

谢 聂 稳 定 判 据*

蒋 卡 林

(中国科学院沈阳自动化研究所)

〔摘要〕 谢绪恺、聂义勇判据的提出^[1,2]比国外学者的同类发现^[4]要早得多。由于历史原因, 这判据过去未曾宣扬。81年本刊上的简要介绍^[3]曾引起了我国广大读者的重视和兴趣。现在, 应该者要求, 再作一次较详细的介绍。

谢聂判据, 简单地说, 就是: (A) 给多项式 $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ 或 $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ ($a_i > 0$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$) 定义一判定系数 $\alpha_i = a_i - |a_i| + 1 + a_i a_{i+1}$, (B) 多项式所表征的系统的稳定性由这判定系数 α_i 判定, 稳定的必要条件是 $\alpha_i < 1$, 充分条件是 $\alpha_i < 0.4655$ 。

一 稳定判据历史梗概

早在十九世纪中叶, 当人们研究调节器问题时就遇到了稳定性问题。是著名的物理学家 Maxwell 第一个在 1868 年提出来要探求由高阶常系数线性微分方程所描述的系统的稳定性判据。他没有解决这个问题。五年之后, Routh 部分地解决了这个问题。又过了四年, 在 1877 年 Routh 才完全地解决了这个问题, 用表格形式给出了一个稳定性判据, 就是现在赫赫有名的 Routh 判据。

大约又过了二十年, 瑞士的数学教授 Hurwitz 应斯洛伐克一位研究透平机的教授的请求, 研究稳定性问题。他在 1895 年以行列式形式给出了一个稳定性判据, 就是现在大家所熟知的 Hurwitz 判据。

上述两种判据都属于代数判据。直到 1932 年, 贝尔实验室的 Nyquist 提出另一崭新类型的判据, 它和以上两种判据不同, 是以开环幅相特性为根据来判定系统的稳定性的, 现在称为 Nyquist 判据。过了六年, 苏联 Михайлов 在 1938 年发表了现以他命名的一个判据。Nyquist 判据和 Михайлов 判据都属于频率判据。

上面四种判据是线性系统稳定性判据的典型, 应用广泛, 十分重要。但它们有一个共同的缺点: 由于都是充要条件, 形式复杂, 因而

难于看清楚系统参数对系统稳定性的影响。就是说, 知道了系统不稳定后, 究竟应该改变哪些参数才能使系统稳定呢? 依靠上述判据就很难做到。

以上所述, 实际上乃是线性系统稳定性理论在本世纪五十年代以前所取得的成就。

二 谢聂判据的奠基

1957 年, 在我国第一次力学学术讨论会上, 谢绪恺^[1]报告了多项式

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n \quad (a_i > 0, i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (2.1)$$

稳定的必要条件是

$$a_i a_{i+1} > a_{i-1} a_{i+2} \quad (i = 1, 2, \dots, n-2) \quad (2.2)$$

充分条件是

$$a_i a_{i+1} \geq 3a_{i-1} a_{i+2} \quad (i = 1, 2, \dots, n-2) \quad (2.3)$$

事后, 复旦大学将此必要条件和充分条件编进教材内, 并命名为“谢绪恺判据”。

谢绪恺判据属于另一类型的判据, 与已有判据相比, 各有优劣。但它把必要条件与充分条件分开, 形式简单, 应用方便。更主要的是, 它实际上等于把一个高阶系统的稳定性问题分解为若干个低阶系统的稳定性问题, 因而比较容易确定系统参数对稳定性的影响, 找出系统稳定或者不稳定的原因。此外, 利用必要

条件可先对系统作初步判定。若必要条件不能满足,自然用不着再进行下一步的判定了,这往往会避免掉复杂的计算。

稍后,秦元勋、刘永清、韩京清等对上述结果作了补充,他们将充分条件压缩成

$$a_i a_{i+1} \geq \xi(n) a_{i-1} a_{i+2} \quad (i=1, 2, \dots, n-2) \quad (2.4)$$

其中 $\xi(n)$ 是一个与系统阶数 n 有关的常数。他们得到 $\xi(n)$ 的一系列值为

$$\begin{aligned} \xi(3) &= 1, \xi(4) = 2, \xi(5) = 2.12, \\ \xi(6) &= 2.12, \dots \end{aligned} \quad (2.5)$$

在此基础上,聂义勇更进一步改进了谢绪恺得到的结果。

(附注) 充分条件(2.3)的证明见文献[2][6],必要条件(2.2)的证明见文献[6]。这必要条件的证明依靠数学归纳法并依靠下面一个引理:

引理: 若 $a_1 > 0$ 且 $a_i/a_{i-1} > a_{i+2}/a_{i+1}$ ($i=1, 2, \dots, n-2$), 则对任何 $b > 0$ 有 $(a_{i+1} + ba_i)/(a_1 + ba_{i-1}) > (a_{i+2} + ba_{i+1})/(a_{i+1} + ba_i)$ ($i=1, 2, \dots, n-2$);
 $a_i = 0, i < 0, i > n$ 。

三 谢毅判据的完成

1962年,聂义勇发现并用归纳法证明了谢绪恺发现的必要条件已达到临界情况,其界限不能再缩小了,即有如下结果:

定理3.1 如果 n 次实系数多项式

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n, \quad (a_1 > 0, \quad i=0, 1, 2, \dots, n) \quad (3.1)$$

没有非稳定根(注:对于稳定性的判定来说,多项式的降幂排列与升幂排列是等价的),则下列不等式组成立:

$$\begin{aligned} a_1 a_2 &> a_0 a_3, a_2 a_3 > a_1 a_4, \dots \\ \dots, a_{n-2} a_{n-1} &> a_{n-3} a_n \quad (n \geq 3) \end{aligned}$$

仅当 n 为奇数且多项式(3.1)只有一个稳定根(其它根全是临界根)时,上述不等式组变成:

$$\begin{aligned} a_1 a_2 &= a_0 a_3, a_2 a_3 > a_1 a_4, \dots, a_{2k-1} a_{2k} = a_{2k-2} a_{2k+1}, \\ a_{2k} a_{2k+1} &> a_{2k-1} a_{2k+2}, \dots, \\ a_{n-2} a_{n-1} &= a_{n-3} a_n \quad (n \geq 3) \end{aligned}$$

谢绪恺发现的充分条件也是较强的,经过长时间深入研究,聂义勇在1973年获得改进结

果:

定理3.2 多项式(3.1)稳定的充分条件是 $a_{i-1} a_{i+2} \leq 0.4655 a_i a_{i+1}$, ($i=1, 2, \dots, n-2$) 其中0.4655是三次方程

$$(\beta^3/4) + \beta^2 + \beta - 2 = 0$$

唯一实根的不足近似值($0.931 < \beta < 0.932$)的一半。当 $n=5$ 时,充分条件中的等号应该去掉。

尽管定理3.1及定理3.2给出稳定多项式的很强的必要条件和充分条件,从而为实际应用带来明显的好处,但它们毕竟未给出多项式稳定的必要且充分条件。看来用一些简单的不等式直接给出多项式稳定性的充要条件这件事很难,甚至不可能做到,而构造一种算法来判定多项式稳定性却是很容易的;聂义勇在1962年完成了这项工作。

他首先引进 $n-2$ 个“判定系数”

$$\begin{aligned} c_1 &= a_0 a_3 / a_1 a_2, \dots, c_i = a_{i-1} a_{i+2} / a_i a_{i+1}, \\ \dots, c_{n-2} &= a_{n-3} a_n / a_{n-2} a_{n-1}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

若 $c_i \in (0, 1)$,则(3.2)叫作分数组;若 n 为奇数,且 $c_1 = c_3 = \dots = c_{n-2} = 1, 0 < c_2, c_4, \dots, c_{n-3} < 1$,则(3.2)叫作半分数组。将多项式(3.1)的系数用判定系数(3.2)表示,然后对它应用所谓推广Hurwitz定理^[2],得到一个稳定性与(3.1)相同但阶数低1的多项式,求此低阶多项式的 $n-3$ 个判定系数,称之为“子判定系数”。经过不太复杂的演算,得子判定系数的计算公式为:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{c_2(1-c_1c_3)}{1-c_1} = \frac{c_2(1-c_3!!!)}{1-c_1!!!} \\ \alpha_{12} &= \frac{c_3(1-c_1)}{1-c_1c_3} = \frac{c_3(1-\alpha_{11}!!!)}{1-c_3!!!} \\ \dots \\ \alpha_{1,2k-1} &= \frac{c_{2k}(1-c_{2k-1}!!!)}{1-c_{2k-1}!!!} \\ \alpha_{1,2k} &= \frac{c_{2k+1}(1-c_{2k-1}!!!)}{1-c_{2k+1}!!!} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} (1 \leq 2k-1 \leq n-3, 2 \leq 2k \leq n-3, \\ \alpha_{n-1} = \alpha_n = 0) \end{aligned}$$

可见子判定系数完全由判定系数确定,因此由

公式(3.3)又可以计算子判定系数的子判定系数(叫“二次子判定系数”),等等。这样一来,我们有:

定理3.3 多项式(3.1)稳定的必要且充分条件是它的判定系数及其各次子判定系数均构成分数组。

当某次子判定系数构成半分数组时,我们还可以进一步判断多项式是否临界^[2]。

利用判定系数和子判定系数的概念,定理3.2可说成:多项式(3.1)稳定的充分条件是其判定系数或某次子判定系数不大于0.4655。

定理3.3在理论上完成了我们命名的“谢绪恺、聂义勇判据”,它与Routh-Hurwitz判据平行,是一类用判定系数作出的代数判据。这类判据揭示了 n 次实系数多项式的稳定性由 $n-2$ 个判定系数完全确定的事实,这对于划分低阶系统的稳定性区域是颇有意义的。

如前所述,谢聂判据的实际意义在于很简单的判定系数本身已作出关于稳定性的很强的必要条件和充分条件,定理3.1及3.2给出了实际应用的足够依据。定理3.1说明判定系数小于1的必要条件已不能再缩小了。自然会问,判定系数小于0.4655的充分条件是否还能扩大?在谢绪恺获得判定系数小于1/3的充分条件之后不久,秦元勋、刘永清等人就提出*并研究过如下问题:求一个最大的数 c ,使

$$c_i < \alpha \quad (i=1,2,\dots,n-2, n \geq 3)$$

时多项式(3.1)是稳定的。他们证明这样的 α 存在,并称之为“最佳充分判据”。显然,最佳充分判据 α 随 n 的改变而变化,即 α 是 n 的函数:

$\alpha = \alpha(n)$ 。对 $n \leq 8$ 作出如下数值估计:

$$\alpha(3) = 1, \alpha(4) = 1/2 = 0.5, \alpha(5) > 1/2.15$$

$$\approx 0.465, \alpha(6) > 0.465, \alpha(7) > 1/2.51$$

$$\approx 0.3984, \alpha(8) > 1/2.8 \approx 0.357. \text{由定理3.2可知}$$

$$\alpha(5) = \beta/2 \approx 0.4655, n > 5 \text{时}, \alpha(n) \geq 0.4655.$$

另一方面,聂义勇在1973年证明了:

定理3.4 $n \geq 4$ 时,最佳充分判据 $\alpha(n) \leq 1/2$ 。

他是用反证法证明这一结果的^[2]。定理

3.2及定理3.4对最佳充分判据作了令人满意的回答,即 $n \geq 5$ 时, $0.4655 \leq c(n) \leq 0.5$ 。如果不要太高精度,我们就可以将0.4655视为5阶以上多项式的最佳充分判据。

[附注] 定理3.2至定理3.4的证明见文献(2)。在证明定理3.2之前,必须先证明下列辅助定理:

辅助定理 多项式(3.1)稳定的必要充分条件是多项式

$$H(y) = y^P - y^{P-1} + (\alpha_2!)y^{P-2} - (\alpha_2!)(\alpha_4!)y^{P-2} + \dots + (-1)^k(\alpha_2!)(\alpha_4!) \dots (\alpha_{2k-2}!)y^{P-k} + \dots + (-1)^P(\alpha_2!) \times (\alpha_4!) \dots (\alpha_{2P-2}!), \\ G(y) = y^q - (\alpha_1!)y^{q-1} + (\alpha_1!)(\alpha_3!) \times y^{q-2} - (\alpha_1!)(\alpha_3!)(\alpha_5!)y^{q-3} + \dots + (-1)^k(\alpha_1!)(\alpha_3!) \dots (\alpha_{2k-1}!)y^{q-k} + \dots + (-1)^q(\alpha_1!) \times (\alpha_3!) \dots (\alpha_{2q-1}!) \text{的根全为正实数并且它们的根交错隔开。}$$

其中 $\alpha_i (i=1,2,\dots,n-2, n \geq 5)$ 是多项式(3.1)的判定系数; P, q 是自然数,当 n 为奇数时 $P=q=(n-1)/2$,当 n 为偶数时 $P=n/2, q=P-1$ 。(辅助定理完)

为了证明这辅助定理,可令 $z=x^{-1}$,然后根据文献(5)可知 $F(z)$ 稳定的必要充分条件是 $H_1(u)$ 与 $G_1(u)$ 的根全为负实数且它们的根交错隔开。

在证明定理3.2时,应指出多项式 $G(y)$ 在区间 (y'_{2q-1}, y_0') 内变号 q 次,因而它的 q 个根都是正实数,它们由大至小依次位于区间 $(y_1', y_0'), (y_3', y_2'), \dots, (y'_{2q-1}, y'_{2q-2}), (y'_{2q+1}, y'_{2q}), \dots, (y'_{2q-1}, y'_{2q-2})$ 之上并分别记为 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q$ 。这些区间和点的分布如图1所示。在文献(2)

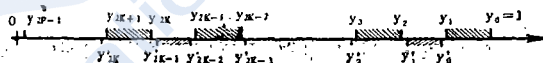


图1 与项式 $H(p)$ 有关的两套互相交错隔开的区间内设有这些说明,同时也没有把定理3.4正式地以定理的形式提出来。现在明确它是一个定理,其证明见文献(2)。

四 由判定系数作出的其它充分条件

除了上节定理3.2和定理3.4那样用单个判定系数能作出稳定的充分条件之外,相邻判定系数的简单组合也可以作出一系列充分条件。聂义勇在1973年获得下列结果^[2]:

定理4.1 设多项式(3.1)的判定系数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-2}$ 满足条件 $\sum_{i=0}^{n-2} \alpha_i \leq 1$,则多项式(3.1)没有非稳定根,并且 $n \geq 5$ 时它是稳定多项式。

定理4.2 多项式(3.1)稳定的一个充分条件是其判定系数同时满足如下不等式:

*见未发表资料:刘永清等,关于代数方程的根具有负实部的一类判据。

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i \leq 1, \sum_{i=3}^6 \alpha_i \leq 1, \dots, \\ \sum_{i=2k-1}^{2k} \alpha_i \leq 1,$$

($n \geq 5, 1 \leq 2k-1 \leq n-2, \alpha_{n-1} = \alpha_n = \dots = 0$),

定理4.3 如果多项式(3.1)的每个判定系数都小于1/2, 并且任何相邻的三个判定系数满足下述二条件之一:

- 1) $c_{i-1} + c_i + c_{i+1} \leq 1 + \alpha_{i-1}\alpha_{i+1} + (7/4)\alpha_{i-1}\alpha_{i+1};$
- 2) $c_i + c_{i-1}c_i c_{i+1} \leq 1/2 \quad (i=2, 3, \dots, n-3);$

则多项式(3.1)对于 $n \geq 5$ 是稳定的。

在聂义勇的工作之后, 苏联人 Липатов, А.В. 和 Соколов, Н.И. 于1977年获得了深刻结果^[4]:

定理4.4 多项式(3.1)稳定的充分条件是

$$\alpha_1 + \alpha_2 < 1 \quad \alpha_{n-3} + \alpha_{n-2} < 1,$$

且任何相邻六项组成的5次多项式

$$F_{5i}(X) = a_i X^5 + a_{i+1} X^4 + \dots + a_{i+5}, \\ i = 0, 1, \dots, n-5, n \geq 5$$

均稳定。

定理3.2可以作为定理4.4的推论给出。定理4.4的另一个有意义的推论是^[4]:

推论4.1 多项式(3.1)稳定的充分条件是 $\alpha_i + \alpha_{i+1} < 3/\sqrt{4} - 1 \approx 0.89$

定理4.4本身说明若干低阶系统的稳定性可以保证高阶系统的稳定性, 即首尾五项组成的2个4阶系统及每相邻六项组成的 $n-4$ 个5阶系统稳定是 n 阶系统稳定的充分条件。

〔附注〕 定理4.1, 4.2, 4.3的证明见文献〔2〕。而定理4.4则必须重新证明一下, 因为这定理是文献〔4〕的主要定理, 它的证明占〔4〕的主要篇幅, 文献〔4〕的作者把定理3.2作为定理4.4的推论给出, 其实定理4.3和4.4都是定理3.2直接引伸的结果。可见, 定理4.4的证明几乎已全部隐含在定理4.3的证明之中。现在, 按这个事实, 给定理4.4加以证明。另外, 还给推论4.1加以证明。

定理4.4的证明 定理4.3的证明是在 $\alpha_i < 1/2$ 的假定下将充分条件归结为

$$\alpha_{i-1} + \alpha_i + \alpha_{i+1} - \alpha_{i-1}\alpha_{i+1} - 2\alpha_{i-1}\alpha_{i+1} + 1 + \alpha^2_{i-1}\alpha^2_{i+1} < 1. \quad (4.A)$$

我们不难验证(4.A)就是相邻六项组成的五次多项式稳定的

必要条件。因此, 只要放弃 $\alpha_i < 1/2$ ($i=1, 2, \dots, n-2$) 的假定而代之以 $\alpha_1 + \alpha_2 < 1, \alpha_{n-3} + \alpha_{n-2} < 1$ 及(4.A), 那末定理4.3的证明^[4]也就完全适用于定理4.4。不难证明, 在(4.A)假定下, 即五次多项式稳定的假定下, 相邻两判定系数的乘积必小于1/4。事实上, 不失一般性, 可取判定系数为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的五次多项式 F_{50} 来证明, 其一次子判定系数是

$\alpha_{11} = \alpha_2(1 - \alpha_1\alpha_3)/(1 - \alpha_1), \alpha_{12} = \alpha_3(1 - \alpha_1)/(1 - \alpha_1\alpha_3)$ 。我们有 $\alpha_{11}\alpha_{12} = \alpha_2\alpha_3, \alpha_{11} + \alpha_{12} < 1, (\alpha_{11} + \alpha_{12})^2 = \alpha^2_{11} + \alpha^2_{12} + 2\alpha_{11}\alpha_{12} < 1$ 。但 $\alpha^2_{11} + \alpha^2_{12} \geq 2\alpha_{11}\alpha_{12}$, 故 $4\alpha_{11}\alpha_{12} \leq (\alpha_{11} + \alpha_{12})^2 < 1$ 即 $\alpha_2\alpha_3 = \alpha_{11}\alpha_{12} < 1/4$ 。在 F_{50} 中作变换 $y = 1/x$, 则对应于 $y^5 F_{50}(1/y)$ 的判定系数按顺序排列是 $\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1$ 。同上述理由又得 $\alpha_2\alpha_1 < 1/4$ 。这就证明了在(4.A)假定下, $\alpha_i + \alpha_{i+1} < 1/4, i=1, 2, \dots, n-3$ 。有了这个结论不难发现定理3.2的证明中的四个式子均能成立, 因此图1所示的两套区间存在。又在 $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$ 假定下容易验证 $H(y'_0) < 0$ 在 $\alpha_{n-3} + \alpha_{n-2} < 1$ 假定下容易验证

$$\begin{cases} (-1)^q G(y'_{2q-1}) < 0 & (q=P) \\ (-1)^P H(y'_{2q-1}) < 0, & q=P-1 \end{cases} \quad (4.B)$$

再加上从(4.A)可推出

$$1 - \sqrt{1 - 4\alpha_{i-1}\alpha_i} < \alpha_{i-1}(1 + \sqrt{1 - 4\alpha_i\alpha_{i+1}}) \\ (i=2, 3, \dots, n-3.) \quad (4.C)$$

这样就全部地证明了定理4.4。

推论4.1的证明 当 $\alpha_{i-1} + \alpha_i - \alpha_{i-1}\alpha_{i+1} < 1$ 时, (D.7)是五次多项式稳定的充要条件。在(D.7)中令 $\alpha_i + \alpha_{i-1} = \lambda$, 则有

$$\lambda < \alpha_{i-1} + (1 - \alpha_{i-1})(1 - \alpha_{i+1})/(1 - \alpha_{i-1}\alpha_{i+1})^2 \\ = \alpha_{i-1} + (1 - \alpha_{i-1})(1 - \mu\alpha_{i-1})/(1 - \mu\alpha^2_{i-1})^2, \quad (D.8)$$

式中 $\alpha_{i+1} = \mu\alpha_{i-1}$, 不妨假定 $0 < \mu \leq 1$ 。在(D.8)的右端对 μ 求导数可知, $\alpha_{i-1} \leq 1/2$ 时它是 μ 的减函数, 故

$$\alpha_{i-1} + 1/(1 + \alpha_{i-1})^2 \leq \alpha_{i-1} + (1 - \alpha_{i-1})(1 - \mu\alpha_{i-1})/(1 - \mu\alpha^2_{i-1})^2 < 1,$$

$\alpha_{i-1} > 1/2$ 时, $\mu = (2\alpha_{i-1} - 1)/\alpha^2_{i-1}$ 处具有极大值, 故

$$\min(1, \alpha_{i-1} + 1/(1 + \alpha_{i-1})^2) \leq \alpha_{i-1} + (1 - \alpha_{i-1}) \times (1 - \mu\alpha_{i-1})/(1 - \mu\alpha^2_{i-1})^2 < \alpha_{i-1} + 1/4\alpha_{i-1}.$$

当 $\alpha_{i-1} = \sqrt{2} - 1$ 时, $\alpha_{i-1} + 1/(1 - \alpha_{i-1})^2$ 具有极小值 $(3/\sqrt{4}) - 1$ 。推论4.1得证。

五 一个实例

〔例〕 某一负反馈系统, 开环时为四环节相串级, 各环节的传递函数分别为 $10/(s+1), 1/(0.5s+1), 2/(0.2s+1), k/(Ts+1)$ 。第四环节的 k 和 T 都有待确定, 以保证系统稳定。试问 k 与 T 应在什么范围内取值?

〔解〕 先求系统特征方程:

$$(s+1)(0.5s+1)(0.2s+1)(Ts+1) + 20k = 0$$

$$10^{-1}Ts^4 + 10^{-1}(1+8T)s^3 + 10^{-1}(8+17T)s^2 + 10^{-1}(17+10T)s + (20k+1) = 0$$

其次,按谢聂判据的必要条件,可得

$$8+64T+126T^2>0$$

另外,按谢聂判据的充分条件,可得

$$8+44.48T+114.52T^2\geq 0$$

从这两个不等式可以看出,不论选多大的 T 值,系统始终稳定。但 k 值宜作适当的选择。譬如,若取 $T=0.1$ 秒,则代入特征方程,并根据必要条件和充分条件,可分别导出 $k<0.435$ 及 $k<0.1757$ 。(若 $k>0.435$,系统一定不稳定;若 $k<0.1757$,系统一定稳定。)选择不同的 T 值,同样可求出 k 取值的范围。若用其它判据则甚难确定。

六 结 束 语

通过上面的叙述,我们了解到谢聂稳定判据的全部内容。看来,它是迄今为止最深刻的代数判据,它的内容相当丰富,用起来非常方便,并且还有进一步发展的可能。

为了突出这类判据最实质的成果,我们简单扼要地把谢聂判据归纳为:

多项式(2.1)或(3.1)稳定的必要条件是判定系统小于1,即:

$$c_i = a_{i-1}a_{i+2}/a_i a_{i+1} < 1 \quad (i=1,2,\dots,n-2)$$

稳定的充分条件则是

$$c_i < 0.4655 \quad (i=1,2,\dots,n-2)$$

参 考 文 献

(1) 谢绪恺,研究线性系统稳定性的新方法,1957年2月在北京全国第一次力学会上宣读。

(2) 聂义勇,多项式稳定性的一类新判据,《力学》,1976.2.,110—116。(注明于1973年收到原稿)

(3) 蒋卡林,稳定性方面的“一些令人感兴趣而惊人的定理”,信息与控制,10(1981),№.1,pp.32—33.

(4) Липатов, А. В., Соколов, Н. И., О Некоторых Достаточных Условиях Устойчивости и Неустойчивости Линейных Непрерывных Стационарных систем, А. и Т., 1978, 9, 30—37.

(5) Гантмахер, Ф. Р. (柯召译),矩阵论,高等教育出版社,1955.

(6) 谢绪恺,线性系统稳定性的新判据,东工学报基础理论专刊 63—1, pp.26—30.

(上接33页)

```

1450 NEXT I
1800 INPUT M
1805 DIM U(M-1)
1810 FOR I=0 TO M-1 STEP 1
1820 INPUT U(I)
1830 NEXT I
1840 FOR I=0 TO M-1 STEP 1
1850 E5=(LOG(U(I))-B(1))/(B(2)*B(2))
1860 E5=(EXP(-E5*E5*0.5))*B(0)/U(I)
1870 PRINT "T=";U(I)
1880 PRINT "E(T)=";E5
1890 NEXT I
1900 STOP
2010 INPUT K1,K2,B3,N,B0,B1,B2
2020 DIM E(N-1),T(N-1)
2030 FOR I=0 TO N-1 STEP 1
2040 INPUT T(I)
2050 INPUT E(I)
2060 NEXT I
2065 C=1
2070 S=0

```

```

2080 FOR I=0 TO N-2 STEP 1
2090 X1=0.5*(E(I+1)+E(I))
2100 Y1=T(I+1)-T(I)
2110 X1=X1*Y1
2120 S=S+X1
2130 NEXT I
2140 S=S+T(0)*0.5*E(0)
2150 S=(K1*S+E(N-1))*K2*B3
2155 IF C=1 THEN 2170
2156 PRINT "IS(R)=",S
2157 END
2170 PRINT "IS(P)=",S
2180 FOR I=0 TO N-1 STEP 1
2190 GOSUB 2230
2200 NEXT I
2210 C=0
2220 GOTO 2070
2230 X=(LOG(T(I))-B1)/(B2*B2)
2240 X=EXP(-X*X*0.5)
2250 E(I)=B0/T(I)*X
2260 RETURN

```

"from top to bottom" along a given device of a Haffman tree shape, they will be sorted into different subgroups according to their category attributes. Which direction should be taken for a moving object while passing through a node is the key point. The paper suggests two types of code formats, one for trunk nodes, the other for leaf nodes. The latter represents the category attributes and the final destinations. Because of these formats, a simple logical multiplication is enough for a moving body to determine the direction to take when meeting with a node in the tree.

Finally the paper gives two data sets and the algorithm for solving the problem. (p.19)

Analysis of the Job Mix with Fuzzy Set

Liu Qiaoliang

In this paper, fuzzy number is used to take the uncertainty in the job duration time of the project network into consideration. And a procedure is proposed to calculate the completion time of the entire project in terms of the probability distribution. Compared with PERT, The method introduced is reasonable, simple and easy to handle, (p.25)

Computer Aided Prediction of Myocardial Infarction Extent

Li Jianzhong et al.

On the basis of serum CPK activities, a computer aid technique, with the relevant program being written in BASIC, has been developed to predict the extent of myocardial infarction. Experimental results have been given and discussed. (p.28)

Xie-Nie's Stability Criterion

Jiang Kalin

Xie Xukai (Hsieh Hsük'ai) and Nie Yiyong (Nieh Yiyung) Criterion had been proposed much earlier than the similar ones in foreign countries. But it was unknown to the public owing to some historical reasons.

A brief mention of that in this journal last year (Vol.10, No.1, 1981) has aroused great interest and attention among readers in China. On their request, a more detailed exposition of the criterion is given (p.34)

Application of Microprocessors in the Converter Sub-lance Test

Zou Ligong

This paper highlights the data processing methods and programming procedures for the application of microprocessor in converter sub-lance test. Preliminary results from field test are also presented, (p.47) .