

线性数字随动系统计算机辅助设计*

张秉华

(中国科学院光电所)

〔提要〕本文描述了Ⅱ类线性数字随动系统的校正装置的数学模型，建立了该系统的状态变量的差分方程，并且在此基础上编制了计算机辅助设计程序（略）。利用这个程序，对于给定的装置的一般动态特性，可由计算机直接给出Ⅱ类线性随动系统校正装置参数、系统对于典型输入作用下的输出和误差随时间的变化。最后，给出一个具体例子说明计算机辅助设计方法。

问题的提出

图1表示一个包含计算机的数字随动系统的方框图。图中，保持电路是寄存器和数模转换器，它做为零阶保持电路的传递函数具有下列形式：

$$G_n(s) = (1 - e^{-Ts})/s \quad (T = \text{采样周期}) \quad (1)$$

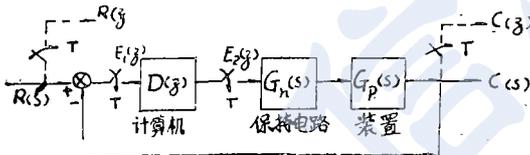


图1 数字随动系统方框图

装置是电动机及其驱动的负载和速度反馈控制回路，它的传递函数一般具有下列形式：

$$G_p(s) = K/s(s + \omega_1)(s + \omega_2) \quad (2)$$

$$\text{或 } G_p(s) = K/s \left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\zeta \frac{s}{\omega_n} + 1 \right) \quad (3)$$

我们设计的任务在于：对于给定的装置的动态特性和采样周期，设计由计算机实现的校正装置 $D(z)$ ，使所设计的系统为一个Ⅱ类系统，即跟踪斜坡输入无稳态误差，而且在采样间隔内无波纹和具有较快速响应性能。

完成这样的设计任务，并且绘制出系统对

于典型输入（如阶跃、斜坡函数、正弦函数）作用下的输出和误差随时间变化的曲线，不管是采用 z 变换或 w 变换方法，都需要进行比较繁复的计算。本文描述了Ⅱ类线性数字随动系统的校正装置的数学模型，建立了该系统的状态变量的差分方程，并且在此基础上编制了计算机辅助设计程序（略）。利用这个程序，对于给定装置的一般动态特性，可由计算机直接给出Ⅱ类线性数字随动系统的校正装置参数、系统对于典型输入作用下的输出和误差随时间的变化。这样一来，就大大简化和加速了这类问题的计算。

校正装置数学模型的建立

在下列各式中，我们用 $G(z)$ 代表系统连续部分的

脉冲传递函数，用 $\phi(z)$ 和 $1 - \phi(z)$ 分别代表系统闭环脉冲传递函数以及系统的误差脉冲传递函数。首先我们写出校正装置的脉冲传递函数 $D(z)$ 等式子：

* 本文于1978年11月14日收到。

$$D(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{\phi(z)}{1 - \phi(z)} \quad (4)$$

$$G(z) = z[G_n(s)G_p(s)] \quad (5)$$

$$\phi(z) = C(z)/R(z) = G(z)D(z)/[1 + G(z)D(z)] \quad (6)$$

$$1 - \phi(z) = E_1(z)/R(z) = 1/[1 + G(z)D(z)] \quad (7)$$

从(4)式可见,建立校正装置 $D(z)$ 的数学模型,可归结为确定 $G(z)$ 、 $\phi(z)$ 和 $1 - \phi(z)$ 。

G(z) 的确定 一般,采样周期 T 是选定的,而装置的动态特性 $G_p(s)$ 可以通过动态试验决定,即 K 、 ω_1 和 ω_2 也为已知。于是,可以求出 $G(z)$ 。这里分两种情况求取,即在公式(2)中(1) $\omega_1 \neq \omega_2$ 的情况

$$\begin{aligned} G(z) &= Z[G_n(s)G_p(s)] \\ &= \frac{KT}{\omega_1\omega_2} \frac{1}{z-1} - \frac{K(\omega_1 + \omega_2)}{(\omega_1\omega_1)^2} \\ &\quad + \frac{K}{\omega_1^2(\omega_2 - \omega_1)} \frac{z-1}{(z - e^{-\omega_1 T})} \\ &\quad - \frac{K}{\omega_2^2(\omega_2 - \omega_1)} \frac{z-1}{(z - e^{-\omega_2 T})} \end{aligned} \quad (8)$$

引入下列符号表达式:

$$C_0 = KT/\omega_1\omega_2 \quad (9)$$

$$C_1 = K(\omega_1 + \omega_2)/(\omega_1\omega_2)^2 \quad (10)$$

$$C_2 = K/\omega_1^2(\omega_2 - \omega_1) \quad (11)$$

$$C_3 = K/\omega_2^2(\omega_2 - \omega_1) \quad (12)$$

$$C_4 = e^{-\omega_1 T} \quad (13)$$

$$C_5 = e^{-\omega_2 T} \quad (14)$$

$$D_1 = C_0 + C_1 + C_1C_4 + C_1C_5 + C_3C_4 + 2C_3 - 2C_2 - C_2C_5 \quad (15)$$

$$D_2 = C_2 + 2C_2C_5 - C_3 - 2C_3C_4 - C_1C_4 - C_1C_5 - C_1C_4C_5 - C_0C_4 - C_0C_5 \quad (16)$$

$$D_3 = C_0C_4C_5 + C_1C_4C_5 + C_3C_4 - C_2C_5 \quad (17)$$

由此得出 $G(z)$ 的一般形式:

$$G(z) = \frac{D_1x_1x_2z^{-1}\left(1 - \frac{1}{x_1}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{x_2}z^{-1}\right)}{(1-z^{-1})(1-C_4z^{-1})(1-C_5z^{-1})} \quad (18)$$

$$\text{这里 } x_{1,2} = \frac{D_1}{2D_3} \left[-\frac{D_2}{D_1} \pm \sqrt{\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 - 4\frac{D_3}{D_1}} \right] \quad (19)$$

(2) $\omega_1 = \omega_2$ 的情况

$$\begin{aligned} G(z) &= Z[G_n(s)G_p(s)] \\ &= \frac{KT}{\omega_1^2} \frac{1}{z-1} - \frac{2K}{\omega_1^3} \\ &\quad + \frac{KT}{\omega_1^2} \frac{(z-1)e^{-\omega_1 T}}{(z - e^{-\omega_1 T})^2} \\ &\quad + \frac{2K}{\omega_1^3} \frac{z-1}{z - e^{-\omega_1 T}} \end{aligned} \quad (20)$$

引入下列符号表达式:

$$C_0 = KT/\omega_1^2 \quad (21)$$

$$C_1 = 2K/\omega_1^3 \quad (22)$$

$$C_4 = e^{-\omega_1 T} = C_5 \quad (23)$$

$$D_1 = C_0 - C_1 + C_1C_4 + C_0C_4 \quad (24)$$

$$D_2 = C_1 - 4C_0C_4 - C_1C_4^2 \quad (25)$$

$$D_3 = C_0C_4^2 + C_1C_4^2 + C_0C_4 - C_1C_4 \quad (26)$$

由此得出 $G(z)$ 的一般形式:

$$G(z) = \frac{D_1x_1x_2z^{-1}\left(1 - \frac{1}{x_1}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{x_2}z^{-1}\right)}{(1-z^{-1})(1-C_4z^{-1})^2} \quad (27)$$

$$\text{式中 } X_{1,2} = \frac{D_1}{2D_3} \left[-\frac{D_2}{D_1} \pm \sqrt{\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 - 4\frac{D_3}{D_1}} \right] \quad (28)$$

$\phi(z)$ 和 $1 - \phi(z)$ 的确定 所希望的 $\phi(z)$ 和 $1 - \phi(z)$ 应该满足下面的条件:

(1) 实现设计所要求系统的校正装置 $D(z)$ 具有如下形式:

$$D(z) = \frac{A_0 + A_1z^{-1} + A_2z^{-2} + A_3z^{-3} + \dots}{1 + B_1z^{-1} + B_2z^{-2} + B_3z^{-3} + \dots} \quad (29)$$

(2) 装置 $G(z)$ 的位于单位圆外的所有零点和极点不应该被 $D(z)$ 所抵消。

(3) 前向传递函数 $G(z)D(z)$ 必需能够产生和设计输入函数相同的稳态连续输出,这样才能实现对设计输入无稳态误差的跟踪。例如,对于斜坡形式的设计输入,要求 $G(z)D(z)$ 中必需包含两个积分环节。

(4) $\phi(z)$ 的零点必需包含 $G(z)$ 的全部零点。根据上述条件, $\phi(z)$ 和 $1-\phi(z)$ 应具有下面的形式:

$$\phi(z) = \left(1 - \frac{1}{x_1}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{x_2}z^{-1}\right) \\ (a_1z^{-1} + a_2z^{-2}) \quad (30)$$

$$1 - \phi(z) = (1 - z^{-1})^2(1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2}) \quad (31)$$

为找出 (30)、(31) 式中的系数 a_1 、 a_2 、 b_1 和 b_2 , 将两式等号右边的因式乘积展开成多项式, 使两式中的 $\phi(z)$ 相等, 并令 z^{-1} 的同次幂项系数相等, 从而解出 a_1 、 a_2 、 b_1 和 b_2 。它可归纳为求解下面的联立方程式 (32)。从该联立方程式可以解出四个系数 a_1 、 a_2 、 b_1 和 b_2 。

$$\left. \begin{aligned} 1 \times a_1 + 0 \times a_2 + 1 \times b_1 + 0 \times b_2 &= 2 \\ -\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right)a_1 + 1 \times a_2 - 2 \times b_1 + 1 \times b_2 &= -1 \\ \left(\frac{1}{x_1 x_2}\right)a_1 - \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right)a_2 + 1 \times b_1 - 2 \times b_2 &= 0 \\ 0 \times a_1 + \left(\frac{1}{x_1 x_2}\right)a_2 + 0 \times b_1 + 1 \times b_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

校正装置 $D(z)$ 的数学模型 将 (18) 式或者 (27) 式、(30) 式、(31) 式以及系数 a_1 、 a_2 、 b_1 和 b_2 数值代入 (4) 式, 便得出校正装置 $D(z)$ 中的参数值:

$$D(z) = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + A_3 z^{-3}}{1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + B_3 z^{-3}} \quad (33)$$

式中

$$A_0 = a_1 / D_1 x_1 x_2 \quad (34)$$

$$A_1 = A_0 \left(\frac{a_2}{a_1} - C_4 - C_5 \right) \quad (35)$$

$$A_2 = A_0 \left(C_4 C_5 - \frac{a_2 C_4}{a_1} - \frac{a_2 C_5}{a_1} \right) \quad (36)$$

$$A_3 = A_0 \left(\frac{a_2 C_4 C_5}{a_1} \right) \quad (37)$$

$$B_1 = b_1 - 1 \quad (38)$$

$$B_2 = b_2 - b_1 \quad (39)$$

$$B_3 = -b_2 \quad (40)$$

系统的输出和误差

系统对于给定输入作用下的输出可由系统的闭环脉冲传递函数找出。系统对于给定输入作用下的误差可由系统的误差脉冲传递函数找出。

系统的输出 系统的闭环脉冲传递函数由 (30) 式给出:

$$\phi(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \left(1 - \frac{1}{x_1}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{x_2}z^{-1}\right) \\ (a_1z^{-1} + a_2z^{-2}) \\ = Az^{-1} + Bz^{-2} + Cz^{-3} + Dz^{-4} \quad (41)$$

由它得出系统的输出状态变量的时间差分方程:

$$C(k) = AR(k-1) + BR(k-2) + CR(k-3) \\ + DR(k-4) \quad (42)$$

式中

$$A = a_1 \quad (43)$$

$$B = a_2 - a_1 \frac{1}{x_1} - a_2 \frac{1}{x_2} \quad (44)$$

$$C = a_1 \frac{1}{x_1 x_2} - a_2 \frac{1}{x_1} - a_2 \frac{1}{x_2} \quad (45)$$

$$D = a_2 \frac{1}{x_1 x_2} \quad (46)$$

而 $C(k)$ 为第 k 个采样时刻的系统输出。

$R(k-i)$ 为第 $(k-i)$ 个采样时刻的系统输入。

系统的误差 系统的误差脉冲传递函数由 (31) 式给出:

$$1 - \phi(z) = \frac{E_1(z)}{R(z)} = (1 - z^{-1})^2(1 + b_1z^{-1} \\ + b_2z^{-2}) \\ = 1 + Pz^{-1} + Qz^{-2} + Jz^{-3} + Lz^{-4} \quad (47)$$

由它得出误差状态变量的时间差分方程:

$$e_1(k) = R(k) + PR(k-1) + QR(k-2) \\ + JR(k-3) + LR(k-4) \quad (48)$$

式中:

$$P = b_1 - 2 \quad (49)$$

$$Q = b_2 - 2b_1 + 1 \quad (50)$$

$$J = b_1 - 2b_2 \quad (51)$$

$$L = b_2 \quad (52)$$

而 $e_1(k)$ 为第 k 个采样时刻的系统误差。

计算机辅助设计程序

将上述的确定线性数字随动系统校正装置 $D(z)$ 、系统对于典型输入（单位阶跃、斜坡函数、正弦函数）作用下的输出 $C(k)$ 和误差 $e(k)$ 的全部计算，编制成了 BASIC 算法语言的计算机辅助设计程序（略），其程序框图如附录 2 所示。这样一来，设计计算可以完全由计算机实现。设计者按照数据表格填入初始数据，并穿入纸带，输入机器。计算机直接打印出校正装置 $D(z)$ 的参数 (A_0 、 A_1 、 A_2 、 A_3 、 B_1 、 B_2 和 B_3)，并打印出对于典型输入作用下的输出 $C(k)$ 和误差 $e(k)$ 。如果计算机配有 $x-y$ 绘图仪，可直接绘出 $C(k)$ 和 $e(k)$ 的响应曲线。

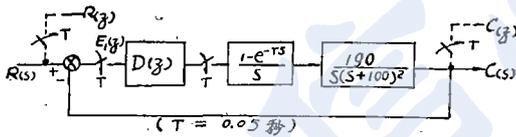


图 2 线性数字随动系统的例子

表 I

参 数	数 值	说 明
采样周期 T	0.05 秒	
装置增益 K	190 1/秒	
装置转频率 ω_1	100 1/秒	$\omega_1 = \omega_2$
装置转接频率 ω_2	100 1/秒	
单位阶跃 $R(t) = 1$		
斜坡函数 $R(t) = t$		
等效正弦函数	E_0 80°	$\Omega_{max} = 20^\circ/\text{秒}$
$E_0 \text{SIN } W_0 t$	W_0 0.25 ¹ /秒	$e_{max} = 5^\circ/\text{秒}^2$

图 2 表示一个线性数字随动系统。我们将各个已知数据填入一定格式的表内（如表 I 所示）

计算机直接打印出 II 类系统校正装置 $D(z)$ 的具体参数：

$$D(z) = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + A_3 z^{-3}}{1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + B_3 z^{-3}}$$

$$A_0 = 17.1564; \quad B_1 = -0.47417;$$

$$A_1 = -10.1985; \quad B_2 = -0.520059;$$

$$A_2 = 0.135097; \quad B_3 = -5.77068 \times 10^{-3}.$$

$$A_3 = -4.52515 \times 10^{-4};$$

并且给出对于下列典型输入

- (1) 单位阶跃 $R(t) = 1$
- (2) 斜坡函数 $R(t) = t$
- (3) 等效正弦函数 $R(t) = E_0 \text{SIN}(W_0 t)$

$$W_0 = \frac{\epsilon_m}{\Omega_m} = \frac{5^\circ/\text{秒}}{20^\circ/\text{秒}} = 0.25 \text{ 1/秒}$$

$$E_0 = \frac{\Omega_m}{W} = \frac{20^\circ/\text{秒}}{0.25 \text{ 1/秒}} = 80^\circ$$

作用下的系统输出和误差。计算机打印结果（略）。从结果数据可以看出：

- (1) 对单位阶跃输入 $R(t) = 1$ 的条件下，系统的最大超调 $\sigma_{max} = 50\%$ ，过渡过程时间 $t_s = 4T = 0.2$ 秒。
- (2) 对斜坡输入 $R(t) = t$ 的条件下，过渡过程时间 $t_s = 4T = 0.2$ 秒，系统稳态跟踪误差等于零。

(3) 对等效正弦输入 $R(t) = E \text{SIN}(W_0 t)$ 的条件下，最大跟踪误差 $e_{max} = \pm 70$ 角秒。

按照等速输入信号设计的系统，**讨论** 虽然满足无稳态误差、无波纹

和具有快速响应性能的要求，但对位置阶跃有相当大的超调，这在精密跟踪控制系统中往往是不允许的。为了使超调量减小又保持对等速输入信号无稳态误差和无波纹的要求，可以采用不同的方法。一种方法是在系统的闭环脉冲传递函数中引入惯性系数 (Staleness Coefficient)⁽¹⁾，这时 $\phi(z)$ 和 $1 - \phi(z)$

应具有下面的形式:

$$\phi(z) = \left(1 - \frac{1}{x_1}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{x_2}z^{-1}\right) \quad (53)$$

$$(a_1z^{-1} + a_2z^{-2}) / (1 - cz^{-1})$$

$$1 - \phi(z) = (1 - z^{-1})^2(1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2}) / (1 - cz^{-1}) \quad (54)$$

综合方法同原来完全一样。惯性系数 c 的数值根据过渡过程时间和超调量之间的平衡考虑来选择, 通常取 $c = 0.6$ 。这种方法是以前加长过渡过程时间为代价来改善过渡过程超调特性, 但不能彻底解决问题。另外一种改善超调的方法, 是在实际的数字随动系统的校正装置中采用转换程序的方法⁽²⁾, 这如图 3 所示。图

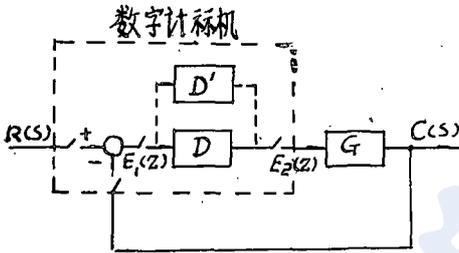


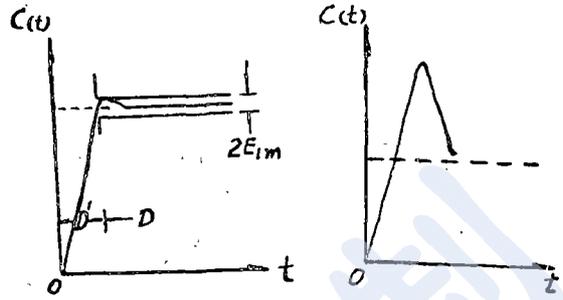
图 3 有转换程序 $D'(z)$ 的数字随动系统方框图

中的 $D(z)$ 是按上述的跟踪等速信号设计, 而 D' 是按跟踪位置阶跃信号设计。图中 $D'(z)$ 和 $D(z)$ 不是并联, 而是交替工作的。系统刚接入时, 相当于加一位置阶跃, 这时接入 $D'(z)$ 过渡程序, 等误差减小到一定程度再转换到正常跟踪程序。两个程序的切换由误差大小控制:

$|E_1(j)| > E_{1m}$, 接 $D'(z)$ 过渡程序

$|E_1(j)| \leq E_{1m}$, 接 $D(z)$ 跟踪程序

式中 E_{1m} 可限制很小, 一般取 $E_{1m} \leq 0.05$ 。因为要等误差小到等于 E_{1m} 时才接 $D(z)$ 程序, 这时即使超调量为 100%, 最多等于 E_{1m} , 不会超出规定的误差范围, 如图 4 所示。由小型计算机来实现数字校正装置时, 这个问题是容易解决的。 $D'(z)$ 的计算比较简单, 它的公式及推导和“计辅”程序在附录 1 给出。



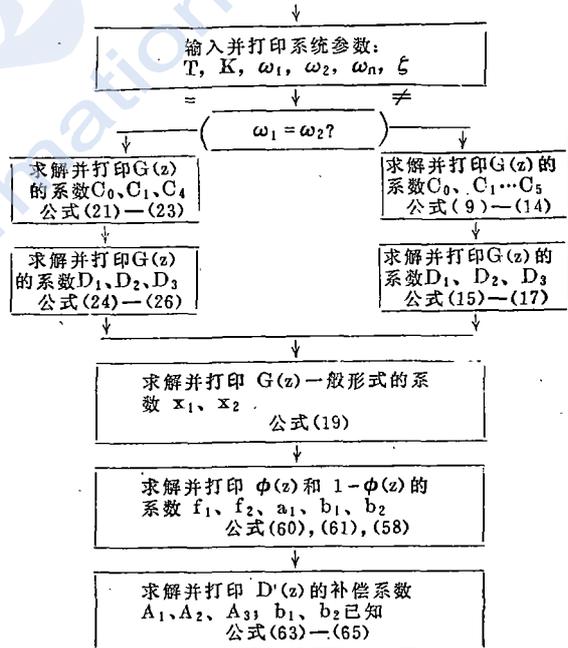
(a) 接 D' (b) 不接 D'

图 4 接转换程序以减小超调量

结束语

本文所介绍的线性数字随动系统的计算机辅助设计方法和程序, 大大简化了设计和分析计算, 并且可以考虑状态变量初始条件的影响。在此基础上不难实现系统在不同工作方式和工作方式转换过程中的变结构或变参数的计算机辅助设计。

附录 1 过渡程序 $D'(z)$ 的设计



决定过渡程序 $D'(z)$ 的程序框图

* 本文的程序部分由王世华同志编排, 限于容量略去。

对于位置阶跃输入设计 $D'(z)$ 时, 可以采用主模型法⁽¹⁾, 即指定闭环传递函数的一对主极点来实现近似的二阶系统设计。

$$D'(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{\phi(z)}{1 - \phi(z)} \quad (55)$$

这里 $G(z)$ 仍具有原来的一般形式 (公式18或27)。而 $\phi(z)$ 和 $1 - \phi(z)$ 应具有下列形式:

$$\phi(z) = \frac{a_1 z^{-1} \left(1 - \frac{1}{x_1} z^{-1}\right) \left(1 - \frac{1}{x_2} z^{-1}\right)}{1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2}} \quad (56)$$

$$1 - \phi(z) = \frac{(1 - z^{-1})(1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})}{1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2}} \quad (57)$$

用前述同样的方法, 将两式等号右边因式乘积展开成多项式, 使两式中的 $\phi(z)$ 相等, 并令 z^{-1} 的同次幂项系数相等, 从而解出 a_1 、 b_1 和 b_2 值。它可归为求下面的联立方程式:

$$\left. \begin{aligned} a_1 + b_1 + 0 \times b_2 &= f_1 + 1 \\ - (1/x_1 + 1/x_2) a_1 - b_1 + b_2 \\ &= f_2 (1/x_1 x_2) a_1 + 0 \times b_1 - b_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

公式 (56) 和 (57) 中的 $(1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2})$ 为主模型共轭极点的 z 变换。 f_1 和 f_2 由所希望的二阶系统的 ζ 和 ω_n 值决定。决定主模型响应的 z 变换式为:

$$\begin{aligned} z[s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2] &= z[(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_0^2] \\ &= 1 - 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_0 T z^{-1} + e^{-2\zeta\omega_n T} z^{-2} \end{aligned} \quad (59)$$

把 (59) 式和 $(1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2})$ 比较得出:

$$f_1 = -2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_0 T \quad (60)$$

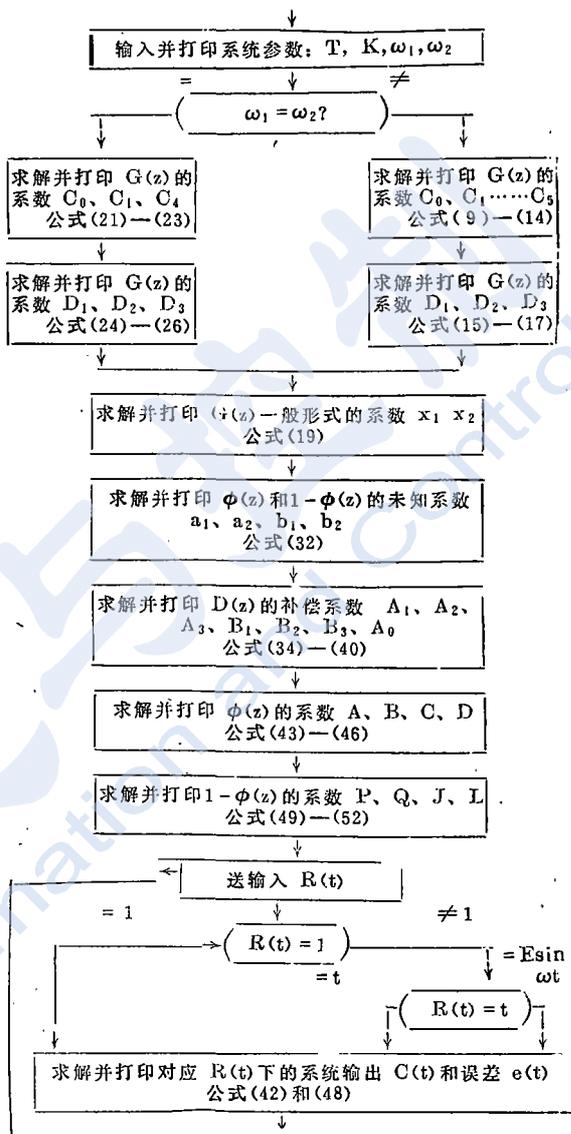
$$f_2 = e^{-2\zeta\omega_n T} \quad (61)$$

式中 ζ 是阻尼因子; T 是采样周期 (秒); $\omega_0 = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$; ω_n 是非阻尼谐振频率 (弧度/秒)。通常选择 $\zeta = 0.707$, $\omega_n = (5 \sim 12)$ 弧度/秒。

这样, 按照公式 (55) 就可推导出 $D'(z)$:

$$D'(z) = \frac{a_1 (1 - C_4 z^{-1})(1 - C_5 z^{-1})}{D_1 x_1 x_2 (1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})}$$

附录2 程序框图



$$= \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad (62)$$

$$\text{式中 } A_0 = a_1 / D_1 x_1 x_2 \quad (63)$$

$$A_1 = - (C_4 + C_5) A_0 \quad (64)$$

$$A_2 = C_1 C_5 A_0 \quad (65)$$

C_4 、 C_5 和 D_1 由前面公式 (13)、(14)

(下转 2 页)

的解 $y_k(t)$ 。

例如, 原文中一个例子, 信号定义为 $s_k(t) \triangleq 0$ 或 $t^2 \exp(-10t^2)$, 则相应的 $\phi(t) = 2(1-10t^2)/t$, 假设干扰 $y_k(t) = \sin \pi t + \sin(\pi t/2 + 30^\circ) - \sin(\pi t/3 + 60^\circ)$, 输入信号 $U_a(t) = y_k(t) + s_k(t)$ 为已知, 其中 $y_k(t)$ 不知道, 也不知道 $s_k(t)$ 到底是不是 0。

由上述原理可构造一阶微分方程

$$\begin{cases} Y' - \phi(t)Y = U_a'(t) - \phi'(t)U_a(t) \\ Y(0) = U_a(0), Y'(0) = U_a'(0) \end{cases}$$

现采用数值解法。这里数值求解, 步长 h , 求解的第一步实际是解族 $Y = U_a(t) + c s_k(t)$ 中所有解的近似值。在步长 h 很小时, 对于一阶算法, 解近似是 $Y(t) = y(t) - [y''(0)/s''(0)] \cdot s(t)$ 。

对于高阶算法, 也很少是 $y(t)$ 。本例中 $s''(0) = 2$, 而 $y''(0) = -0.28$ 。这里虽不是一阶算法, 但由于正巧干扰在 0 点的二阶导数值很小, 于是这里判决结果是对的也就不奇怪了。在一般情况下, 没有理由认为 $y''(0)$ 总比 $s''(0)$ 小, 所以这样判决错误概率很大。对本题, 如果干扰 $y(t) = 3\cos \pi t$ 或 $y(t) = (t+1)^3 \exp(-10t^2)$ 时的判决, 就不一定对了, 在有信号时, 也判为 0。

原文后面的例子, 使用其它方法处理信号, 例如对矩形信号采用抽样办法; 对 $s_a(bt)$ 取频谱的办法。由于前者对经滤波后的函数求导后抽样, 同时也就消去了具有这一特征的干扰成分。后者 $s_a(bt)$ 信号用 Fourier 级数, 并强调 $k\omega_0 \neq b$, 这样, 在有限时间间隔内 $\sin k\omega_0 t$ 与 $\sin bt$ 不再是正交的, 当然信号在 $\sin k\omega_0 t$ 上也有某种分量, 若专门除去 $k\omega_0 \approx b$ 的那一 Fourier 项, 实际上也就是复杂化的频谱法, 当然用频谱法有很多简单办法, 但都是统计接收的内容。原文中最后一个例子同样是不能定唯一解的。

目前信号估值, 是在尽量突出信号特征及在干扰与信号特征相同的情况下, 从能量关系上采用合理的方法达到 Shannon-Hartly 定律⁽²⁾⁽³⁾的理想传输速率和减小误差概率。

由以上分析可以得出结论: 如果仅利用构造微分方程来消去信号, 那么信号也就是微分方程的通解型式, 在信号未知的情况下, 无法确定方程的唯一解或逐步逼近这个唯一解, 除非有能够从没有唯一解的方程中解出真实噪声 $y_k(t)$ 的算法存在, 否则瞬态检测理论是很难实现的。由于作者水平有限, 难免有错误和不妥的地方, 望大家批评指正。

参 考 文 献

- [1] 赵子亮, 信息与控制, 第9卷 第1期, 1980年, PP.15~37。
- [2] 罗斯, A.M., 信息与通信理论, 钟义信等译, 1979。
- [3] Lathi, B.P., 通信系统, 路卢正译, 1976。
- [4] ANGOT, A., 电工、电信工程师数学, 谢祥麟等译, 1979。
- [5] Gear, C.W., 常微分方程初值问题的数值解法, 费景高等译, 1978。

(上接45页)

和 (15) 决定。

按照 $D'(z)$ 设计的系统超调量约为 5% (对应 $\zeta = 0.707$)。

$D'(z)$ 的计算机辅助设计程序和确定 $D(z)$ 的“计辅”程序几乎是相同的, 如上图所示。

参考文献

- [1] Compensation for Dynamics in Digital control Control Engineering, MAY 1964. p109
- [2] 戴世宗, 数字随动系统, 科学出版社, 1976年。