

文章编号: 1002-0411(2005)01-0040-04

基于参数自适应方法的统一混沌系统的同步控制

孙克辉, 陈志盛, 张泰山

(中南大学信息科学与工程学院, 湖南长沙 410083)

摘要: 采用参数自适应控制方法, 根据 Lyapunov 稳定性原理, 通过构造适当的控制函数和设计参数的自适应控制律, 分别实现了系统在不同确定参数和相同不确定参数两种情况下的统一混沌系统的同步. 导出在这两种情况下的统一混沌系统能实现同步的充分条件. 相同不确定参数情况下的同步系统控制器结构简单、同步性能更优. 数值仿真证明了该方法的有效性.*

关键词: 统一混沌系统; 混沌同步; 自适应控制; 不确定参数

中图分类号: TP27

文献标识码: A

Synchronization Control for Unified Chaotic Systems Based on Parameter Adaptive Method

SUN Ke-hui, CHEN Zhi-sheng, ZHANG Tai-shan

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: A parameter adaptive control approach is applied. According to Lyapunov stability theorem, synchronization of two unified chaotic systems with the different certain parameters or the same uncertain parameters are implemented through designing proper control functions and using parameters adaptive control principle. The sufficient synchronization conditions of the two unified chaotic systems are obtained. In the condition of same uncertain parameters, the synchronization system has simpler controller and better performance. Numerical simulation shows the effectiveness of the method.

Keywords: unified chaotic system; chaos synchronization; adaptive control; uncertain parameter

1 引言 (Introduction)

自从 Pecora 和 Carroll 提出驱动-响应同步方法以来^[1], 混沌同步及其在保密通信、信息科学、生物、医学、工程等领域的应用引起了人们的广泛兴趣^[1-8]. 最近, Bai 和 Lonngren 采用主动控制法实现了两个 Lorenz 系统的同步^[2]. 随后, 许多学者对该方法进行了深入研究, 并将其应用于其它混沌系统的同步控制^[3,4]. 但该方法要求驱动系统与响应系统是对等系统, 即两混沌系统的参数已知且相等. 而实际系统中控制对象的参数往往是未知的, 所以有一定的局限性. 本文采用自适应同步方法研究文献 [5] 提出的统一混沌系统在不同确定参数和相同不确定参数两种情况下的同步问题.

2 统一混沌系统模型 (Model of unified chaotic system)

2002 年, 吕金虎、陈关荣等人提出了一个新的混沌系统, 该系统将 Lorenz 吸引子和 Chen 吸引子连接起来, 而文献 [6] 提出的 Lü 系统只是它的一个特例, 故称其为统一混沌系统. 统一混沌系统的数学模型可写为:

$$\begin{cases} \dot{x} = (25\alpha + 10)(y - x) \\ \dot{y} = (28 - 35\alpha)x - xz + (29\alpha - 1)y \\ \dot{z} = xy - (8 + \alpha)z/\beta \end{cases} \quad (1)$$

其中系统参数 $\alpha \in [0, 1]$, 在此范围内统一系统具有全域性混沌特性. 根据文献 [7] 的定义, 当 $\alpha \in [0, 0.8)$ 时, 统一系统属于广义 Lorenz 系统; 当 $\alpha \in (0.8, 1]$ 时, 统一系统属于广义 Chen 系统; 而当 $\alpha = 0.8$ 时, 统一系统属于 Lü 系统. 统一混沌系统是单参数、全域性的连续混沌系统, 在保密通信领域具有广泛应用前景^[8].

* 收稿日期: 2004-04-01

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目 (01JJY2110)

3 确定参数系统的自适应同步控制 (Adaptive synchronization control for certain parameter systems)

为了考察两个不同初值、不同确知(确定并已知)参数的统一混沌系统的同步行为,设驱动系统和响应系统的参数分别为 α_1 和 α_2 .同步系统的驱动系统方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25\alpha_1 + 10)(y_1 - x_1) \\ \dot{y}_1 = (28 - 35\alpha_1)x_1 - x_1 z_1 + (29\alpha_1 - 1)y_1 \\ \dot{z}_1 = x_1 y_1 - (8 + \alpha_1)z_1 / \beta \end{cases} \quad (2)$$

响应系统方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = (25\alpha_2 + 10)(y_2 - x_2) \\ \dot{y}_2 = (28 - 35\alpha_2)x_2 - x_2 z_2 + (29\alpha_2 - 1)y_2 \\ \dot{z}_2 = x_2 y_2 - (8 + \alpha_2)z_2 / \beta \end{cases} \quad (3)$$

在响应系统的每个方程右边加控制函数 $u_1(t)$ 、 $u_2(t)$ 、 $u_3(t)$,则响应系统方程变为:

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = (25\alpha_2 + 10)(y_2 - x_2) + u_1(t) \\ \dot{y}_2 = (28 - 35\alpha_2)x_2 - x_2 z_2 + (29\alpha_2 - 1)y_2 + u_2(t) \\ \dot{z}_2 = x_2 y_2 - (8 + \alpha_2)z_2 / \beta + u_3(t) \end{cases} \quad (4)$$

由(2)式和(4)式,得误差系统方程:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = 25\alpha_1(e_2 - e_1) + 25(\alpha_2 - \alpha_1)(y_2 - x_2) + 10(e_2 - e_1) + u_1(t) \\ \dot{e}_2 = (28 - 35\alpha_1)e_1 + 29(\alpha_2 - \alpha_1)y_2 + (29\alpha_1 - 1)e_2 - 35(\alpha_2 - \alpha_1)x_2 - x_2 z_2 + x_1 z_1 + u_2(t) \\ \dot{e}_3 = x_2 y_2 - x_1 y_1 - (8 + \alpha_1)e_3 / \beta - (\alpha_2 - \alpha_1)z_2 / \beta + u_3(t) \end{cases} \quad (5)$$

其中 $e_1 = x_2 - x_1$, $e_2 = y_2 - y_1$, $e_3 = z_2 - z_1$.显然,两个具有不同确知参数的混沌系统的同步问题转化为误差系统(5)在原点 $e_1 = 0$ 、 $e_2 = 0$ 、 $e_3 = 0$ 的稳定性问题.若选取适当的控制变量 $u = [u_1(t), u_2(t), u_3(t)]^T$ 使误差系统(5)稳定,则响应系统(4)与驱动系统(2)同步.

定理 1 对于驱动系统(2)和响应系统(4),若选取系统的控制函数为:

$$\begin{cases} u_1(t) = -25\hat{\alpha}(e_2 - e_1) - 10e_2 - 25(\alpha_2 - \alpha_1)(y_2 - x_2) \\ u_2(t) = (35\hat{\alpha} - 28)e_1 + x_2 z_2 - x_1 z_1 + 35(\alpha_2 - \alpha_1)x_2 - 29(\alpha_2 - \alpha_1)y_2 - 29\hat{\alpha}e_2 \\ u_3(t) = -x_2 y_2 + x_1 y_1 + (\hat{\alpha} + 5)e_3 / \beta + (\alpha_2 - \alpha_1)z_2 / \beta \end{cases} \quad (6)$$

其中参数 $\hat{\alpha}$ 是对参数 α_1 的估计,且估计参数的自适应律为 $\dot{\hat{\alpha}} = -10e_1 e_2 - 25e_1^2 + 29e_2^2 - e_3^2 / \beta + \lambda(\alpha_1 - \hat{\alpha})$,控制参数 $\lambda \geq 0$,则误差系统存在平衡点 $e = 0$ 和 $\alpha_1 = \hat{\alpha}$,响应系统与驱动系统大范围渐近同步.即对于任意初始值有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$.

证明 把控制函数(6)代入误差系统(5)并整理得:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = 25(\alpha_1 - \hat{\alpha})(e_2 - e_1) - 10e_1 \\ \dot{e}_2 = -35(\alpha_1 - \hat{\alpha})e_1 + 29(\alpha_1 - \hat{\alpha})e_2 - e_2 \\ \dot{e}_3 = -(\alpha_1 - \hat{\alpha})e_3 / \beta - e_3 \end{cases} \quad (7)$$

可见误差动力学系统(7)与响应系统参数 α_2 无关.只要使误差系统稳定,就可以实现两个不同参数混沌系统同步.根据 Lyapunov 稳定性理论,以 e_1 、 e_2 、 e_3 和 $\alpha_1 - \hat{\alpha}$ 为变量构造 Lyapunov 函数 E 为:

$$E(e, \bar{\alpha}) = \frac{1}{2} e^T e + \frac{1}{2} \bar{\alpha}^2 \quad (8)$$

其中 $e = [e_1, e_2, e_3]^T$, $\bar{\alpha} = \alpha_1 - \hat{\alpha}$,由于估计参数的自适应律为:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\alpha}} &= -10e_1 e_2 - 25e_1^2 + 29e_2^2 - e_3^2 / \beta \\ &\quad + \lambda(\alpha_1 - \hat{\alpha}) \end{aligned} \quad (9)$$

因方程(8)的微分为:

$$\dot{E} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 - (\alpha_1 - \hat{\alpha}) \dot{\hat{\alpha}} \quad (10)$$

将式(7)和式(9)代入式(10)并整理得:

$$\dot{E} = -[10e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \lambda(\alpha_1 - \hat{\alpha})^2] \quad (11)$$

由 Lyapunov 稳定性理论可知,当 $\lambda \geq 0$ 时, $\dot{E} \leq 0$,则有平衡点 $e = 0$, $\alpha_1 = \hat{\alpha}$.误差系统是渐近稳定的,所以两系统同步.鉴于只有一个平衡态,该非线性系统是大范围渐近稳定的.证毕.

用 Matlab 软件作数值仿真.当驱动系统(2)取参数 $\alpha_1 = 0.8$,驱动系统混沌.当响应系统(4)取参数 $\alpha_2 = 0.3$,去掉控制函数,响应系统混沌.设驱动系统和响应系统的初始值分别为 $x_1(0) = 10$ 、 $y_1(0) = 10$ 、 $z_1(0) = 10$; $x_2(0) = -5$ 、 $y_2(0) = -5$ 、 $z_2(0) =$

-5;取 $\hat{\alpha}$ 的初值为 $\hat{\alpha}(0) = 0.5$.对参数 $\lambda = 0, \lambda = 2$ 和 $\lambda = 5$ 分别作数值仿真.两个统一混沌系统不同参数的同步系统误差收敛曲线如图1所示.其中同步系统误差 $|e| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.由理论分析和仿真得到以下结论:①增大参数控制律中的控制参数 λ ,可以改善同步系统的性能,实现两系统的单调同步,如图1(a)~(c).②自适应参数的初值的选取对同步结果无影响.如:参数为 $\alpha_1 = 0.3, \hat{\alpha}(0) = 2, \lambda = 5$ 时的同步误差曲线,与参数为 $\alpha_1 = 0.8, \hat{\alpha}(0) = 0.5, \lambda = 5$ 时的误差曲线相同(如图1(c)).

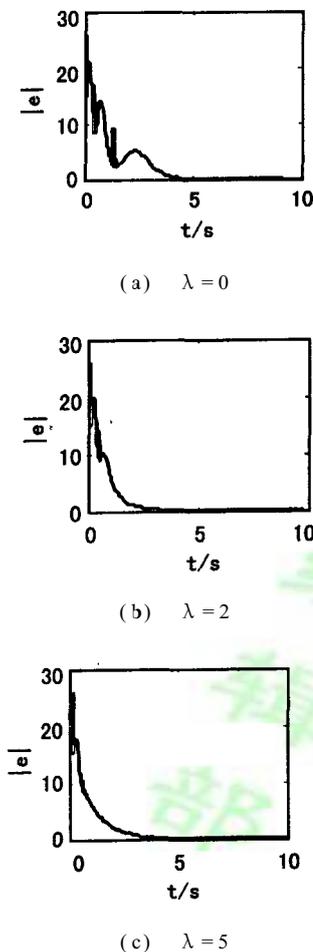


图1 控制参数 λ 不同时同步系统的误差收敛曲线

Fig.1 Error convergence curves for synchronization systems with different λ

4 参数不确定系统的自适应同步控制 (Adaptive synchronization control for uncertain parameter systems)

当两个系统参数相等但未知时,基于统一混沌系统的驱动、响应系统分别定义如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25\alpha + 10)(y_1 - x_1) \\ \dot{y}_1 = (28 - 35\alpha)x_1 - x_1 z_1 + (29\alpha - 1)y_1 \\ \dot{z}_1 = x_1 y_1 - (8 + \alpha)z_1 / \beta \\ \dot{x}_2 = (25\alpha + 10)(y_2 - x_2) + v(t) \\ \dot{y}_2 = (28 - 35\alpha)x_2 - x_2 z_2 + (29\alpha - 1)y_2 \\ \quad + v_2(t) \\ \dot{z}_2 = x_2 y_2 - (8 + \alpha)z_2 / \beta + v_3(t) \end{cases} \quad (12)$$

其中 $v = [v_1, v_2, v_3]^T$ 为控制变量, α 为系统的未知参数.设系统误差变量为: $e_1 = x_2 - x_1, e_2 = y_2 - y_1, e_3 = z_2 - z_1$,则系统(12)和(13)的误差系统为:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = (25\alpha + 10)(e_2 - e_1) + v_1(t) \\ \dot{e}_2 = (28 - 35\alpha)e_1 + x_1 z_1 - x_2 z_2 \\ \quad + (29\alpha - 1)e_2 + v_2(t) \\ \dot{e}_3 = x_2 y_2 - x_1 y_1 - (8 + \alpha)e_3 / \beta + v_3(t) \end{cases} \quad (14)$$

为了使误差系统稳定,实现两系统同步,对控制函数和估计参数有如下定理:

定理2 对于驱动系统(12)和响应系统(13),若选取系统的控制函数为:

$$\begin{cases} v_1(t) = - (38 - 10\alpha)e_1 \\ v_2(t) = - 29\hat{\alpha}e_2 + e_1 z_1 + e_3 x_1 \\ v_3(t) = - (e_1 y_2 + e_2 x_1) \end{cases} \quad (15)$$

其中参数 $\hat{\alpha}$ 是对参数 α 的估计,且估计参数的自适应律为 $\dot{\hat{\alpha}} = 29e_2^2$,则误差系统存在平衡点 $e = 0$ 和 $\alpha = \hat{\alpha}$,响应系统与驱动系统大范围渐近同步,即对于任意初始值有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$.(证明略)

用Matlab软件作数值仿真.当 $\alpha \in [0, 1]$ 时,驱动系统(12)和去掉控制函数后的响应系统(13)混沌.取系统初始值分别为 $x_1(0) = 10, y_1(0) = 10, z_1(0) = 10; x_2(0) = -5, y_2(0) = -5, z_2(0) = -5; \alpha$ 可取 $[0, 1]$ 的任意值, $\hat{\alpha}$ 的初值为 $\hat{\alpha}(0) = 0.5$.作数值仿真,两未知参数混沌同步系统误差收敛曲线如图2所示.其中系统误差 $|e| =$

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.由理论分析和仿真得到如下结论:①系统同步性能稳定.由图2可知系统同步建立时间短($t < 2s$),且可实现两系统的单调同步;②自适应参数初值的选取对同步结果无影响.如,参数 $\hat{\alpha}(0) = 2$ 时的同步误差曲线与参数 $\hat{\alpha}(0) = 0.5$ 时的同步误差曲线相同.③由于统一混沌系统参数 $\alpha > 0$,由定理1和定理2可知,具有相同不确定参数的控制器结构更简单,同步性能

更优.

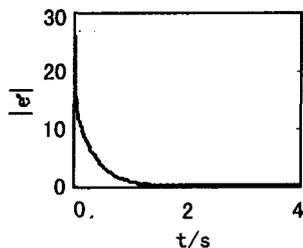


图 2 相同不确定参数时同步系统的误差收敛曲线

Fig. 2 The error convergence curve for synchronization system with the same uncertain parameter

5 结论 (Conclusion)

本文采用参数自适应控制方法,通过构造适当的控制函数,并自动调节控制参数,实现了确定参数和不确定参数下两个统一混沌系统的同步.由于统一混沌系统参数 α 大于 0,所以第二种情况下的控制器结构更简单,同步性能更优.并用数值仿真证明了该方法的有效性.

参 考 文 献 (References)

- [1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems [J]. *Physics Review Letters*, 1990, 64(8): 821 ~ 824.
- [2] Bai E W, Lonngren K E. Sequential synchronization of two Lorenz systems using active control [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2000, 11(7): 1041 ~ 1044.
- [3] Agiza H N, Yassen M T. Synchronization of Rossler and Chen chaotic dynamical systems using active control [J]. *Physics Letters A*, 2001, 278(4): 191 ~ 197.
- [4] Ho M C, Hung Y C. Synchronization of two different systems by using generalized active control [J]. *Physics Letters A*, 2002, 301(5-6): 424 ~ 428.
- [5] Lü J H, Chen G R, Zhang S C. Dynamical analysis of a new chaotic attractor coined [J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2002, 12(5): 1001 ~ 1015.
- [6] Lü J H, Chen G R. A new chaotic attractor coined [J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2002, 12(3): 659 ~ 661.
- [7] Vaněček A, Celikovsky S. *Control Systems: from Linear Analysis to Synthesis of Chaos* [M]. London: Prentice-Hall, 1996.
- [8] Lu J A, Wu X Q, Lü J H. Synchronization of a unified chaotic system and the application in secure communication [J]. *Physics Letters A*, 2002, 305(6): 365 ~ 370.
- [6] Shin D, Venkatasubramanian V. Intelligent tutoring system framework for operator training for diagnostic problem solving [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 1996, 20(1): 1365 ~ 1370.
- [7] 何祖威,唐胜利,杨晨,等.基于模型和知识库的交互式自主学习仿真培训系统 [J]. *系统仿真学报*, 2001, 13(1): 47 ~ 49.

(上接第 39 页)

作者简介

孙克辉 (1968 -),男,博士研究生,副教授.研究领域为混沌同步与保密通信.

陈志盛 (1974 -),男,博士研究生.研究领域为预测控制理论与应用.

张泰山 (1938 -),男,教授,博士生导师.研究领域为混沌理论及其应用,模糊控制,神经网络,人工生命科学.

作者简介

冯毅萍 (1969 -),女,博士研究生,高级工程师.研究领域为流程工业综合自动化.

荣冈 (1963 -),男,教授,博士生导师.研究领域为流程工业综合自动化,数据校正,智能控制等.