

对角优势的可实现性*

聂为清

(华中工学院)

〔摘要〕 本文根据多变量控制系统设计的逆乃氏阵列 (INA) 法, 讨论了用常数阵对多变量控制系统传递函数阵实现对角优势的问题, 并给出了相应的判据, 最后还给出了一种用一阶动态阵实现对角优势的算法。

一 问题的提出

目前, 多变量控制系统设计比较成熟的方法之一是 INA 法^[1], INA 法的关键在于对控制对象的传递函数阵之逆实现对角优势, 为了使实现对角优势所用的预补偿器简单且物理可实现, 常常采用常数阵作预补偿器。现在已有很多方法讨论用常数阵来实现对角优势问题, 例如, “伪对角化法”等^[2,3]。但是, 这些方法所找出的常数阵并不能保证使控制对象的传递函数阵之逆对角优势化了, 况且, 如果控制对象的传函阵之逆本身就不可用常数阵实现对角优势时, 这些工作是徒劳的。因此, 很有必要研究传函阵之逆在什么条件下可以用常数阵实现对角优势。另外, 在不能用常数阵实现对角优势时, 讨论用动态阵实现对角优势也是必要的。

基于此, 本文提出了用常数阵实现对角优势的判据, 给出了一种用一阶动态阵实现对角优势的算法。

二 利用常数阵实现 对角优势的判据

设多变量系统的控制对象传递函数阵为 $G(s)$, 这里我们只讨论方阵的情形。INA 法的关键就在于寻找一个常数阵 K , 使得,

$$\widehat{Q}(i\omega) = \widehat{K} \widehat{G}(i\omega) \quad (1)$$

为对角优势。

式中 $G(i\omega)$ 、 K 均为 $n \times n$ 阶方阵, “ \wedge ” 表示求逆。

将 \widehat{K} 、 $\widehat{G}(i\omega)$ 分别划分为:

$$\widehat{K} = [K_1^T K_2^T \cdots K_n^T]^T \quad \widehat{G}(i\omega) = [g_1 g_2 \cdots g_n] \quad (2)$$

式中, K_1, K_2, \dots, K_n 均为行向量且是常数, 而 g_1, g_2, \dots, g_n 均为列向量且是 $i\omega$ 的函数; “ T ” 表示转置。

将 (2) 式代入 (1) 式有:

$$\widehat{Q}(i\omega) = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_n \end{bmatrix} [g_1 g_2 \cdots g_n] = \begin{bmatrix} K_1 g_1 & K_1 g_2 & \cdots & K_1 g_n \\ K_2 g_1 & K_2 g_2 & \cdots & K_2 g_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_n g_1 & K_n g_2 & \cdots & K_n g_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

由 (3) 式可以看出,

$$|q_{ii}| = |K_i g_i|, \quad \Sigma' |q_{ij}| = \Sigma' |K_i g_j| \quad (4)$$

式中, q_{li} 是 $\widehat{Q}(i\omega)$ 的第 k 行第 l 列元素, 它是 $i\omega$ 的函数, $\Sigma' = \sum_{i=1, i \neq j}^n$ 。“1.1” 表示取模。

因为

$$(\Sigma' |q_{ij}|)^2 \geq \Sigma' |q_{ij}|^2$$

所以在下式

$$|q_{ii}|^2 - \Sigma' |q_{ij}|^2 \leq 0 \quad (5)$$

成立时, 下式也成立

$$|q_{ii}|^2 - (\Sigma' |q_{ij}|)^2 \leq 0 \quad (5a)$$

从而,

$$|q_{ii}| - \Sigma' |q_{ij}| \leq 0 \quad (5b)$$

(5)、(5a)、(5b) 三式说明, 在 (5) 式成

* 收到本文的时间是1983年3月22日。

立时, 一定不能用常数阵实现对角优势。

令:

$$J_i = |q_{ii}|^2 - \Sigma' |q_{ii}|^2 \quad (6)$$

由(4)式可得^(4,5):

$$\begin{aligned} J_i &= |K_i g_i|^2 - \Sigma' |K_i g_i|^2 \\ &= (K_i g_i)(\overline{K_i g_i})^T - \Sigma' (K_i g_i)(\overline{K_i g_i})^T \\ &= K_i g_i \overline{g_i}^T K_i^T - \Sigma' K_i g_i \overline{g_i}^T K_i^T \\ &= K_i \{ \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \} K_i^T - \\ &\quad - K_i \{ \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \} K_i^T \\ &= K_i \{ \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] - \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \} K_i^T \\ &= K_i B_i K_i^T \quad (7) \end{aligned}$$

$$B_i = \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] - \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \quad (8)$$

由此表达式可以看出, B_i 是一个对称的实矩阵,

由前面的叙述及(7)式可得如下结论:

结论 1: 如果 B_i 为负定或负半定阵, 则

$\hat{Q}(i\omega)$ 的第 i 行用常数阵不能实现行对角优势。

考虑 $\hat{Q}(i\omega)$ 的全部 n 行, 可得如下结论:

结论 2: 如果至少有一个 B_i 为负(或正)定

或负(或正)半定阵, 则 $\hat{G}(s)$ 在 $s=i\omega$ 处不能用常数阵实现行对角优势。

结论 2 对于 B_i 为负定或负半定阵的情况由结论 1 及全体考虑很容易证明。下面来证明 B_i 为正(半)定的情况。

因为

$$\begin{aligned} B_i &= \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] - \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \\ &= \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] - \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \\ &\quad - \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \quad (9) \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned} B_k &= \text{Re}[g_k \overline{g_k}^T] - \sum_{i=1, i \neq k}^n \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \\ &= \text{Re}[g_k \overline{g_k}^T] - \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \\ &\quad - \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \quad (10) \end{aligned}$$

式中, $\Sigma' = \sum_{i=1, i \neq k, i \neq k}^n$

将(9)式与(10)式相加:

$$B_i + B_k = -2\Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] \quad (11)$$

很容易证明 $\text{Re}[g_i \overline{g_i}^T]$ 是正半定阵, 而正半定阵之和至少为正半定阵, 所以由(11)式看出, B_k 在 B_i 为正(半)定阵时必为负(半)定阵, 即如果有一个 B_i 为正(半)定阵, 则必有一个 B_k 为负(半)定阵。事实上, 由(11)式知, 此时 $B_k (k=1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, n)$ 均为负(半)定阵, 故不能用常数阵实现对角优势。结论 2 得证。

但是, 是否所有的 $B_i (i=1, 2, \dots, n)$ 均为不定阵时就能用常数阵实现对角优势呢? 回答是否定的, 这很容易从(7)式的二次型及(5)式看出。

下面来讨论用常数阵实现对角优势的判据。令

$$N_i = |q_{ii}|^2 - (\Sigma' |q_{ii}|)^2 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} &= |q_{ii}|^2 - [\Sigma' |q_{ii}|^2 + \\ &\quad + \sum_{k=1, k \neq i}^n \Sigma' |q_{ik}| |q_{ii}|] \quad (12a) \end{aligned}$$

式中 $\Sigma' = \sum_{j=1, j \neq i}^n$, $\Sigma' = \sum_{k=1, k \neq i}^n$,

$$\Sigma' = \sum_{i=1, i \neq k, i \neq k}^n$$

由于

$$\begin{aligned} \Sigma' \sum_{i \neq k} |q_{ik}| |q_{ii}| &= \frac{1}{2} \Sigma' \sum_{i \neq k} (|q_{ik}| + \\ &\quad + |q_{ii}|)^2 - \frac{1}{2} \Sigma' \sum_{i \neq k} (|q_{ik}|^2 + |q_{ii}|^2) \\ &= \frac{1}{2} \Sigma' \sum_{i \neq k} (|q_{ik}| + |q_{ii}|)^2 \\ &\quad - (n-2) \Sigma' |q_{ii}|^2 \quad (13) \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned} |q_{ik}|^2 + |q_{ii}|^2 &\leq (|q_{ik}| + |q_{ii}|)^2 \leq \\ &2(|q_{ik}|^2 + |q_{ii}|^2) \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \Sigma' \sum_{i \neq k} (|q_{ik}|^2 + |q_{ii}|^2) \\ &\leq \frac{1}{2} \Sigma' \sum_{i \neq k} (|q_{ik}| + |q_{ii}|)^2 \\ &\leq \frac{1}{2} \Sigma' \sum_{i \neq k} 2(|q_{ik}|^2 + |q_{ii}|^2) \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} (n-2) \Sigma' |q_{ii}|^2 &\leq \frac{1}{2} \Sigma' \sum_{i \neq k} (|q_{ik}| + \\ &\quad + |q_{ii}|)^2 \leq 2(n-2) \Sigma' |q_{ii}|^2 \end{aligned}$$

由上式很明显地可以看出, 可以找到一个 λ_{i0} , $1 \leq \lambda_{i0} \leq 2$, 使得:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \Sigma' \Sigma' (|q_{i,k}| + |q_{i,i}|)^2 \\ & = \lambda_{i_0} (n-2) \Sigma' |q_{i,i}|^2 \end{aligned} \quad (14)$$

此 λ_{i_0} 是与 K_i 有关的。

将式(14)代入式(13)得:

$$\begin{aligned} & \Sigma' \Sigma' |q_{i,k}| |q_{i,i}| \\ & = (\lambda_{i_0} - 1) (n-2) \Sigma' |q_{i,i}|^2 \end{aligned}$$

再将上式代入式(12a)得:

$$\begin{aligned} N_i & = |q_{i,i}|^2 - \Sigma' |q_{i,i}|^2 - (\lambda_{i_0} - 1) (n-2) \Sigma' |q_{i,i}|^2 \\ & = K_i B_i K_i^T - K_i \{ (\lambda_{i_0} - 1) (n-2) \Sigma' \text{Re}[g_i \bar{g}_i^T] \} K_i^T \\ & = K_i R_i K_i^T \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $R_i = B_i - (\lambda_{i_0} - 1) (n-2) \Sigma' \text{Re}[g_i \bar{g}_i^T]$ 为一对称的实方阵。

根据(12)式, 如果 $N_i > 0$, 则 $\hat{Q}(i\omega)$ 的第 i 行一定是对角优势的了, 否则就不是对角优势的。

于是由(15)式和结论2及其推导可以得出如下的用常数阵实现对角优势的判据:

结论3: 控制对象的传递函数阵之逆 $\hat{G}(s)$ 在 $s = i\omega$ 点上可以用常数阵实现行对角优势, 当且仅当所有的

$$R_i = B_i - (\lambda_{i_0} - 1) (n-2) \Sigma' \text{Re}[g_i \bar{g}_i^T] \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

均为不定矩阵。

至此, 我们推导出了用常数阵实现对角优势的判据, 实用还有一定的困难, 因为其中有一个与 K_i 有关的 λ_{i_0} 。但是用结论2就比较方便了, 因为 B_i 只依赖于已知的 $\hat{G}(i\omega)$ 。这种用常数阵实现对角优势的判据有待于进一步探讨, 以便得出更实用的结论。

上面的讨论都是对于单一的频率进行的, 要判断某一频率范围内是否均可用常数阵实现对角优势就相当繁琐。下面讨论积分形式的判据。

INA法中, 如果控制对象的传函阵之逆在某一频率范围内实现了对角优势, 则可以按单变量系统的设计方法进行设计, 所以我们讨论

某一频率范围内用常数阵实现对角优势的情况。显然当

$$|q_{i,i}(i\omega_k)| - \Sigma' |q_{i,j}(i\omega_k)| > 0 \quad (k = 0, 1, \dots, n) \quad (16)$$

成立时, 下式

$$\int_{\omega_0}^{\omega_n} |q_{i,i}(i\omega)| d\omega - \int_{\omega_0}^{\omega_n} \Sigma' |q_{i,j}(i\omega)| d\omega > 0 \quad (17)$$

也成立。由于 $|q_{i,k}(i\omega)|$ 是 ω 的连续函数, 所以在(17)式成立时, (16)式也至少在 $[\omega_0, \omega_n]$ 内某一频段上成立。

类似于前面的推导有:

$$\begin{aligned} B_{i,\Sigma} & = \int_{\omega_0}^{\omega_n} B_i d\omega = \int_{\omega_0}^{\omega_n} \text{Re}[g_i \bar{g}_i^T] d\omega - \int_{\omega_0}^{\omega_n} \Sigma' \text{Re}[g_i \bar{g}_i^T] d\omega \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} R_{i,\Sigma} & = \int_{\omega_0}^{\omega_n} R_i d\omega = B_{i,\Sigma} - (\lambda_{i_0} - 1) (n-2) \int_{\omega_0}^{\omega_n} \Sigma' \text{Re}[g_i \bar{g}_i^T] d\omega \end{aligned} \quad (19)$$

式中, 积分表示对矩阵的每个元素积分。

由(18)、(19)式和结论2及结论3, 可以得出如下的相仿的结论:

结论2a: 如果至少有一个 $B_{i,\Sigma}$ 为负(或正)定或负(或正)半定阵, 则 $\hat{G}(s)$ 在 $s = j\omega, \omega \in [\omega_0, \omega_n]$ 上不能用常数阵实现对角优势。

结论3a: 当所有的 $R_{i,\Sigma} (i = 1, 2, \dots, n)$ 均为不定阵时, $\hat{G}(s)$ 在 $s = j\omega, \omega \in [\omega_0, \omega_n]$ 内某一频段上一定可用常数阵实现对角优势。

三 利用一阶动态阵实现对角优势

在常数阵不能实现对角优势时, 我们只有寻求动态阵来实现对角优势, 而最简单的动态阵就是一阶的, 因此我们讨论用一阶动态阵实现对角优势, 并给出求一阶动态阵的方法。

形如

$$\hat{K}(s) = \hat{K}_0 + s\hat{K}_1 \quad (20)$$

的 s 之函数矩阵, 称为一阶动态阵。式中, \hat{K}_0 、 \hat{K}_1 均为常数方阵。

同常数阵的情况, 将(20)式的 $\widehat{K}(s)$ 分解成如下的形式:

$$\widehat{K}(s) = \begin{bmatrix} K_1^0 \\ K_2^0 \\ \vdots \\ K_n^0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} K_1^1 \\ K_2^1 \\ \vdots \\ K_n^1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

又

$$\widehat{Q}(i\omega) = \widehat{K}(i\omega) \widehat{G}(i\omega) = (\widehat{K}_0 + i\omega \widehat{K}_1) \widehat{G}(i\omega) \quad (22)$$

于是, 由(22)式, 类似于(3)、(4)式可得:

$$\begin{aligned} |q_{k,i}| &= |i\omega K_i^1 g_i + K_i^0 g_i| \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ |q_{k,i}|^2 &= (i\omega K_i^1 g_i + K_i^0 g_i)(i\omega K_i^1 g_i + K_i^0 g_i)^T \\ &= (i\omega K_i^1 g_i + K_i^0 g_i) \\ &\quad (-i\omega K_i^1 \overline{g_i} + K_i^0 \overline{g_i})^T \\ &= \omega^2 K_i^1 g_i \overline{g_i}^T K_i^1 T + K_i^0 g_i \overline{g_i}^T K_i^0 T + \\ &\quad + i\omega K_i^1 g_i \overline{g_i}^T K_i^0 T - \\ &\quad - i\omega K_i^0 g_i \overline{g_i}^T K_i^1 T \\ &= \omega^2 K_i^1 g_i \overline{g_i}^T K_i^1 T + K_i^0 g_i \overline{g_i}^T K_i^0 T + \\ &\quad + i\omega K_i^1 [g_i \overline{g_i}^T - \overline{g_i} g_i^T] K_i^0 T \\ &= \omega^2 K_i^1 \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] K_i^1 T + \\ &\quad + K_i^0 g_i \overline{g_i}^T K_i^0 T - \\ &\quad - 2\omega K_i^1 \text{Im}[g_i \overline{g_i}^T] K_i^0 T \quad (23) \end{aligned}$$

上面推导中, 因为 $\overline{g_i g_i^T} = g_i \overline{g_i}^T$, 所以 $\overline{g_i g_i}^T$ 是 $g_i \overline{g_i}^T$ 的共轭, 于是 $g_i \overline{g_i}^T - \overline{g_i} g_i^T$ 是纯虚数矩阵。

由(6)式及(23)式可得:

$$\begin{aligned} J_k &= |q_{k,k}|^2 - \Sigma' |q_{k,i}|^2 \\ &= \omega^2 K_1^1 B_k K_1^1 T + K_1^0 B_k K_1^0 T + \\ &\quad + 2\omega K_1^0 C_k K_1^1 T \quad (24) \end{aligned}$$

式中, $\Sigma' = \sum_{i=1, i \neq k}^n$

$B_k = \text{Re}[g_k \overline{g_k}^T] - \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T]$ 为对称实矩阵。

$C_k = \text{Im}[g_k \overline{g_k}^T] - \Sigma' \text{Im}[g_i \overline{g_i}^T]$ 为反对称实矩阵。

类似于常数阵时(15)式的推导可得:

$$N_k = |q_{k,k}|^2 - (\Sigma' |q_{k,i}|)^2$$

$$\begin{aligned} &= \omega^2 K_1^1 B_k K_1^1 T + K_1^0 B_k K_1^0 T + \\ &\quad + 2\omega K_1^0 C_k K_1^1 T - (\lambda_{i_0}^1 - 1)(n - \\ &\quad - 2) \{ K_1^0 \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] K_1^0 T - \\ &\quad - \omega K_1^1 \Sigma' \text{Im}[g_i \overline{g_i}^T] K_1^1 T + \\ &\quad + K_1^0 \omega \Sigma' \text{Im}[g_i \overline{g_i}^T] K_1^1 T + \\ &\quad + \omega^2 K_1^1 \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] K_1^1 T \} \quad (25) \end{aligned}$$

式中, $1 \leq \lambda_{i_0}^1 \leq 2$ 依赖于 $\widehat{K}(s)$ 。

为了使算法实用, 在(25)式中取 $\lambda_{i_0}^1 = 2$, 同时考虑到在某一频段 $[\omega_0, \omega_n]$ 上实现对角优势, 令积分指标如下:

$$\begin{aligned} J_{Nk\Sigma} &= \int_{\omega_0}^{\omega_n} |q_{k,k}|^2 d\omega - (n-1) \times \\ &\quad \times \int_{\omega_0}^{\omega_n} \Sigma' |q_{k,i}|^2 d\omega \\ &= K_1^1 \left[\int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega^2 B_k d\omega \right] K_1^1 T + \\ &\quad + K_1^0 \left[\int_{\omega_0}^{\omega_n} B_k d\omega \right] K_1^0 T + \\ &\quad + 2K_1^0 \left[\int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega C_k d\omega \right] K_1^1 T - (n - \\ &\quad - 2) \{ K_1^0 \left[\int_{\omega_0}^{\omega_n} \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] d\omega \right] K_1^0 T - \\ &\quad - K_1^1 \left[\int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega \Sigma' \text{Im}[g_i \overline{g_i}^T] d\omega \right] K_1^0 T + \\ &\quad + K_1^0 \left[\int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega \Sigma' \text{Im}[g_i \overline{g_i}^T] d\omega \right] K_1^1 T + \\ &\quad + K_1^1 \left[\int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega^2 \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] d\omega \right] K_1^1 T \} \quad (26) \end{aligned}$$

通过变换可得:

$$J_{Nk\Sigma} = X_k^1 A_{k\Sigma} X_k^1 T \quad (27)$$

$$\text{式中 } X_k^1 = [K_k^0 \quad K_k^1] \quad (28)$$

$$\begin{aligned} A_{k\Sigma} &= \begin{bmatrix} \int_{\omega_0}^{\omega_n} B_k d\omega & \int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega C_k d\omega \\ - \int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega C_k d\omega & \int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega^2 B_k d\omega \end{bmatrix} - (n - \\ &\quad - 2) \begin{bmatrix} \int_{\omega_0}^{\omega_n} \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] d\omega \\ - \int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega \Sigma' \text{Im}[g_i \overline{g_i}^T] d\omega \\ \int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega \Sigma' \text{Im}[g_i \overline{g_i}^T] d\omega \\ \int_{\omega_0}^{\omega_n} \omega^2 \Sigma' \text{Re}[g_i \overline{g_i}^T] d\omega \end{bmatrix} \end{aligned}$$

至此便可将求 K_k^0, K_k^1 的问题综述如下。

目标函数为

$$M_{m, \Sigma} J_{Nk\Sigma} = X_k^1 A_{k\Sigma} X_k^{1T} \quad (29)$$

约束条件为

$$X_k^1 X_k^{1T} = 1 \quad (30)$$

引入拉格朗日乘子 ξ_k 。令

$$\phi_k = X_k^1 A_{k\Sigma} X_k^{1T} + \xi_k (1 - X_k^1 X_k^{1T}) \quad (31)$$

取 ϕ_k 对 X_k^{1T}, ξ_k 的偏导数^[5]并令它们等于零有:

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial X_k^{1T}} = 2A_{k\Sigma} X_k^{1T} - 2\xi_k X_k^{1T} = 0$$

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial \xi_k} = 1 - X_k^1 X_k^{1T} = 0$$

于是有

$$A_{k\Sigma} X_k^{1T} = \xi_k X_k^{1T} \quad (32a)$$

$$X_k^1 X_k^{1T} = 1 \quad (32b)$$

解 (32a)、(32b) 式的特征值/特征向量问题, 便可求出 X_k^{1T} , 从而由 (28) 式便可求出 K_k^0, K_k^1 。

但是, $A_{k\Sigma}$ 是 $2n \times 2n$ 阵, 有 $2n$ 个特征值, 到底取哪一个特征值来计算特征向量 X_k^{1T} 呢?

考虑要求的最优指标:

$$\begin{aligned} \widehat{J}_{Nk\Sigma} &= X_k^1 A_{k\Sigma} X_k^{1T} \\ &= X_k^1 \xi_k X_k^{1T} = \xi_k \end{aligned} \quad (33)$$

(上接38页)

记

$$\widetilde{p}(s) \triangleq p(s) \overline{p}_0(s),$$

则抗干扰的跟踪系统, 由被跟踪信号 y_0 及干扰 v 到跟踪误差 e 的传递函数阵为

$$\begin{bmatrix} \overline{w}_1(s) & \overline{w}_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\widetilde{x}(s) \widetilde{p}(s)}{\widetilde{x}(s) \widetilde{p}(s) + y(s)r(s)} \\ - \frac{\widetilde{x}(s) \overline{p}_0(s) r(s)}{\widetilde{x}(s) \widetilde{p}(s) + y(s)r(s)} \end{bmatrix}.$$

所以, 抗干扰的跟踪系统的控制器设计问题又变成求多项式方程

由于我们希望指标最大, 所以应取 $A_{k\Sigma}$ 的最大的特征值 $\xi_{k, \max}$ 代入 (32a) 式求 X_k^1 。

令 k 从 1 到 n 取值逐步按 (32) 式计算, 便可以求出式 (20) 所示的一阶动态阵。

很明显, 如果 $\xi_{k, \max} > 0 (k=1, 2, \dots, n)$, 则此法所求得的 $\widehat{K}(s)$ 在一定的频段上一定使 $\widehat{G}(s)$ 对角优势化了。

华中工学院孙扬声副教授和中国科技大学鲍远律老师对本文提出了很多好的建议, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Rosenbrock, H.H., Computer-aided Control System Design, ACADEMIC PRESS INC., 1974.
- [2] Hawkins, D.J., 'Pseudodiagonalisation' and the Inverse-Nyquist-Array Method, Proc. IEE, Vol.119(1972), No.3, pp337~342.
- [3] Johnson, M.A., Diagonal Dominance and the Method of Pseudodiagonalisation Proc. IEE, Vol.126(1979), No.10, pp.1011~1017.
- [4] 张远达, 线性代数原理, 上海教育出版社, 上海, 1980年8月。
- [5] CS'AKI, F., State-space Methods for Control Systems, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1977.

$$\widetilde{x}(s) \widetilde{p}(s) + y(s)r(s) = \widetilde{p}(s)g(s) \quad (3.17)$$

的极小阶解的问题。由于 $p(s)$ 与 $r(s)$ 互质, $r(s)$ 与 $p_{02}(s)$ 互质, $r(s)$ 与 $p_{01}(s)$ 互质, 所以 $r(s)$ 与 $\widetilde{p}(s)$ 互质, 即方程 (3.17) 的极小阶解

唯一存在。对给定的稳定多项式 $\widetilde{p}(s)$ 与 $g(s)$

$$\begin{aligned} \partial(\widetilde{p}(s)) &= \partial(p(s)) + \partial(\overline{p}_0(s)) = n + \delta, \\ \partial(g(s)) &= n - 1, \end{aligned}$$

由 (3.17) 的极小阶解 $(\widetilde{x}(s), y(s))$ 所确定的 $x(s)$ 与 $y(s)$ 构成的控制器是物理能实现的, 且闭环稳定, 跟踪误差 e 不受 y_0 与 v 的影响。

ABSTRACTS

Realizability of Diagonal Dominance

Nie Weiqing

In this paper, we discuss the realizability of diagonal dominance of transfer matrix using constant compensator matrix, based on the Inverse Nyquist Array (INA) design method of multivariable control system. Corresponding criteria are given. Finally, a new algorithm to realize diagonal dominance by using first-order dynamic compensator matrix is obtained. (p.1)

Some Improvements to the Algorithm of Self-tuning Regulator

Liu Xiaoji

In this paper, some improvements is given to the algorithm of self-tuning regulator. First, an approximation algorithm for self-tuning regulator is suggested. To compare with the normal algorithm, this one has following advantages, better precision, less memory space, and less computing time. A method to restrain matrix $P(t)$ in parameter estimation of a self-tuning regulator is given. The fact that the method may avoid the blow-up of the matrix $p(t)$ effectively is shown by the simulation. (p.6)

A Study of the Decoupling Temperature Control of A SO_2 Converter

Han Jianxun et al.

An essential theoretical analysis to a decoupling control system is given in this paper. And this method has been used in single- and double-correlated systems. Good results are given in a practical temperature control by using mathematical decoupling model. (p.10)

The Design and Experimental Tests of Computer

Decoupling Control Systems

Wang Shuqing Ye Nan

The coupling of controlled variables in a control system effects the stability and the behavior of the system. In this paper the temperature and the level control system of the headbox of a paper mill is described as an example. It illustrates