

文章编号: 1002-0411(2005)02-0129-04

# 一类多包传输网络控制系统的设计及稳定性分析

杨 业, 王永骥

(华中科技大学控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 根据现场总线网络的传输特性, 提出了一种适用于多包传输网络控制系统的设计方法, 即控制器和传感器节点采取时间驱动方式工作, 执行器节点采用事件驱动方式; 将多包传输网络控制系统建模为切换控制系统. 然后基于切换系统分析方法和稳定性理论得出了网络控制系统指数稳定的充分条件. 最后, 通过实例分析证实了本文所提设计方法的可行性, 以及理论的正确性.\*

**关键词:** 网络控制系统; 多包传输; 切换系统; 稳定性

中图分类号: TP13

文献标识码: B

## Design and Stability Analysis of a Class of Networked Control Systems with Multi-packet Transmission

YANG Ye, WANG Yong-ji

(Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** According to the transmission characteristics of field-bus networks, a design approach is developed for NCS (networked control system) with multi-packet transmission. In this approach, the controller and sensor nodes are time-driven and the actuator node is event-driven. The NCS is modeled as switched control systems. Based on the analytical methods of switched systems and stability theory, the sufficient conditions for stability of NCS with multi-packet transmission are obtained. At last, the feasibility of the design approach and the validity of the proposed theory are proved through an example.

**Keywords:** networked control system; multi-packet transmission; switched system; stability

### 1 引言 (Introduction)

随着计算机网络技术的发展, 网络与控制逐渐紧密结合, 形成了一门新兴的发展方向: 网络控制系统 (networked control systems, NCS). 当前有很多关于网络控制方面的应用研究, 如基于 Internet 的过程控制<sup>[1]</sup>, 以及基于各种总线网络的应用, 如 CAN、Ethernet、PROFIBUS 等在汽车、工业控制、航空等领域的应用. 本文主要研究基于现场总线的多包传输网络控制系统 (图 1).

相对传统的控制系统而言, 网络控制系统具有很多优点: 如各智能节点能够方便地交互信息, 节省成本, 易于维护等等. 同时, 由于网络带宽有限, 以及各智能节点间存在对网络使用权的竞争, 使得网络通信中不可避免地存在消息碰撞, 从而导致信息延时. 由于常规控制系统设计方法不能完全适用于网

络控制系统的设计, 因此, 对网络控制系统的分析和综合也是当前控制理论的研究热点之一.

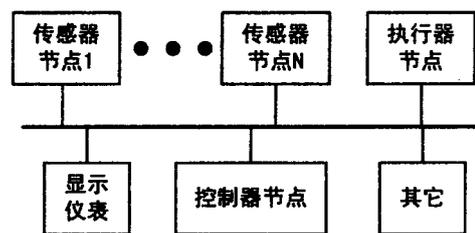


图 1 基于现场总线的网络控制系统

Fig. 1 Fieldbus-based NCS

文 [2, 3] 将有传输时滞的网络控制系统建模为随机控制系统, 然后基于随机控制理论来研究网络控制系统. 文 [4] 首先分析了几种不同网络的传输机制, 并对他们的延时特性进行了统计分析和比较, 开发了用于网络延时分析和网络控制仿真的 Matlab

\* 收稿日期: 2004 - 08 - 24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60274020, 69974017)

工具箱.文[5]的主要研究思想是应用对象模型的信息,最大限度地减少信息的传送量,以达到降低网络负载的目的.文[6]以连续系统分析方法来研究网络控制系统,对于多包传输网络控制系统,给出了两种网络规划算法:静态规划算法和基于 TOD(try-once-discard)传输协议的动态规划算法.文[7]将多包传输网络控制系统建模为异步动力学系统(asynchronous dynamical systems, ADS),基于对 ADS的理论分析,得出了多包传输网络控制系统稳定的结论.文[8]采用类似的方法来分析多包传输网络控制系统,并且考虑了传输延时的情况.

本文根据现场总线网络的传输特性,对于多包传输网络控制系统,提出了一种新的设计方法,即传感器节点采取时间驱动方式工作,为了增加实际用于数据传送的网络带宽,控制器节点也采用时间驱动;执行器节点采用事件驱动方式.然后将多包传输网络控制系统建模为切换控制系统,最后给出了判断多包传输网络控制系统指数稳定的充分条件.

### 2 问题描述及设计分析 (Problem description and design analysis)

关于网络控制系统的建模,网络传输特性不同,所采用的建模方法也不尽相同.为了明确本文研究所适用的范围,我们首先做如下假设:

假设 1:网络中的所有传感器节点为时间驱动方式,以采样周期同步采样.且对于每一个传感器采样信号,都以一个单独的数据包传送.对每个传输包,传输时间  $\tau_{sc} + \tau_{ca} < h$ .

注 1:关于时间同步问题,可以通过发送广播消息来实现各网络节点的时间同步.对于网络延时,往往是由于各节点间的竞争或网络规划算法不完善而导致的.而网络本身的传输速率非常快,所需传输时间非常小,如 Ethernet(10/100Mbps)、CAN(最大可达 1Mbps)、PROFIBUS(9.6kbps~12Mbps)等总线网络,如果没有节点间的竞争,发送一个数据包的传输时间以  $\mu s$  计算.

假设 2:各网络节点以事先规划的算法依次访问网络,即静态规划(static scheduling)算法;网络系统完成一次静态规划的时间  $T$ 和采样周期  $h$ 满足  $ph \leq T \leq (p+1)h, p > 1$  且  $p \in \mathbb{N}$ .

注 2:可以应用令牌传递(Token-passing)机制来实现静态规划.

假设 3:控制器节点为时间驱动方式,周期为  $h$ ,但不与传感器节点同步,设两者采样时刻之差为  $\tau$ ,

$\tau$ 为常数.执行器节点采用事件驱动方式,控制量为单包传输.

注 3:控制器节点之所以采用时间驱动方式,主要是由于传感器信号是通过多个数据包发送的,如果采用事件驱动方式,将会导致控制器节点频繁访问网络,使网络中传送的令牌(Token)信号增加,占用大量的数据带宽.

### 3 多包传输网络控制系统分析和建模 (Analysis and modeling for NCS with multi-packet transmission)

对于线性连续对象和具有状态反馈数字采样控制器(可获得完全状态信息)的网络控制系统,设反馈控制率为  $U(k) = -K\hat{X}(k)$ ,其中,  $k \in \mathbb{N}$ ,  $\hat{X}(k)$ 为反馈状态.反馈控制率  $K$ 是事先设定的,没有考虑网络影响<sup>[9]</sup>.对于多包传输网络控制系统,其在每个采样周期内只能够更新部分对象反馈信息.由于采样周期满足  $ph \leq T \leq (p+1)h$ ,因此通过静态规划,总可以使每个传感器信息在  $(p+1)$ 个采样周期内得到一次更新.

多包传输网络控制系统的时序分析如图 2:  $t_i$ 和  $\hat{t}_i$ 分别表示过程对象和采样控制器的采样时刻,  $l_i$ 表示  $[t_{i-1}, t_i]$ 时段内控制器节点收到的传感器信息数据包的数量,即更新状态的数量.  $[t_i, t_{i+1}]$ 时段用于规划其它事件,如传送 Token信号、同步信号等,或为实现同步而“闲置”网络.那么在  $\hat{t}_i$ 时刻,有:

$$\hat{X}(k) = L_i X(k) + (I - L_i) \hat{X}(k-1)$$

其中,  $L_1, L_2, \dots, L_{p+1}$ 为对角矩阵,如果对应状态的传感器信号被更新,则相应  $L_i$ 的对角元  $L_i(jj) = 1$ ,否则  $L_i(jj) = 0$ .显然,  $L_i$ 满足  $\sum_{i=1}^{p+1} L_i = I$ .由于传感器节

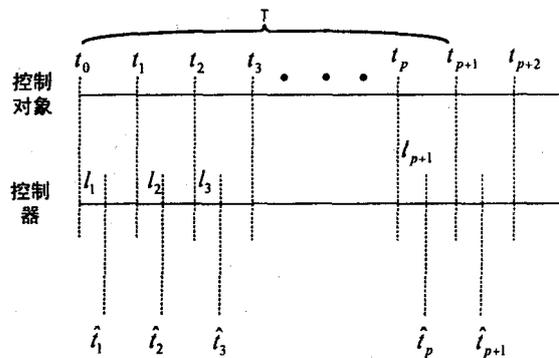


图 2 多包传输网络控制系统时序分析  
Fig. 2 Time series analysis for NCS with multi-packet transmission

点与控制器节点不同步,因此在  $[t_{k-1}, \hat{t}_k]$  时段内的控制信号为  $U(k-1)$ ,而在  $[\hat{t}_k, t_k]$  时段内的控制信号为  $U(k)$ .

考虑如下连续线性对象模型:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t_k), & t_k \leq t < t_{k+1} \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

及数字采样控制器:

$$u(t_k) = -Kx(t_k), \quad k \in \mathbb{N}$$

其中,  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$ , 分别为被控对象的状态变量、系统输入.根据上面的假设和分析,对连续系统进行离散化,有:

$$\begin{cases} X(k+1) = \Phi X(k) + \Gamma_0(\tau)U(k) \\ \quad \quad \quad + \Gamma_1(\tau)U(k-1) \\ U(k) = -K\bar{X}(k) \\ \bar{X}(k) = L_i X(k) + (I - L_i)\bar{X}(k-1) \end{cases} \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} \Phi = e^{A\tau} \\ \Gamma_0(\tau) = \int_0^\tau e^{A(t-\tau)} B dt \\ \Gamma_1(\tau) = \int_0^\tau e^{A(t-\tau)} B dt \end{cases}$$

得到多包传输网络控制系统的离散模型(图3).

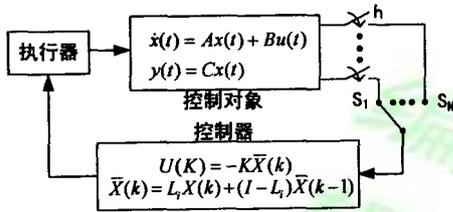


图3 多包传输网络控制系统模型

Fig.3 Model of NCS with multi-packet transmission

选择扩展状态:

$$Z(k) = [X(k) \quad \bar{X}(k-1)]^T$$

由式(1)得:

$$Z(k+1) = H_i Z(k) \quad (2)$$

其中,

$$H_i = \begin{bmatrix} \Phi - \Gamma_0(\tau)KL_i & -[\Gamma_0(\tau)K(I - L_i) + \Gamma_1(\tau)K] \\ L_i & I - L_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

$i \in [1, 2, \dots, p+1]$

可见,当  $\tau$  为一常数时,多包传输网络控制系统为切换控制系统,且有固定的切换控制律.设切换控制率为:

$$\sigma_N = \{Z(t_k) \mid (H_1, t_1), (H_2, t_2), \dots, (H_{p+1}, t_{p+1}),$$

$$(H_1, t_{p+2}), \dots\}$$

#### 4 稳定性分析 (Stability analysis)

下面,我们将利用切换控制系统理论来分析多包传输网络控制系统的稳定性.对于方程(2)、(3)所描述的多包传输网络控制系统,我们有如下稳定性定理.

**定理1(特征值定理)** 如果矩阵  $H = H_{p+1}H_p \dots H_1$  是 Schur 矩阵,即矩阵  $H$  的特征值位于单位圆内,则方程(2)、(3)所描述的多包传输网络控制系统是指数稳定的.

**证明** 因为  $Z(k) = H_1 \dots H_i (H^y) Z(0)$ , 其中,  $y = [k/(p+1)]$ , 即对  $k/(p+1)$  的商向下取整.进而有:

$$\|Z(k)\| \leq \|H_1 \dots H_i\| \cdot \|H\|^y \cdot \|Z(0)\|$$

显然,如果矩阵的特征值位于单位圆内,那么总存在  $K_0, \alpha > 0$  使得  $\|H\|^y \leq K_0 e^{-\alpha y}$ ; 又由于  $H_i$  是确定性矩阵,因此,总存在一个常数  $K_1 > 0$  使得  $\|H_1 \dots H_i\| \leq K_1$ . 故得,

$$\|Z(k)\| \leq K_1 K_0 e^{-\alpha y} \|Z(0)\|$$

由指数稳定性定义知定理1成立.证毕.

**定理2(多李亚普诺夫函数方法)** 如果存在  $(p+1)$  个对称正定矩阵  $P_1, P_2, \dots, P_{p+1}$ , 满足如下  $(p+1)$  个线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI):

$$\begin{cases} H_1^T P_1 H_1 - P_{p+1} < 0 \\ H_2^T P_2 H_2 - P_1 < 0 \\ \vdots \\ H_p^T P_p H_p - P_{p-1} < 0 \\ H_{p+1}^T P_{p+1} H_{p+1} - P_p < 0 \end{cases}$$

则方程(2)、(3)所描述的多包传输网络控制系统是一致渐近稳定的.

**证明** 取分段李亚普诺夫函数:

$$V(X(k)) = X^T(k) P_i X(k)$$

其中,  $P_i$  与  $[t_{k-1}, t_k]$  时段内的切换对象模型相对应. 则:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= V(X(k+1)) - V(X(k)) \\ &= \begin{cases} X^T(k) (H_i^T P_i H_i - P_{i-1}) X(k), & i \neq 1 \\ X^T(k) (H_i^T P_i H_i - P_{p+i}) X(k), & i = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

显然,对于固定的切换控制率  $\sigma_N$ , 当存在对称正定矩阵  $P_1, P_2, \dots, P_{p+1}$  满足下列 LMI 时:

$$\begin{cases} (H_i^T P_i H_i - P_{i-1}) < 0, & i \neq 1 \\ (H_i^T P_i H_i - P_{p+i}) < 0, & i = 1 \end{cases} \quad i \in \{1, 2, \dots, p+1\}$$

总有:  $\Delta V(k) = V(X(k+1)) - V(X(k)) < 0$ , 故定理 2 成立. 证毕.

对于线性系统, 其一致渐近稳定与指数稳定等价, 因此定理 2 所述系统也是指数稳定的.

## 5 实例分析 (Example analysis)

采用文献 [7] 中所用的仿真实例作为分析对象 (example 2.3, page 37):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} u$$

$$u(t) = Kx(t)$$

其中,  $K = [3.75, 11.5]$ . 采样周期  $h = 1$ ,  $\tau = 0.5$ , 分两个传输包发送传感器信息. 可得:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.8647 & 0.9516 & -0.0461 & -0.5563 \\ -0.1740 & 0.9048 & -0.1829 & -1.0944 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.5367 & -0.1814 & -0.1414 \\ 0 & 0.3713 & -0.3569 & -0.5609 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

设通过静态规划使得节点访问网络的顺序为:  $\sigma_N = \{Z(t_0) | (H_2, t_1), (H_1, t_2), (H_2, t_3), \dots, (H_1, t_N) \dots\}$ , 经检验  $H_1, H_2$  的特征值分别为:

$$\{0.9399 \pm 0.5638i, -0.1102, 1.0\}$$

$$\{0.1857 \pm 0.7255i, 1.0, 1\}$$

由定理 1, 得  $H = H_1 \times H_2$  是 Schur 矩阵. 如果采用定理 2, 可以解得线性矩阵不等式具有可行解. 其李亚普诺夫函数曲线如图 4, 可见该网络控制系统是稳定的.

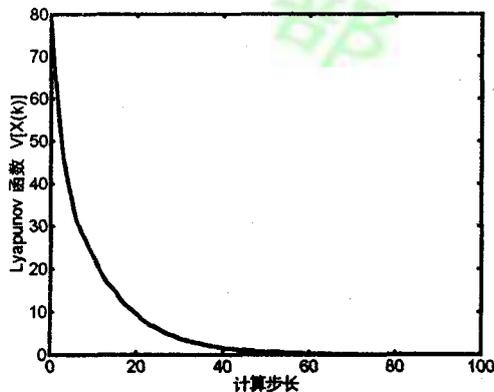


图 4 李亚普诺夫函数曲线

Fig. 4 Curve of Lyapunov function

## 6 总结与展望 (Conclusion and prospect)

本文首先根据现场总线网络的传输特性, 对于多包传输网络控制系统, 提出了其初步的设计方法. 实例分析表明本文所提方法是可行的.

由于本文假定  $\tau$  是常量, 因此进一步的研究工作应该分析  $\tau$  对网络控制系统的影响, 从而为  $\tau$  值的确定提供理论依据. 此外, 关于控制器的设计问题, 现在普遍的做法是先忽略网络的影响, 用常规控制系统设计方法来设计控制器, 然后验证所设计控制器是否满足要求. 因而, 根据网络控制系统的传输特性来设计控制器也是我们下一步要做的工作.

## 参考文献 (References)

- [1] Yang S H, Chen X, Alty J L. Design issues and implementation of Internet-based process control systems [J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(6): 709 ~ 720.
- [2] Nilsson J. Real Time Control Systems with Delays [D]. Lund, Sweden: Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1998.
- [3] Hu S S, Zhu Q X. Stochastic optimal control and analysis of stability of networked control systems with long delay [J]. Automatica, 2003, 39(11): 1877 ~ 1884.
- [4] Li L F. Analysis, Design, Modeling, and Control of Networked Control Systems [D]. Ann Arbor, MI, USA: University of Michigan, 2001.
- [5] Montestruque L A, Antsaklis P J. On the model-based control of networked systems [J]. Automatica, 2003, 39(9): 1837 ~ 1843.
- [6] Walsh G C, Ye H, Bushnell L G. Stability analysis of networked control systems [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 438 ~ 446.
- [7] Zhang W. Stability Analysis of Networked Control System [D]. Cleveland, Ohio, USA: Case Western Reserve University, 2001.
- [8] Sun Z G, Li X, Zhu D S. Analysis of networked control systems with multi-packet transmission [A]. Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation [C]. Hangzhou, China: IEEE, 2004. 1357 ~ 1360.

## 作者简介

杨业 (1977 - ), 男, 博士研究生. 研究领域为网络控制系统.

王永骥 (1955 - ), 男, 博士, 教授. 研究领域为神经网络建模与控制, 智能控制.