

一种具有抑制噪声性质的极点配置自校正控制器*

郑 勤

(中国科学技术大学)

〔摘要〕本文提出了一种新的极点配置自校正控制算法。它具有以下三个特点：1) 除了配置系统的闭环极点外，还可抑制噪声对系统输出的干扰；2) 与其他极点配置自校正控制算法相比，本算法所需的计算量大为减少；3) 理论上可得到算法的收敛性结果。该算法已在实际系统中得到了成功的应用。

一 前 言

极点配置自校正控制器在最近几年里得到了很大的发展，出现了许多自校正算法^[1,2]，但现有的各种自校正控制算法还存在一些不够完善之处。首先，由于这种控制器的控制目的是配置系统的闭环极点，所以，在控制器的设计过程中，对如何减少噪声对系统输出的干扰这个问题没有特别加以考虑；第二，计算量比较大，难以实时控制；第三，理论上不够完善，如现有的各种算法都没有收敛性证明。所以说，极点配置自校正控制器的理论和应用都不太成熟，有待于进一步发展。

二 算 法

设所研究的系统由下面方程描述。

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (1)$$

其中 $y(t)$ 为输出量， $u(t)$ 为控制量， $e(t)$ 为零均值白噪声且与 t 时刻以前（不包括 t 时刻）的控制 $u(t)$ 无关。

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n}$$

$A(q^{-1})$ ， $C(q^{-1})$ 为稳定多项式， $b_0 \neq 0$ ， q^{-1} 为延后一步算子。

对上述系统如采用如下控制律

$$u(t) = -\frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})}y(t) + \frac{G_1(q^{-1})}{F_1(q^{-1})}y_r(t) \quad (2)$$

(其中 $y_r(t)$ 为参考输入， $G(q^{-1})$ ， $F(q^{-1})$ ， $G_1(q^{-1})$ ， $F_1(q^{-1})$ 为四个适当次数的多项式。) 则可得闭环方程

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \quad (3)$$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (4)$$

其中

$$y_1(t) = \frac{q^{-k}B(q^{-1})}{F_1(q^{-1})} \times \frac{G_1(q^{-1})F(q^{-1})}{(A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-k}B(q^{-1})G(q^{-1}))} y_r(t) \quad (5)$$

为跟踪参考输入部分；

$$y_2(t) = \frac{C(q^{-1})F(q^{-1})}{A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-k}B(q^{-1})G(q^{-1})} e(t) \quad (6)$$

为噪声所引起的扰动部分；

$$u_1(t) = \frac{A(q^{-1})}{F_1(q^{-1})} \times \frac{F(q^{-1})G_1(q^{-1})}{(A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-k}B(q^{-1})G(q^{-1}))} y_r(t) \quad (7)$$

为跟踪参考输入所需的控制量；

$$u_2(t) = -\frac{G(q^{-1})C(q^{-1})}{A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-k}B(q^{-1})G(q^{-1})} \times e(t) \quad (8)$$

为抑制噪声干扰所需的控制量。

为对于参考输入实现极点配置，应使下式成立^[2]。

* 收到本文的时间是1984年10月30日，

$$y_1(t) = \frac{q^{-k}B(q^{-1})Z(q^{-1})}{T(q^{-1})} y_r(t) \quad (9)$$

其中 $T(q^{-1})$, $Z(q^{-1})$ 由设计者给定, 它们决定了系统对于参考输入的极点和部分零点。这里我们假设系统的开环零点都是希望的闭环零点。如此假设不成立时, 可采用如下两种方法: 1) 假设原系统为最小相位系统, 我们可取 $T = T'B$ 。由式 (9) 可知, 此时闭环传递函数为 $q^{-k}Z(q^{-1})/T'(q^{-1})$, 从而实现了零点配置。2) 如原系统是非最小相位系统, 可将 B 分解为稳定部分 B^+ 和不稳定部分 B^- , 取 $T = T'B^+$, 此时闭环传递函数为 $q^{-k}B^-Z/T'$, 从而实现了部分零极点配置。

为减少噪声对系统输出的干扰, 应使指标函数

$$J = E\{(y_2(t+k))^2 + (\tilde{\lambda} u_2(t))^2\} \quad (10)$$

最小。其中 $\tilde{\lambda}$ 为某一常数。

由参考资料^[*]可知, 选取如下的控制器参数, 可达到上述两个目的。

$$G(q^{-1}) = \bar{G}(q^{-1}) \quad (11)$$

$$F(q^{-1}) = B(q^{-1})\bar{F}(q^{-1}) + \lambda C(q^{-1}) \quad (12)$$

$$F_1(q^{-1}) = T(q^{-1})F(q^{-1}) \quad (13)$$

$$G_1(q^{-1}) = Z(q^{-1})C(q^{-1})(\lambda A(q^{-1}) + B(q^{-1})) \quad (14)$$

其中 $\bar{F}(q^{-1})$, $\bar{G}(q^{-1})$ 由下面方程解得。

$$A(q^{-1})\bar{F}(q^{-1}) + q^{-k}\bar{G}(q^{-1}) = C(q^{-1}) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \deg F(q^{-1}) &= k-1, \deg \bar{G}(q^{-1}) \\ &= \max(n_s - 1, n_c - k), \lambda = \tilde{\lambda}^2/b_0 \end{aligned}$$

于是, 我们可以得到下面的显式自校正控制算法。

1) 在时刻 t , 用递推推广最小二乘法辨识系统 (1) 的参数 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 得到估计值 $\hat{A}_t(q^{-1})$, $\hat{B}_t(q^{-1})$, $\hat{C}_t(q^{-1})$ 。

$$\begin{aligned} 2) \text{ 由方程 } \hat{A}_t(q^{-1})\bar{F}_t(q^{-1}) + q^{-k}\hat{G}_t(q^{-1}) \\ = \hat{C}_t(q^{-1}) \end{aligned} \quad (16)$$

解得 $\bar{F}_t(q^{-1})$, $\hat{G}_t(q^{-1})$, 其中 $\deg \bar{F}_t(q^{-1}) = k-1$, $\deg \hat{G}_t(q^{-1}) = \max(n_c - k, n_s - 1)$, 然后计算 $\hat{F}_t(q^{-1}) = \bar{F}_t(q^{-1})\hat{B}_t(q^{-1}) + \lambda\hat{C}_t(q^{-1})$ (17)

$$\bar{F}_{1,t}(q^{-1}) = T(q^{-1})\hat{F}_t(q^{-1}) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} G_{1,t}(q^{-1}) = Z(q^{-1})\hat{C}_t(q^{-1})(\lambda\hat{A}_t(q^{-1}) + \\ + \hat{B}_t(q^{-1})) \end{aligned} \quad (19)$$

式 (17), (19) 中的 λ 的选取准则是使 $\lambda A(q^{-1}) + B(q^{-1})$ 成为一个稳定多项式 (见参考资料^[*])。对于最小相位系统, 我们可取 $\lambda = 0$ 。

$$\begin{aligned} 3) \text{ 记由方程 } u(t) = -\frac{\hat{G}_t(q^{-1})}{\hat{F}_t(q^{-1})} y(t) + \\ + \frac{\hat{G}_{1,t}(q^{-1})}{\hat{F}_{1,t}(q^{-1})} y_r(t) \text{ 得到的 } u(t) \text{ 为 } M_1, \end{aligned}$$

则取 t 时刻的控制量为

$$u(t) = \begin{cases} M_1 & \text{如果 } |M_1| \leq M \\ \text{sgn}(M_1) \cdot M & \text{如果 } |M_1| > M \end{cases}$$

其中 M 为一考虑工程上对控制量所加的限制而给定的正数。

此控制器具有“结合型”性质, 即兼有极点配置自校正控制器和最优型自校正控制器的特点。对于参考输入, 系统具有所希望的闭环极点, 这有利于利用工程师们的实际经验设计出一个满意的跟踪系统。而对于噪声, 控制器使 (10) 式的指标函数 J 达到了最小, 从而减小了噪声对输出的影响, 提高了跟踪精度。

本算法的另一优点是计算量小。一般的极点配置自校正控制器在每一采样周期内要解一个形如 $A(q^{-1})F(q^{-1}) + B(q^{-1})G(q^{-1}) = T(q^{-1})C(q^{-1})$ 的多项式方程^[2], 这相当于解一组 $n_s + n_c + k$ 维的线性方程组。当原系统的

[*] 郑勤的“一种新的自校正控制算法及其在密封舱温度自适应控制系统中的应用”, 中国科技大学技术报告, 1984年。

阶数较高时,其计算量是很大的。在本算法中,这个方程被简化为 $A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^k G(q^{-1}) = C(q^{-1})$, 我们只需用 $A(q^{-1})$ 除以 $C(q^{-1})$, 得到的 $k-1$ 阶商式即为 $F(q^{-1})$, 余式为 $q^{-k}G(q^{-1})$, 另外方程 (12), (13), (14) 也只需经过几次多项式乘法即可得到。所以,同其他极点配置自校正控制算法相比,本算法所需的计算量大为减少,从而提高了控制器的实时控制能力。

在本算法中,我们假设时延 k 是已知的。如果 k 事先并不知道时,我们可按 $k=1$ 的情形设计控制器(见参考资料[*])。这样做的结果有可能使系统失去抑制噪声的能力。但系统的跟踪性质并不会受到影响。也就是说,当时延 k 事先不知道时,控制器同样可达到极点配置的目的。

由方程 (3) 和方程 (11)~(15) 可知,系统的理想闭环方程为

$$y(t) = \frac{q^{-k}B(q^{-1})Z(q^{-1})}{T(q^{-1})} y_r(t) + \frac{F(q^{-1})}{\lambda A(q^{-1}) + B(q^{-1})} e(t) \quad (20)$$

设在相同的参考输入和噪声干扰情况下,理想系统 (20) 的输出为 $y^*(t)$, 按上述自校正控制算法得到的输出为 $y(t)$, 则有以下收敛性定理。

定理 对系统 (1), 如采用本文所述的自校正控制算法,且满足

- 1) $y_r(t)$ 有界;
- 2) $1/C(q^{-1}) - 1/2$ 严格正实;
- 3) $\lim_{t \rightarrow \infty} P_t^{-1}/t > 0$, P_t 为递推增广最小二乘法中的增益矩阵;

4) λ 的选择使 $\lambda A(q^{-1}) + B(q^{-1})$ 为稳定多项式且 $\rho = 1$, ρ 为递推增广最小二乘法中的遗忘因子;

- 5) 对充分大的 t 有 $|u_t| < M$ 则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y^*(t) - y(t)) = 0 \quad a.s.$$

定理的证明可参见资料[*]。

三 例

下面给出计算机模拟的一个例子。

取被控系统为

$$(1 - 0.8q^{-1})y(t) = q^{-1}(1 + 0.7q^{-1})u(t) + (1 + 0.8q^{-1})e(t) \quad (21)$$

其中 $e(t)$ 为方差 $\sigma^2 = 0.12$ 的零均值白噪声,我们取参考输入为如图 1 所示的方波信号, $T(q^{-1}) = 1 - 0.5q^{-1}$, $Z(q^{-1}) = T(1)/B(1) = 0.3$ (实际应用时可取 $T(1)/\hat{B}_t(1)$), $\lambda = 0$ 。

系统的输出量 $y(t)$, 控制量 $u(t)$ 和控制器参数的收敛情况如图 1—5 所示。

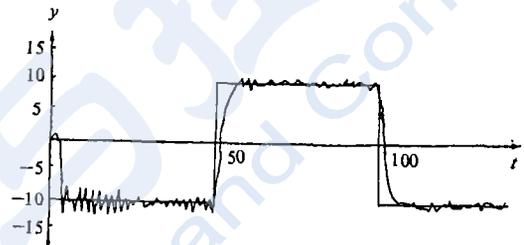


图 1

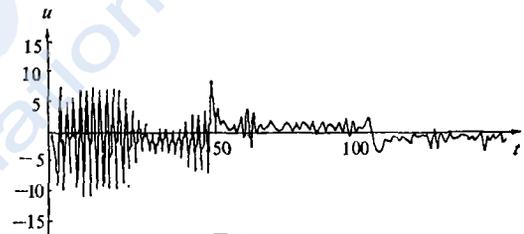


图 2

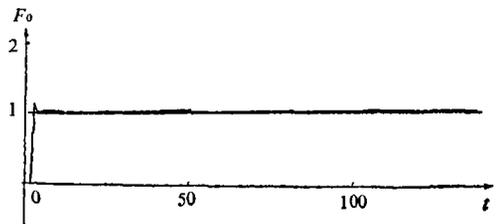


图 3

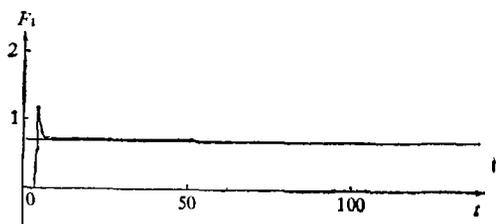


图 4

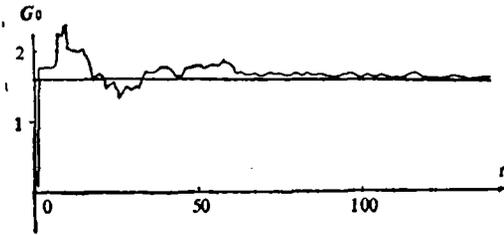


图 5

另外我们算得 $E\{(y_2(t))^2\} = 0.164$ 。

为作比较,我们对系统(21)采用文献[2]中所述的极点配置自校正控制算法,把系统对噪

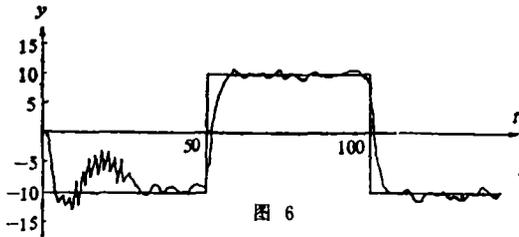


图 6

声的特征多项式也设成 $T(q^{-1}) = 1 - 0.5q^{-1}$, 得到的输出见图 6, 同时算得 $E\{(y_2(t))^2\} = 0.296$ 。

可见本算法在减少噪声干扰方面的效果是非常明显的。对非最小相位系统的模拟例子可参见资料[*]。

本文提出的算法在一密封舱温度自适应控制系统中已得到了成功的应用。

参 考 文 献

- [1] 袁著社, 自校正控制器, 1983年。
- [2] Wellstead, P. E. and Sanoff, S. P., Extended Self-tuning Algorithm, Int. J. Control, 1981, Vol. 34, pp. 431-455.

《高校工业自动化专业研究生考题及题解汇编》征订启事

《电气传动》编辑部选编了近年来高等学校工业自动化等专业研究生考题, 并邀请著名教师(包括教授)精心撰写题解。

考题由清华大学、浙江大学、西安交通大学、东北工学院、北京邮电学院、福州大学、华东师范大学等十余所院校提供。内容包括: 电工基础、电机、电子技术基础、自动控制原理、数字电路、计算机原理等。内容丰富, 解题详细, 为教师和学生的良师益友。字数在十万字以上, 16开本。预计在85年10月出书。由《电气传动》编辑部发行。定价每本1.55元, 二十本以上每本收1.50元(均包括邮费), 需购买者请向该编辑部索取订单。地址: 天津市河东区二号桥天津电气传动设计研究所情报室。

is discussed in this paper. The results of [1] are extended to a class of reduced-order case. A scheme of pole-assignment of the reduced-order observers is proposed. An example and simulation results are given. It turns out that when the pole-assignment of a reduced-order observer is carried out, the fast response (and the noise restriction) and the robustness of the system must be considered simultaneously. (p.22)

A Pole-assignment Self-tuning Controller with Noise-reduction Property

Zheng Qin

This paper proposed a new pole-assignment self-tuning algorithm which features as following, (1) In addition to assign the closed-loop poles of the system it can also reduce the disturbance of noise; (2) Comparing with other pole-assignment self-tuning algorithms, it needs less computation; (3) Convergence results of the algorithm can be obtained theoretically. The algorithm has been successfully applied to a temperature control system. (p.27)

Load Modelling and Forecasting of Power System

Li Hongxin

Yi Yunwen

Power system load forecasting using stochastic system state model identification technique is proposed. First, a power system load model is presented with a relation analysis method for determining its order and estimating its parameters. Then Kalman Filter theory is used to obtain one-day-ahead load forecasting in various period. In this paper, the data used for modelling, forecasting and error analysis are real load values from the north-east power system during the period of 1982-1984, calculation was performed on PDP-11/23. (p.31)

A Problem of the Use Rate and Inventory Management of Coking Coal

Zhang Styng et al.

In an enterprise a large amount of coking coal is needed every year. Since the receipt rate of each month is not even, a certain inventory is necessary for regulation. The monthly inventory level fluctuates abruptly in a year, therefore the average inventory is high which is about 250 thousands tons. This leads to the overstock of a great deal of coal and thereby a considerable amount of circulating fund lies idle. In addition, some storage cost is spent and inventory loss is caused. In this paper, in accordance with specific conditions in production, we present a management programme of the coal. We treat the use rate and inventory management problem as an optimal control of a discrete system for the purpose to guarantee the service, reduce the stock level, save energy resources and improve the economic benefit. (p.35)