命误差为 1 而求出方框图传递函数

——单位误差法——

蒋 卡 林

〔提要〕第 1 节，按照一般教科书，把与传递函数有关的符号和定义说明一下；第 2、3 两节介绍笔者提出的单位误差法，其要点用波纹线标明；第 4 节是一段答疑。

* * *

这篇短文是笔者二十年前提出来的*，现在再发表一下，也许对一般青年学生或教师有些益处。

§1 符号和定义

大家知道，线性定常系统，当初始条件为零时，输出量拉氏变换与输入量拉氏变换之比，定义为传递函数。

讨论传递函数时，要牵涉下列量：

R(s)——Reference Signal，参考信号，输入信号；

C(s)——Controlled Variable，控制变量，输出信号；

N(s)——Noise，噪声，任何干扰量；

E(s)——Error，误差；

G(s)——Gain，增益，正向环节的传递函数；

H(s)——反馈环节的传递函数。

常用到的传递函数是下面的一些比：C(s)/R(s)，E(s)/R(s)，C(s)/N(s)，E(s)/N(s)。

§2 无扰动闭环系统

闭环系统的传递函数公式非常多，如：

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)},\qquad \frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1}{1+G(s)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+H(s)G(s)},\qquad \frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1}{1+H(s)G(s)}$$

这些公式都不必死记，也不必推导，可看图写出。方法是（见图1）：在脑里，认为E(s)＝1，于是C(s)＝G(s)，R(s)＝E(s)＋B(s)＝1＋G(s)H(s)。于是，可立即写出传递函数：

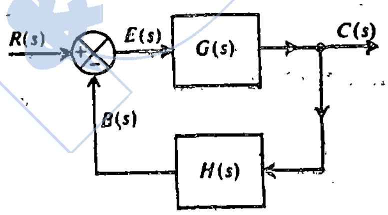

图 1　单回路反馈系统

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1}{1+G(s)H(s)}$$

遇到图 2 所示的多回路反馈系统时，可命最内回路误差为 1，然后一步一步地写出整

* 于1958年3月9日挂号邮寄给某委员会负责同志。

个系统的传递函数。例如，可写出图2系统的传递函数：

$$\frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1+G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)H_1(s)+G_2(s)G_3(s)H_2(s)+G_3(s)G_4(s)H_3(s)}$$

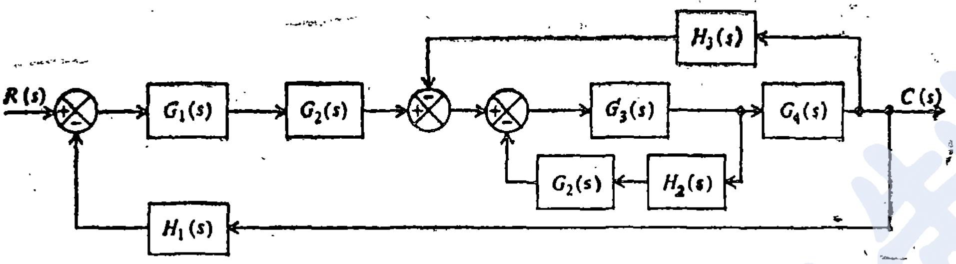

图2. 多回路反馈系统

§3 有扰动闭环系统

一个有扰动的闭环系统也可以用图1表示。我们把$G(s)$分成为$G_A(s)$和$G_B(s)$，分别代表扰动点前的传递函数和扰动点后的传递函数。扰动量用$N(s)$表示。

设单独存在扰动，并认为扰动作用点后边的误差为1。于是，对于单独存在扰动时的情况，可写出$C(s)=G_B(s)$，$N(s)=1-G_B(s)[-H(s)]G_A(s)=1+G_B(s)H(s)G_A(s)$，于是，可立即写出扰动量至输出量的传递函数：

$$\frac{C_N(s)}{N(s)}=\frac{G_B(s)}{1+G_B(s)H(s)G_A(s)}=\frac{G_B(s)}{1+G(s)H(s)}$$

同理，还可以导出其它一些传递函数。

§4 结 束 语

1. 本文内容仅仅是一个小小的技巧。当然，求极复杂系统的传递函数时，还要依靠讯流图、MASON法则以及各种结构变换。

2. 当图1内的G写成M/D时，也可命误差为D，而迅速地写出$C/R=M/(D+MH)$。

3. 本文内容属数学技巧，不必追究物理意义。

4. 从物理意义上说，$E(s)=1$表示一个单位脉冲$\delta(t)$，而

$$G(s)=\frac{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots\cdots+a_0}{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots\cdots+b_0}$$

$$=\frac{a_n s^{n-m}+a_{n-1}s^{n-1-m}+\cdots\cdots+a_0 s^{-m}}{b_m+b_{m-1}s^{-1}+\cdots\cdots\cdots\cdots+b_0 s^{-m}}=\frac{M(s)}{D(s)}$$

中的$D(s)$被指定为$E(s)$时，则相当于误差函数

$$e(t)=b_m\delta(t)+b_{m-1}1(t)+\cdots\cdots\cdots+b_0 t^{m-1}/m!$$