

# 计算机辅助带时延多变量系统的离散控制设计\*

恽源世

詹宏

(中国科技大学十系)

(中国科学院沈阳自动化研究所)

〔摘要〕 本文将Smith预估技术与逆Nyquist阵列法结合对多时延多变量对象进行离散控制系统设计, 采用这种方法设计出的控制器易用计算机实现, 系统仿真结果也是令人满意的。

## 一 前言

旨在解决工业多变量控制系统设计的现代频域法在国外得到了广泛的应用, 实践表明该方法是很见成效的。在我国, 现代频域法CAD程序包也已出现, 并开始转向实际应用。

现代频域法要求被设计对象的传递函数矩阵是有理形式的, 而在工业过程控制系统中, 大量对象都带有时间延迟, 对于这类对象模型中的纯延迟项一般可采用Padé近似有理化。不过当纯延迟时间较大时, 为达到一定的精度必须采用较高阶的有理近似, 这样就大大地增加了系统设计的复杂性。而且, 众所周知, 此时若采用常规的反馈控制也难以获得满意的性能。

对单变量系统, 一种较成熟的解决办法是采用Smith预估器补偿。Alevisakis和Seborg (1973, 1974) 已将其推广到带单一时延的多变量系统。Ogunnaike和Ray (1979, 1982) 又进一步扩展于带多时延的多变量系统。不过后者的方法和CAD程序是用于连续系统设计的, 且仅适用于具有非重实极点的对象。

本文推导了带多时延的多变量对象, 采用Smith预估补偿的离散控制系统设计方法。其优点是所设计的控制器容易实现, 且可适用于一般对象。CAD程序是逆Nyquist阵列(INA)程序包的直接扩展, 其既可对无时延的多变量对象进行连续或离散控制系统设计, 也可对带时延的多变量对象进行常规的或带补偿的离散控制系统设计。

## 二 设计原理

一个带时延对象的常规离散控制系统如图1。

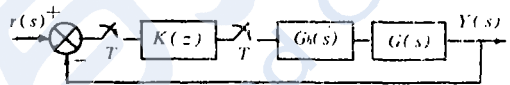


图1 常规的多变量离散控制系统框图

其中,  $G(s) = \{g_{ij}(s)e^{-\tau_{ij}s}\}$  为  $m \times m$  对象传递矩阵;  $G_h(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot I_m$  为零阶保持器矩阵;  $K(z)$  为  $m \times m$  数字控制器矩阵;  $T$  为同步采样时间。

$G(s)$  中第  $j$  个输入和第  $i$  个输出之间的纯延迟时间是  $\tau_{ij}$ 。其可能是控制时延, 也可能是测量时延, 或者二者兼而有之, 在数学上都可把它作为控制时延来处理。对文献〔8〕的最小实现算法加以扩展, 可得到的  $G(s)$  的最小实现状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \sum_{j=1}^m B_j u_j(t - \beta_j) \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

其中  $u_j(t - \beta_j) \triangleq [u_j(t - \tau_{1j}), \dots, u_j(t - \tau_{mj})]^T$ 。由于带有零阶保持器, 可得离散状态方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = \phi x(k) + \sum_{j=1}^m \psi_j u_j(k - \alpha_j) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (2)$$

\* 收到本文的时间是1985年2月6日。

其中  $\phi = e^{AT}$ ;  $\psi_j = \int_0^T e^{A(T-t)} dt B_j$ ;

$$u_j(k - \alpha_j) \triangleq [u_j(k - \tau_{1j}/T), \dots, u_j(k - \tau_{mj}/T)]^T.$$

设  $G^*(s) = G(s) \Big|_{\tau_{ij} = 0}$ , ( $i, j = 1, 2, \dots$ ,

$m$ ), 则其相应的离散状态方程为

$$\begin{cases} x^*(k+1) = \phi x^*(k) + \sum_{i=1}^m \psi_i u_i(k) \\ y^*(k) = Cx^*(k) \end{cases} \quad (3)$$

令方程 (2), (3) 对应的  $z$  域传函矩阵分别为  $G(z)$  及  $G^*(z)$ , 则前者为带零阶保持器对象  $G(s)$  的  $z$  域传函矩阵, 后者为对象无时延时的  $z$  域传函矩阵。

由与图 1 等效的  $z$  域框图图 2 容易看出, 该系统的特征方程为  $|I_m + G(z)K(z)| = 0$ , 其中包含有时延。

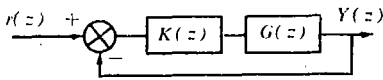


图 2 等效的  $z$  域框图

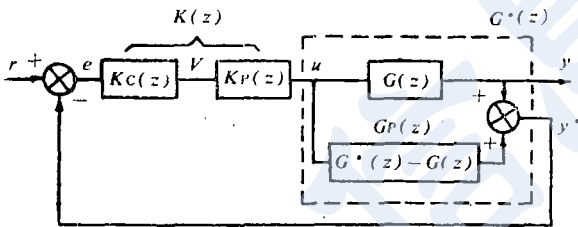


图 3 用 Smith 原理补偿的  $z$  域框图

采用 Smith 原理进行补偿后, 对象  $G(z)$  变为等效的无时延对象  $G^*(z)$  (图 3 中虚线框表示)。由于此时有

$$\begin{aligned} y^*(z) &= G^*(z)K(z)[I + G^*(z)K(z)]^{-1}r(z) \\ &= G^*(z)u(z) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{所以 } y(z) = G(z)u(z) = G(z)K(z)[I + G^*(z)K(z)]^{-1}r(z) \quad (5)$$

由 (5) 式可看出, 经补偿后闭环系统的特征方程已变为  $|I_m + G^*(z)K(z)| = 0$ 。由于已不包含有时间延迟, 因此控制器增益可以提高, 系统的性能可望得到改善。

离散 Smith 预估算法可从方程 (2), (3) 直接导出。令  $v(k) = x^*(k) - x(k)$ ,  $z(k) =$

$y^*(k) - y(k)$ , 则由 (3) - (2) 便可得出时延补偿器  $G_p(z)$  的离散状态方程为

$$\begin{cases} v(k+1) = \phi v(k) + \sum_{i=1}^m \psi_i [u_i(k) - u_i(k - \alpha_i)] \\ z(k) = Cv(k) \end{cases} \quad (6)$$

对于经补偿后得到的等效无时延对象  $G^*(z)$  现在可以用 INA 法来进行设计<sup>[6,7]</sup>。首先对  $G^*(z)$  施行双线性变换 ( $z = (1+w)/(1-w)$ ) 得到  $G^*(w)$ , 然后在虚拟频域 ( $W$  域) 可直接利用连续系统的 INA 法程序进行设计。预补偿器  $K_p(w)$  用以使  $Q(w) = G^*(w)K_p(w)$  达到对角优势, 再对  $Q(w)$  的对角元素设计单变量控制器  $K_c(w) = \text{diag}\{K_{c_i}(w)\}_{m \times m}$ ; 最后令  $K(w) = K_p(w)K_c(w)$ , 并对其施行双线性反变换 ( $w = (z-1)/(z+1)$ ) 即可得到离散控制器  $K(z)$ 。将其表达成状态方程形式为

$$\begin{cases} w(k+1) = \phi_k w(k) + \psi_k E(k) \\ u(k) = C_k w(k) + D_k E(k) \end{cases} \quad (7)$$

其中  $E(k) = r(k) - y(k) - z(k)$  (8)

方程 (6), (7) 和 (8) 即为最终的离散控制算法, 其控制框图如图 4, 虚线框内可由计算机实现。

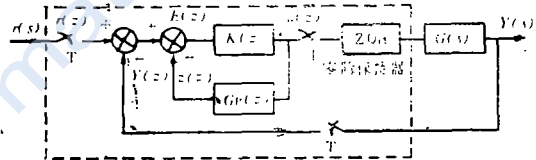


图 4 带时延多变量对象的离散控制系统框图

### 三 CAD 程序

用于多变量连续控制系统设计的 INA 法程序已在中国科技大学建立, 本文的程序工作是在此基础上的扩展, 该程序原理框图如图 5 所示。其左半部分是原有的连续系统设计部分, 对此不再加以说明; 右半部分是扩展的离散系统设计部分, 本节将作简要说明。

在键入采样时间  $T$  后, 若令  $s = 0$ , 便可对无时延对象或有时延已作有理化处理的对象按常规反馈控制系统设计。对于由  $G(s)$  经过一系列数据变换后得出的  $G(w)$  可利用连续系统

INA法程序进行设计,虚线框2中的程序可完全利用框图1的程序。然后利用离散系统仿真程序对闭环输出进行仿真,不满意时可进行返回修改。当令  $s = 1$  时,可对时延对象进行本文介绍的补偿设计。键入时延矩阵  $TD = \{\tau_{ij}\}_{m \times m}$

数据后,便可得出时延补偿器方程;然后转对等效无时延对象进行上述常规设计。不同的是,当输出  $y^*$  响应较满意后还需对实际输出  $y$  的响应进行仿真。倘若也较满意便可结束;否则可再对  $K_c(w)$  (或  $K_p(w)$ ) 作修正,然后直接对  $y$  进行仿真(此时  $s_T = 1$ ),直到可以接受。

### 四 设计举例

考虑一个甲醇水分离的二元蒸馏塔<sup>[2]</sup>,这是许多文献研究过的典型的二输入二输出系统。输出  $y_1$  和  $y_2$  是塔顶和塔底馏出物的甲醇克分子量,输入  $u_1$  和  $u_2$  分别为塔顶回流量和再沸器蒸汽流量。

对象模型为

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-s}}{21.0s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-s}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

若设采样时间  $T = 1$  分,则对  $G(s)$  利用最小实现程序并进行离散化等步骤后得时延补偿方程

$$\begin{aligned} v(k+1) &= \begin{bmatrix} .954 & .756 \times 10^{-2} \\ -.316 \times 10^{-1} & .921 \\ .948 & -.268 \\ .624 \times 10^{-11} & .923 \end{bmatrix} v(k) + \\ &+ \begin{bmatrix} .509 \times 10^{-10} & .728 \times 10^{-11} \\ -.248 \times 10^{-1} & -.146 \times 10^{-10} \\ .744 & -.387 \\ -.931 \times 10^{-9} & .579 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} u_1(k) - u_1(k-1) \\ u_1(k) - u_1(k-7) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -.116 \times 10^{-3} \\ .315 \times 10^{-3} \\ -.945 \times 10^{-2} \\ -.130 \times 10^{-1} \end{bmatrix} \times \\ &\times [u_2(k) - u_2(k-3)] \\ z(k) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & .678 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} v(k) \end{aligned} \quad (10)$$

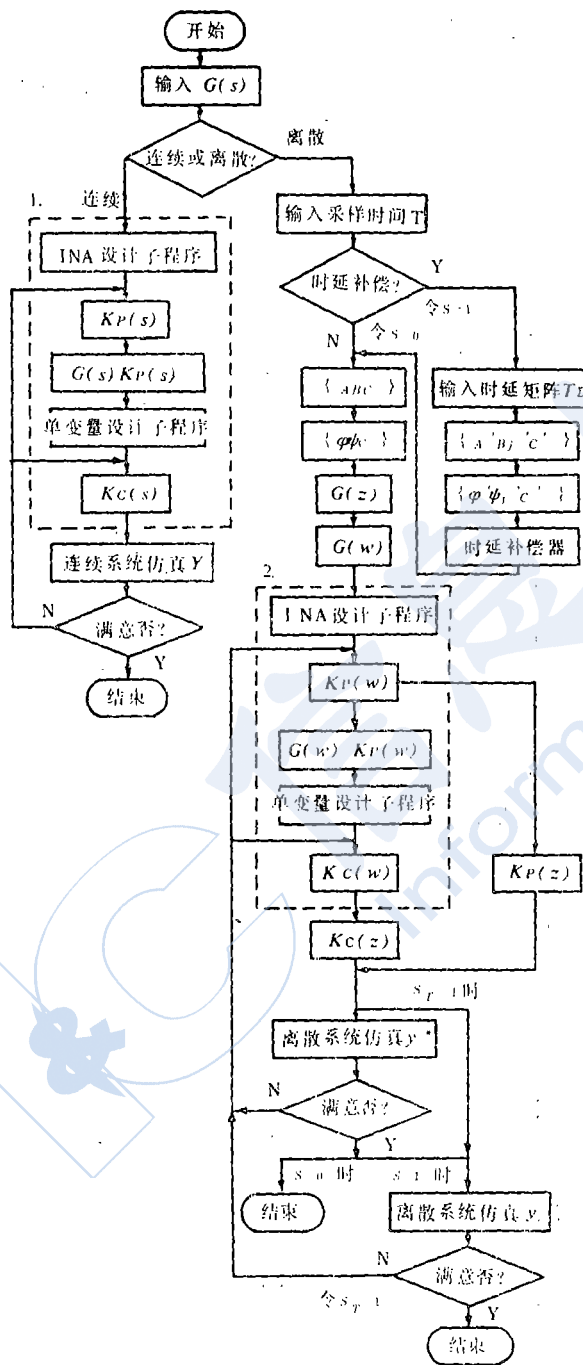


图5 INA设计程序包框图

同时对 $G^*(s)$ 进行一系列数据变换可得

$$G(w) = \begin{pmatrix} \frac{.912 \times 10^{-2} + .374w - .383w^2}{.712 \times 10^{-3} + .537 \times 10^{-1}w + w^2} & & \\ & \frac{.105 \times 10^{-1} + .292w - .303w^2}{.159 \times 10^{-2} + .805 \times 10^{-1}w + w^2} & \\ & & \frac{-.135 \times 10^{-1} - .436w + .450w^2}{.712 \times 10^{-3} + .537 \times 10^{-1}w + w^2} \\ & & & \frac{-.309 \times 10^{-1} - .642w + .673w^2}{.159 \times 10^{-2} + .805 \times 10^{-1}w + w^2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

对 $G(w)$ 可利用连续系统INA法程序设计控制器 $K(w)$ 。首先从 $\hat{G}(j\omega_w)$ 对角元素的Gershgorin带可以看出该系统有较强耦合(见图6)。用准对角化程序可设计出一个常数预补偿控制器为

$$K_p = \begin{bmatrix} .3 & -.218 \\ .118 & -.179 \end{bmatrix} \quad (12)$$

画出 $\hat{Q}(j\omega_w) = \hat{K}_p \hat{G}(j\omega_w)$ 对角元素的Gershgorin-

rin带可明显看到,经补偿后的开环系统已取得很好的对角优势(见图7)。此时可对 $Q(w)$ 的

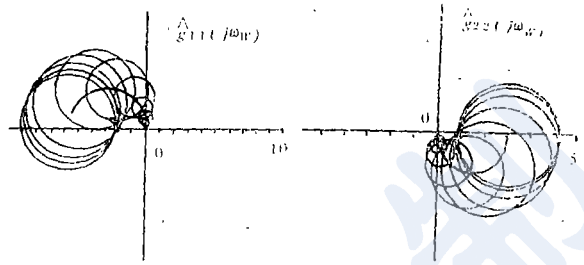


图6 原系统的Gershgorin带 ( $\omega_w = 0.15 \sim 15$ )

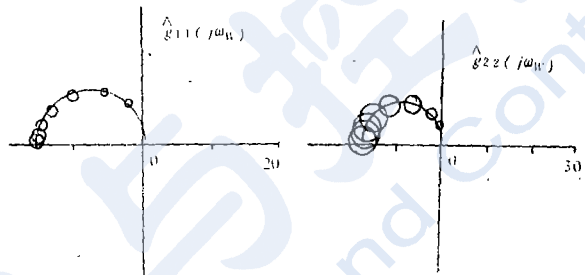


图7 补偿后系统的Gershgorin带 ( $\omega_w = 0.15 \sim 15$ )

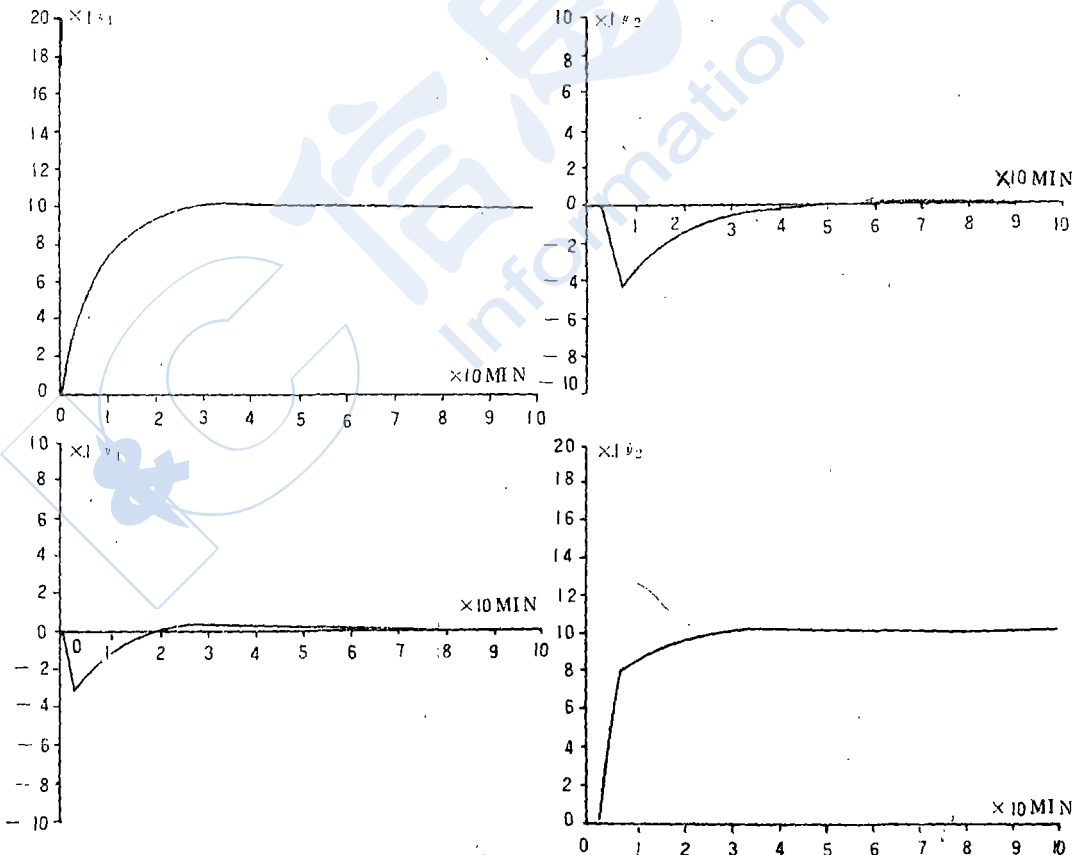


图8 输出 $y$ 的阶跃响应(上部为 $r_1$ 阶跃变化,下部为 $r_2$ 阶跃变化)

对角元素采用单变量设计技术设计出控制器为

$$K_c(w) = \begin{bmatrix} 1.8(20w+1)/20w & 0 \\ 0 & 3(33w+1)/33w \end{bmatrix} \quad (13)$$

尽管对 $y^*$ 的阶跃响应仿真表明系统的性能已相当好,但输出 $y$ 的仿真结果尚不够满意,为此,我们可进一步修改控制器。当将单变量控制器增益分别修正为0.7和1.0时,输出 $y$ 此时可得到比较满意的响应(见图8)。因此我们设计的控制器在经过双线性反变换后是

$$K(z) = K_p K_c(z) =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{-0.20 + 0.22z}{-1+z} & \frac{0.213 - 0.227z}{-1+z} \\ \frac{-0.08 + 0.09z}{-1+z} & \frac{0.175 - 0.185z}{-1+z} \end{pmatrix} \quad (14)$$

其状态方程形式为

$$\begin{cases} w(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} 0.07 & 0 \\ 0 & 0.061 \end{bmatrix} E(k) \\ u(k) = \\ = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.22 \\ 0.12 & -0.18 \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} 0.221 & -0.227 \\ 0.088 & -0.185 \end{bmatrix} E(k) \end{cases} \quad (15)$$

式(10)和(15)就是我们最终设计的离散控制器方程(即分别对应于图4中的 $G_p(z)$ 和 $K(z)$ )。

上例表明本文的设计方法是简单而有效的。由于采用时延补偿后闭环系统的特征方程中已不存在时延项,因此与常规控制手段相比是很优越的,图9的仿真结果证明了这一点。图中曲线(1)是上例设计的结果,曲线(2)是未经补偿但采用同一反馈控制器的响应。很明显,曲线(2)产生了振荡,如果要消除这种振荡,必须降低控制器增益,从而响应将变

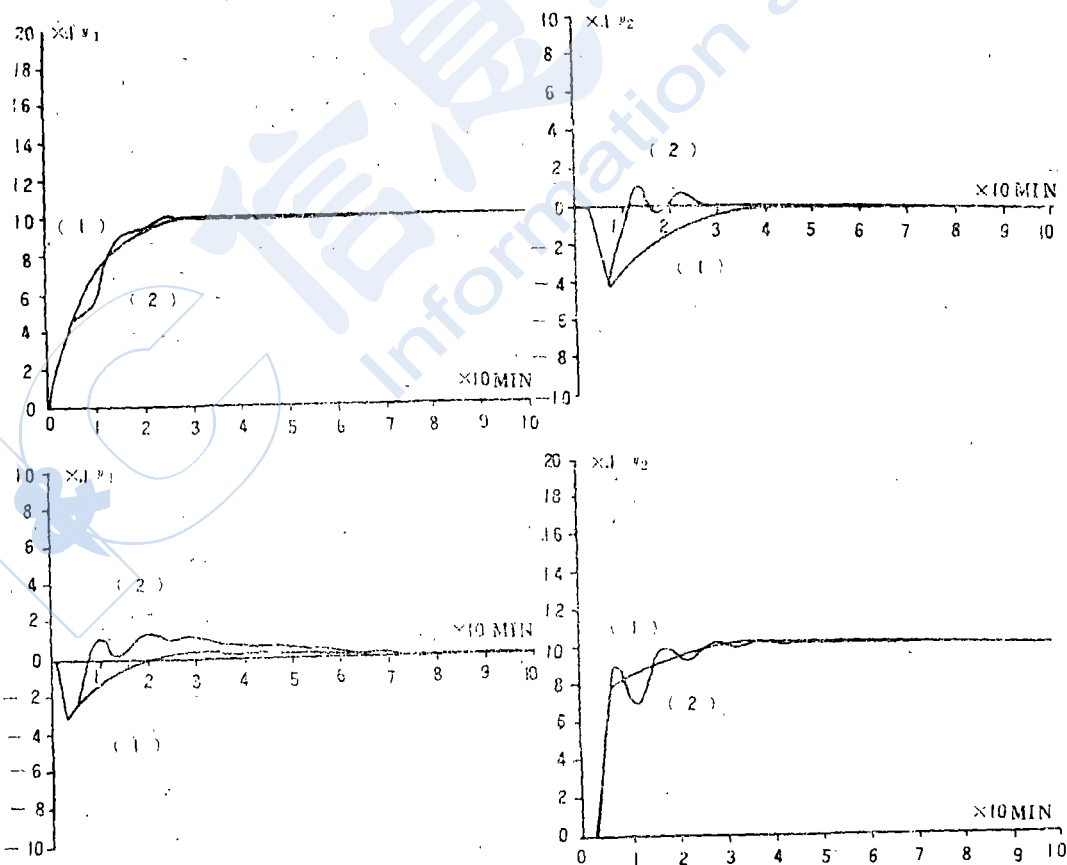


图9 带时延补偿与无时延补偿时的比较,曲线(1)为有时延补偿,曲线(2)为无时延补偿



慢。毋庸置疑,若对象时延越大,则补偿作用必将更显著。

在多时延情况下,  $y(s)$  和  $y^*(s)$  的响应可能有差别。但至少稳态 ( $s=0$  时) 它们是完全一致的, 即有  $y^*(0)=y(0)$ 。这相当于静态解耦的情况, 由于静态解耦仅是 INA 法设计的一种特例, 因此本文方法将有更多的设计自由度, 其显然优于静态解耦加时延补偿的设计方法。

## 五 结 论

生产的发展对控制提出了越来越高的要求, 控制理论和计算机的发展使其有可能实现。对于工业过程中大量存在的带时延的对象, Smith 补偿方法是一种较有效的控制手段。然而, 以往它在实际中应用得并不广泛, 重要原因之一是其补偿形式比较复杂, 难以用模拟装置实现。单变量系统尚且如此, 对于多变量系统其复杂性更不言而喻。文 [2] 中在将该方法推广到多变量系统时是按连续系统设计的, 其 CAD 程序仅适用于非重实极点对象; 这样可使 Smith 补偿的状态方程是对角的若当型实现, 从而使其复杂程度减少到类似于一组单变量 Smith 预估器。本文进一步推广到可对任意对象进行离散控制系统设计, 且 CAD 程序是与 INA 法程序有机地连在一起, 使设计者使用

起来更简单方便; 而设计出的离散 Smith 补偿器易用计算机实现, 且一台计算机可同时代替解耦补偿器和  $m$  台 PID 调节器。因此这种设计方法将更具有实用意义。

作者对中国科技大学系统与管理科学系仿真实验室的支持表示感谢, 同时感谢该系鲍远律同志的大力协助。

## 参 考 文 献

- [1] Ogunnaike, B.A. and W.H.Ray, Multivariable Controller Design for Linear Systems Having Multiple Time Delays, *AIChE.J.*, 1979, 25, 6, pp.1043-1056.
- [2] Ogunnaike, B.A. and W.H.Ray, Computer-aided Multivariable Control System Design for Processes with Time Delays, *Computers & Chem. Eng.*, 1982, 6, 4, pp.311-326.
- [3] Alevisakis, G. and D.E.Seborg, An Extension of the Smith Predictor Method to Multivariable Linear Systems Containing Time Delays, *Int.J. Control*, 1973, 3, 17, pp.541-551.
- [4] Alevisakis, G. and D.E.Seborg, Control of Multivariable Systems Containing Time Delays Using a Multivariable Smith Predictor, *Chem. Eng. Sci.*, 1974, 29, pp.373-380.
- [5] Rosenbrock, H.H., *Computer-aided Control System Design*, Academic Press, 1974.
- [6] Ibrahim, A. and N.Munro, Design of Sampled-Data Multivariable Control Systems Using the Inverse Nyquist Array, *Int. J. Control*, 1975, 22, pp.569-576.
- [7] 恽源世, 应用 INA 法的多变量采样控制系统设计, 全国第三次系统仿真学术会议论文, 1981。(内部资料)
- [8] 恽源世、鲍远律, 带时延传递矩阵的最小实现, 全国第四次系统仿真学术会议论文集, 1983。(内部资料)

(上接第61页) ( $\times 8$ ) 的活动 TV 图象。这在输入速度要求高, 图象来源困难的场合尤其适用。

IID-2 的成本并不高, 绝大多数元器件都能立足于国内生产, 它能作为一台通用外设与现有的微型计算机相配接, 而无须考虑机器及其所使用的 CPU 的类型, 这为数字图象处理的研究和推广应用创造了条件。

IID-2 的不足之处在于 8 位 A/D 的精度尚未达到实用要求。作者相信若采用进口高速 A/D 芯片, 则这个问题将迎刃而解。

本文作者特别感谢洪钟威教授、许鹤群老师等的悉心指导与热情帮助。

## 参 考 文 献

- [1] Hall, E.L., *Computer Image Processing and Recognition*, Academic Press, 1979.
- [2] Andrews, H.C., *Digital Image Processing*, IEEE Spectrum, April 1979, pp.38-49.
- [3] Kulpa, Z., *Universal Digital Image Processing Systems in Europe-A Comparative Survey*, *Digital Image Processing Systems, Lecture Notes in Comp. Sci.* 109, Springer-Verlag, Berlin, 1981, pp.1-20.
- [4] 洪钟威等, IP-80 小型图象处理系统及其在纺织工业中的应用, 华东纺织工学院学报, 1982 年第 2 期, pp.13-24.
- [5] 郑君兰, TV 图象输入装置, 计算机学报, 1983 年第 1 期, pp.42-52.

# ABSTRACTS

## Computer Aided Design for the Multivariable Discrete Control Systems with Time Delay Elements

*Yun yuanshi      Zhan hong*

A computer aided design method which combines the Smith's prediction technique and the inverse Nyquist array method is presented. The method can be used for designing discrete control systems of multivariable processes with multiple time delay elements. The derived controller structure is easy to be implemented on microcomputer. The simulation results are presented also. (p.1)

## A Study on Automatic Classification of Landsat CCT Data by the ISOMIX Method for the Vegetation Investigation of the Frigid Alpine Meadow

*Zhang Fuxiang*

A program of automatic classification based on the two threshold value ISOMIX method is presented. The program has been used to classify CCT data recorded by the No.2 Landsat, which scanned the Tianzhu area of Gansu Province. The obtained classified results were used to depict maps, which reflects the landforms and the vegetation distribution of the area perfectly. (p.7)

## The Analysis and Restraint of Oscillation for the Computer Control System with Nonlinear Elements

*Yang Mingzhen      Wang Yanxia*

Computer control systems with nonlinear elements (NCCS) are very tough to be described and analysed since the sampling and nonlinear elements are involved in the same system. Neither linear sampled theory nor continuous non-linear system analysis technique can be used to describe such a system properly. In this paper the method presented, however, is capable of describing NCCS in S Domain and analysing its oscillation. The range of application and the precision of the method is given. Simulation result for a practical example is cited to show the performance of the method, (p.13)