的困难性使得该方法在实际应用中受到很大限制. 此后, 许多学者围绕着如何寻找 P 阵进行了一系列研究, 但都没有重大突破. [3]在状态空间形式下将模糊系统等效一个不确定线性系统, 进而用线性系统理论来设计控制律并给出其稳定性分析, 但该方法要求能找到不确定部分的上界, 并用具有不确定上界的线性系统来设计控制器并进行稳定性分析, 这一等效使得控制律的设计不可避免地带有保守性.

鉴于现有的模糊系统稳定化控制器设计的局限性, 本文在[3]的基础上对状态空间形式下的模糊系统进行线性分解, 进而设计一线性监督控制器使模糊闭环系统稳定.

2 状态空间形式下模糊系统的线性分解

状态空间形式下离散型模糊状态方程模型描述为

$$\begin{aligned} R^l: & \text{IF } x_1(t) \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n(t) \text{ is } F_n^l \\ & \text{THEN } x(t+1) = A_l x(t) + B u(t), \quad l = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (1)$$

其中, R^l 是第 l 条模糊规则($l = 1, 2, \dots, L$), F_j^l ($j = 1, 2, \dots, g$) 是模糊集合, $x(t) \in R^n$ 是状态变量, $u(t) \in R^m$ 是输入变量. 整个模糊系统的状态方程为

$$x(t+1) = \sum_{l=1}^L \mu_l A_l x(t) + \sum_{l=1}^L \mu_l B u(t) = A x(t) + B u(t) \quad (2)$$

其中, μ_i 是归一化隶属函数, 显然, $0 \leq \mu_i \leq 1$, 且 $\sum_{i=1}^L \mu_i = 1$.

由于(2)式的非线性形式使得控制器的设计成为突出的困难, 用[3]中的方法将(2)式的模糊系统分解成 L 个独立的子系统, 进而, 针对每个简单的子系统很容易就能设计控制器以满足期望的性能. 具体地讲, 就是将状态空间划分成 L 个子空间, 即

$$S_i = \{x \mid \mu_i(x) \geq \mu_j(x), j = 1, 2, \dots, L, i \neq j\} \quad (3)$$

S_i 的特征函数定义为

$$\eta_i = \begin{cases} 1, & x \in S_i \\ 0, & x \notin S_i \end{cases}, \sum_{i=1}^L \eta_i = 1 \quad (4)$$

这样, 在每个子空间 S_i 上, 模糊系统(2)可以表示为

$$\begin{aligned} x(t+1) &= (A_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^L \mu_i(A_i - A_l))x(t) + (B_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^L \mu_i(B_i - B_l))u(t) \\ &= (A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t) \end{aligned} \quad (5)$$

可见, 模糊系统(2)在每个子空间上可以等效成一线性不确定系统, 其中, 确定部分就是该子空间上的局部状态方程模型, 而不确定部分则是其它子空间上的子系统的影响造成的. 若模糊规则的前件隶属函数间没有重叠, 即每一时刻只有一条规则被激活, 那么, 模糊系统就能完全分解成线性系统. 但这只是一种极端情况, 大多数情况下, 模糊规则间总是存在重叠, 所以, (5)式的不确定部分总是存在的. 为分析方便, 设(5)式的标称系统为

$$x(t+1) = A_i x(t) + B_i u(t) \quad (6)$$

3 模糊系统的线性监督控制

针对(5)式的不确定线性系统, 设计控制律如下:

$$u(t) = u_f(t) + u_s(t) \quad (7)$$

其中, $u_f(t)$ 是针对(6)式的标称线性系统设计的状态反馈控制律, 其为

$$u_f(t) = -K_f x(t) \quad (8)$$

$u_s(t)$ 为监督控制部分, 它的作用是抵消掉(5)式的不确定部分的影响, 使闭环系统的性能满足期望的指标. 为简单计, 设监督控制为

$$u_s(t) = K_s x(t) \quad (9)$$

将(7)、(8)、(9)式代入(5)式, 得到闭环系统的状态方程为

$$x(t+1) = [A_i - B_i K_f + \Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t)]x(t) \quad (10)$$

选取李亚普诺夫函数为

$$V = x^T(t)P x(t) \quad (11)$$

其中

$$P = \sum_{i=1}^L \eta_i P_i \quad (12)$$

η_i 如(4)式所示. 显然, (11)式是由分段光滑的李亚普诺夫函数组成的, 其为

$$V = \sum_{i=1}^L \eta_i (x^T(t)P_i x(t)) = \sum_{i=1}^L \eta_i V_i \quad (13)$$

其中, V_i 是针对每个子空间的李亚普诺夫函数, 这样, 整个系统的稳定性就由各个子空间上的不确定线性系统的稳定性决定, 即由 ΔV_i 是否小于 0 来决定. 假设在每个子空间上有下式成立

$$(A_i - B_i K_f)^T P_i (A_i - B_i K_f) - P_i = -Q_i \quad (14)$$

则

$$\begin{aligned} \Delta V_i &= x^T(t+1)P_i x(t+1) - x^T(t)P_i x(t) = x^T(t)[(A_i - B_i K_f + \Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t))^T P_i \cdot (A_i - B_i K_f + \Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t)) - P_i]x(t) \\ &= x^T(t)[A_i - B_i K_f]^T P_i (A_i - B_i K_f) - P_i]x(t) + x^T(t)[(\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t))^T P_i (\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t)) \\ &\quad + (A_i - B_i K_f)^T P_i (\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t)) + (\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t))^T \\ &\quad + (\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t))^T + (\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t))^T P_i (A_i - B_i K_f)]x(t) \\ &= -x^T(t)Q_i x(t) + x^T(t)[(\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t))^T P_i (\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t)) \\ &\quad + (A_i - B_i K_f)^T P_i (\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t)) + (\Delta A_i - \Delta B_i K_f + (B_i + \Delta B_i)K_s(t))^T P_i (A_i - B_i K_f)]x(t) \end{aligned}$$

由上式可知, 若要 $\Delta V_i < 0$, 只需满足

$$(B_i + \Delta B_i)K_s(t) = -(\Delta A_i - \Delta B_i K_f) \quad (15)$$

解上式可得

$$\begin{aligned} K_s(t) &= -[(B_i + \Delta B_i)^T (B_i + \Delta B_i)]^{-1} (B_i + \Delta B_i)^T (\Delta A_i - \Delta B_i K_f) \\ &= -(B^T B^{-1} B)^T (\Delta A_i - \Delta B_i K_f) \end{aligned} \quad (16)$$

从而得到监督控制律为

$$u_s(t) = K_s x(t) = -(B^T B)^{-1} B^T (\Delta A_i + \Delta B_i K_f) x(t) \quad (17)$$

在上式的监督控制和(8)式的状态反馈控制作用下使得 $\Delta V_i < 0$, 从而有 $\Delta V < 0$ 成立, 因此模糊闭环系统稳定.

4 仿真结果

考虑模糊系统如下:

$$\text{Rule 1: IF } y(t) \text{ is } F_1 \text{ THEN } x(t+1) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad y_1(t) = C_1 x(t)$$

$$\text{Rule 2: IF } y(t) \text{ is } F_2 \text{ THEN } x(t+1) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad y_2(t) = C_2 x(t)$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 1 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.632 \end{bmatrix}, \quad C_1 = [0 \quad 1]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.8 \\ 1 & 0.9 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad C_2 = [0 \quad 1]$$

F_1 和 F_2 的隶属函数如下:

$$\mu_1[y(t)] = 1 - 1/(1 + \exp\{-2[y(t) - 0.3]\})$$

$$\mu_2[y(t)] = 1/(1 + \exp\{-2[y(t) - 0.3]\})$$

选择闭环的期望特征值为[0.1, 0.1], 两个子系统的状态反馈控制律分别为

$$K_{f1} = [1.6614 \quad -0.1582]$$

$$K_{f2} = [2.0250 \quad 1.4000]$$

在初始条件 $x(0) = [0.5 \quad 0.5]$ 时, 没有监督控制和有监督控制时的输出响应曲线如图 1、图 2

所示.

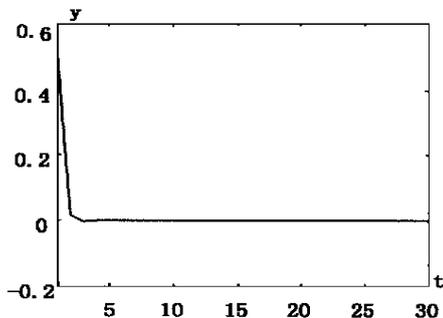


图1 无监督控制时的输出响应曲线

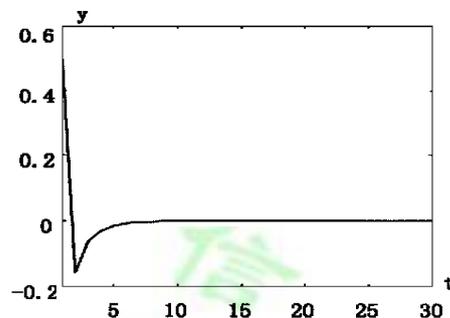


图2 有监督控制时的输出响应曲线

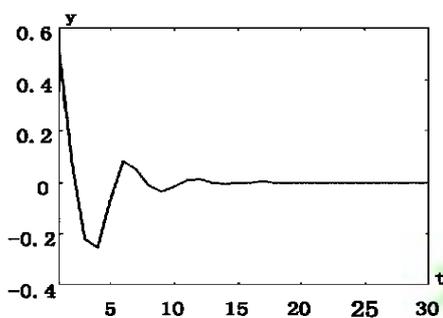


图3 有监督控制时的输出响应曲线

从图中可以看出,加上监督控制后的响应曲线显然优于未加监督控制的响应曲线.当期望的闭环特征值增大到一定程度时,只用状态反馈控制已不能使系统稳定,而加上监督控制后仍能很好地控制系统,当闭环特征值选为 $[0.9 \ 0.9]$ 时两个子系统的状态反馈控制律为:

$$K_{f1} = [7.9905 \ -2.6899]$$

$$K_{f2} = [4.0250 \ -1.8000]$$

此时的监督控制输出响应曲线如图3所示.

可见,当选择的期望特征值很大时,本文的线性

监督控制器仍能对系统进行有效控制.

5 结论

本文将模糊系统在每一个子空间上等效成不确定线性系统,用状态反馈控制和监督控制使子空间上的系统稳定,从而使整个闭环模糊系统稳定.由于控制器的设计是在线性系统理论的基础上进行的,这就使得用简单的线性系统理论对复杂非线性系统的控制成为可能,为非线性系统的控制问题提供了新的思路.

参 考 文 献

- 1 T Takagi, M Sugeno. Fuzzy Identification of Systems and its Application to Modeling and Control. IEEE Trans SMC, 1985, 15(1): 116~ 132
- 2 K Tanaka, M Sugeno. Stability Analysis and Design of Fuzzy Control System. Fuzzy set and systems, 1992, 45: 135~ 156
- 3 S G Cao, N W Rees, G Feng. Analysis and Design for a Class of Complex Control Systems Part II: fuzzy controller design. Automatica, 1997, 33(6): 1029~ 1039
- 4 S G Cao, N W Rees, G Feng. Stability Analysis of Fuzzy Control Systems. IEEE Trans. S. M. C., 1996, 26(1): 201~ 204

(下转第 339 页)