文章编号: 1002-0411(2001)04-289-03

基于遗传算法的非线性系统状态空间辨识

彭志红[1,2] 蔡自兴[2]
(1. 北京理工大学自动控制系　北京　100081;　2. 中南大学信息科学与工程学院　长沙　410083)

摘　要: 本文提出了一种基于遗传算法用状态空间方程描述非线性系统的辨识方法, 研究表明遗传算法能克服此类系统不能采用传统最小二乘法辨识的困难, 并能有效地辨识出状态空间维数及非线性度都不高的系统, 同时指出基于遗传算法的非线性状态空间辨识方法在状态维数确定、关键项确定和非关键项删除等方面还有待进一步研究. °

关键词: 非线性系统; 状态空间方程; 系统辨识; 遗传算法
中图分类号: TP13　　文献标识码: B

STATE-SPACE IDENTIFICATION FOR NONLINEAR SYSTEMS BASED ON GENETIC ALGORITHM

PENG Zhi-hong[1, 2]　CAI Zi-xing[2]
(1. *Department of Automatic Control, Beijing Institute of Technology, Beijing* 100081;
2. *College of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha* 410083)

Abstract: A nonlinear state-space identification method based on genetic algorithm has been proposed in this paper. It is shown that the problem of such systems that cannot be identified by classical least-square has been solved by genetic algorithms and perfect nonlinear state-space identification results can be obtained when the dimension of state and the nonlinear degree are low. Meanwhile, it has been pointed out that state dimension confirmation, significant term selection and insignificant term deletion in this method still need to be researched further.

Keywords: nonlinear systems, state-space equations, system identification, genetic algorithms

1　引言(Introduction)

在研究非线性系统辨识较成熟的方法中, 非线性系统多被描述成用多项式[1]和有理分式[2]表示的输入输出形式, 到目前为止, 尚未见用状态空间方程表示非线性系统的辨识方法, 然而在非线性系统控制领域中, 非线性系统多被描述成状态空间方程的形式[3], 针对此, 本文提出非线性系统状态空间辨识方法. 由于系统辨识被定义为根据系统的输入和输出求系统的数学模型, 这样已知量只是系统的测量输入和输出, 而状态是未知的, 因而传统的最小二乘法不能用于非线性系统状态空间辨识. 近年来, 遗传算法作为一种随机搜索和优化技术不要求待求解问题具有某种特殊的形式, 并且已被成功地用于系统辨识[4]. 基于此, 本文提出一种基于遗传算法的非线性系统状态空间辨识方法, 该方法的提出将有利于在非线性系统研究中应用已有的非线性控制方法, 而且采用状态空间方程描述系统比用输入输出形式描述系统在辨识过程中更容易考虑先验知识[5].

2　基于遗传算法的非线性系统状态空间辨识(State-space identification for nonlinear systems based on genetic algorithm)

2.1　非线性系统的状态空间描述

考虑用如下状态空间方程描述的非线性系统

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A(x_k) + B(x_k)u_k + E(x_k)w_k \\ y &= C(x_k) + D(x_k)u_k + Q(x_k)w_k \end{aligned} \tag{1}$$

其中, x_k, u_k 和 y 分别是系统的 n 维状态、测量输入和测量输出, w_k 代表系统的不确定性、噪声或未建模动态, $A(x_k)$, $B(x_k)$, $C(x_k)$, $D(x_k)$, $E(x_k)$ 和 $Q(x_k)$ 分别是 x_k 的非线性函数, 一般采用多项式的形

° 收稿日期: 2000-01-14
基金项目: 国家自然科学基金(69974043)、国家博士点基金(99053317)和湖南省自然科学基金(99JJY20062)资助

式, 系统的这种描述形式有利于对系统进行鲁棒性研究. 在系统辨识中, 只有 u_k 和 y 是已知的, 而 x_k 是未知的, 所以此类系统的辨识不可能应用传统的最小二乘法, 而由于遗传算法不受这样的条件限制, 本研究采用遗传算法进行非线性系统状态空间辨识.

2.2 遗传算法简介

遗传算法是基于自然选择和种群基因的一种随机搜索算法. 遗传算法中个体被编码为染色体串, 其适应环境的能力由适应度来判断. 基本的遗传算法包括三个操作算子: 选择、交叉和变异. 选择过程中, 具有高适应度的个体在下一代中会复制出更多的个体, 而低适应度的个体会慢慢灭绝; 交叉是遗传算法的一个关键算子, 比较形象的交叉操作是随机选择一对父代个体和一个交叉点, 交换父代个体中该点右边的基因以形成两个子代个体, 该操作并不产生新的基因, 但能组合好的染色体. 变异是以很低的概率进行基因突变, 以在种群中产生新的基因, 使种群跳出局部极小点.

遗传算法区别于传统的基于梯度的优化算法是因为具有以下特征: 1) 遗传算法作用于一个参数集的编码而不是参数本身, 二进制和十进制是两种广泛采用的遗传算法编码方式; 2) 遗传算法是一种多解并行搜索机制, 因而一般能找到全局次优点; 3) 遗传算法用一个适应度函数来引导搜索, 因而能应用到不同的问题中而不要求该问题受到某些特殊的约束, 如系统的连续性和可微性等.

2.3 基于遗传算法的非线性系统状态空间辨识

1) 编码:

采用十进制编码, 把 $A(x_k)$, $B(x_k)$, $C(x_k)$, $D(x_k)$, $E(x_k)$ 和 $Q(x_k)$ 表示成多项式的形式, 那么遗传算法中的个体就由这些多项式的系数连成一个染色体串.

2) 适应度函数的选择:

在系统辨识中, 一般采用如下代价函数

$$J = N\ln\{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[y(k) - \hat{y}(k)]^2\} + 2n_T \quad (2)$$

其中, $\hat{y}(k)$ 是一步前预测输出, N 是用作辨识的采样数据个数, N_T 表示候选模型包含 n_T 个项, 它是模型大小惩罚项, 该代价函数(即 Akaike 信息标准) 的目的是求辨识模型使模型输出同实际系统输出尽量吻合, 且辨识模型比较精炼.

由于遗传算法是由适应度函数来引导搜索, 因此映射代价函数到适应度函数如下:

$$f(\cdot) = f_{\max}(\cdot) - \frac{f_{\max}(\cdot) - f_{\min}(\cdot)}{J_{\max}(\cdot) - J_{\min}(\cdot)}(J(\cdot) - J_{\min}(\cdot)) \quad (3)$$

这样定义的适应度函数同代价函数成反比关系. 其中 $f_{\max}(\cdot)$, $f_{\min}(\cdot)$, $J_{\max}(\cdot)$ 和 $J_{\min}(\cdot)$ 分别表示最大最小适应度值和最大最小代价函数值, 一般取 $f_{\max}(\cdot) = 1$, $f_{\min}(\cdot) = 0$.

3) 选择: 采用赌盘选择法.

4) 交叉:

采用整体算术交叉, 即对两父代个体 $s_1 = [v_1^1, v_2^1, \cdots, v_n^1]$, $s_2 = [v_1^2, v_2^2, \cdots, v_n^2]$ 产生 n 个 (0, 1) 间的随机数 $a_1, \cdots, a_n$, 则交叉后产生的两个后代为

$$s_1' = [a_1v_1^1 + (1 - a_1)v_1^2, \cdots, a_nv_n^1 + (1 - a_n)v_n^2],$$

$$s_2' = [a_1v_1^2 + (1 - a_1)v_1^1, \cdots, a_nv_n^2 + (1 - a_n)v_n^1].$$

5) 变异:

采用均匀性变异, 即在父解向量中随机选择一分量, 然后在定义区间内均匀随机产生一个新数来替代该分量, 经过这样的变异就产生了一个新的后代.

6) 算法终止准则:

当迭代次数大于给定的最大次数时, 算法终止.

用上述方法得到辨识模型后, 为验证其有效性, 采用基于测量输入、测量输出和残差的互相关函数进行如下模型有效性测试:

$$\Phi_{\alpha e^2}(\tau) = \frac{\sum_{k=1}^{N}(\alpha(k) - \overline{\alpha})(e^2(k-\tau) - \overline{e^2})}{[(\sum_{k=1}^{N}(\alpha(k) - \overline{\alpha}^2)(\sum_{k=1}^{N}(e^2(k) - \overline{e^2})^2)]^{0.5}}$$

$$\Phi_{\alpha u^2}(\tau) = \frac{\sum_{k=1}^{N}(\alpha(k) - \overline{\alpha})(u^2(k-\tau) - \overline{u^2})}{[(\sum_{k=1}^{N}(\alpha(k) - \overline{\alpha}^2)(\sum_{k=1}^{N}(u^2(k) - \overline{u^2})^2)]^{0.5}}$$

其中,

$$\alpha(k) = y(k)e(k)$$

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\alpha(k)$$

$$\overline{u^2} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}u^2(k)$$

$$\overline{e^2} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}e^2(k)$$

如果残差满足下列条件, 则说明辨识后的模型是非偏的.

$$\Phi_{\alpha e^2}(\tau) = \begin{cases} k_1 > 0, & \tau = 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$\Phi_{\alpha u^2}(\tau) = 0, \quad \text{对任一}\ \tau$$

需要说明的是, 基于遗传算法的非线性系统状态空间辨识方法在如下几个方面还有待进一步研究. 首先, 当系统的状态维数和/或非线性度增加时, 状态空间方程的组合项数目将大幅度地增加, 这必然会使遗传算法中染色体的长度增加, 就有可能导致算法的运行时间过长, 因此, 需要在遗传算法中合并确定状态维数和在众多的候选项中确定哪些项是关键项的标准; 再次, 在辨识过程中, 遗传算法还应合并非关键项的删除标准, 这是因为当出现一个不可接受的预测误差时, 需要确定它是由不正确的模型结构还是不正确的参数估计引起的. 只有这几个方面都得到很好的解决时, 基于遗传算法的非线性系统状态空间辨识方法才能作为一种有效的方法推广到一般的非线性系统辨识中去.

3　仿真举例(Simulation example)

考虑如下非线性状态空间方程

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k - 0.5x_k^2 + u_k \\ y_k &= x_k + w_k \end{aligned} \tag{4}$$

其中, u_k 是区间(0,1)上一致分布的随机序列, w_k 是一个均值为 0, 方差为 0.05 的白噪声. 本例中, 产生 350 对输入输出对, 其中, 前 300 对用于系统辨识, 后 50 对用于进行辨识后模型的有效性测试.

假定系统的先验知识为已知状态维数是 1, 最高的非线性度是 2, 方程是多项式的形式. 那么, 在辨识过程中, 取遗传算法的交叉概率为 0.9, 变异概率为 0.08, 得辨识模型如下:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= 0.9576x_k - 0.5102x_k^2 + 0.9307u_k \\ y_k &= 1.0924x_k + w_k' \end{aligned} \tag{5}$$

其中, w_k' 代表残差所表示的系统的不确定性、噪声和未建模动态.

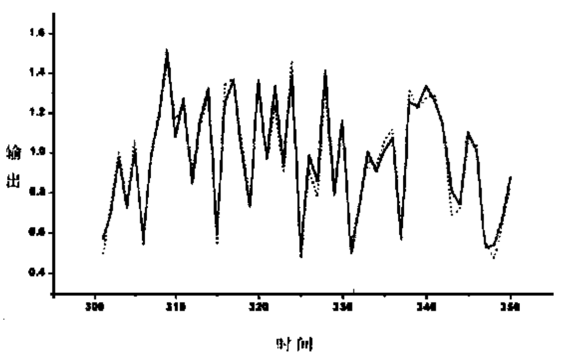

图 1　系统的实际输出(实线)和一步前预测输出(点线)

Fig. 1 Real output (solid line) and one-step ahead predictive output (dot line) of the system

对用作测试的后 50 个数据, 系统实际输出与一步前预测输出示于图 1, 模型有效性测试示于图 2 和图 3. 由图看出系统实际输出与一步前预测输出吻合得比较好, 而用于模型有效性测试的 Φ_{ae^2} 和 Φ_{au^2} 都在可靠度 95% 以内, 这说明辨识结果是非偏的.

4　结论(Conclusions)

本文针对目前非线性系统控制领域中, 多用状态空间方程描述非线性系统的情况, 提出了一个基于遗传算法的非线性系统状态空间辨识方法, 把辨识后的非线性系统描述成状态空间方程的形式. 本研究表明遗传算法能有效地辨识出状态维数及非线性度都不高的系统, 该方法的提出将有利于在非线性系统研究中, 应用已有的非线性系统控制理论, 同时给出了基于遗传算法的非线性状态空间辨识方法还需要在状态维数确定、关键项确定和非关键项删除等方面做进一步的研究.

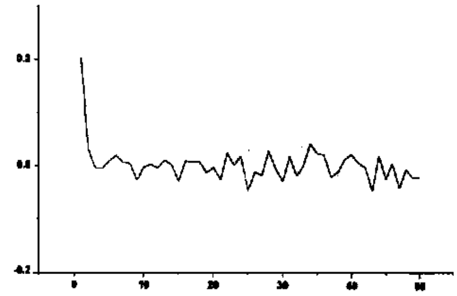

图 2　Φ_{ae^2} 曲线

Fig. 2　Curve of Φ_{ae^2}

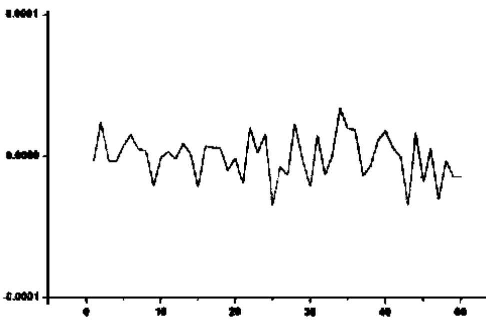

图 3　Φ_{au^2} 曲线

Fig3.　Curve of Φ_{au^2}

参　考　文　献(References)

1　M Korenberg, S A Billings, Y P Liu and P J Mcilroy. Orthogonal Parameter Estimation Algorithm for Non-linear Stochastic Systems, Int. J. Control, 1988, **48**(1): 193~210

(下转第 296 页)