

# 具有可变参考模型的模型参考自适应控制系统

臧瀛芝 吴士昌 方敏

(东北重型机械学院自控系, 齐齐哈尔)

**提要** 本文提出一种具有可变参考模型的自适应控制系统的结构。系统采用双环控制。自适应环采用现有的稳定性方案。另外, 从参考模型的各状态引反馈信号到整个系统的输入端, 可改变参考模型的参数或使参考模型满足某一最优性能指标。参考模型的变化等效为系统参考输入的变化, 因而不影响自适应系统的稳定性。文中给出了仿真结果。同时指出这种结构在改进误差响应的动特性上具有一定的灵活性。

## 1 问题的提出

我们知道, 设计确定性最优控制系统需要具备两个条件: 第一, 要求确切知道被控对象的结构和参数; 第二, 要求被控制对象的状态可测。这两点在实际系统中都是难以达到的, 因而给最优控制的应用带来很大困难, 如不满足上述条件则设计出的最优控制系统难以达到预期的控制效果。

由于自适应控制系统的设计不要求被控对象更多的先验知识, 被控对象的参数可以是未知的或慢时变的。稳定的自适应控制方案保证在一定的假设条件下, 被控制对象的输出能较好地跟随参考模型的输出。即当参考输入为有界的分段连续的时间函数时, 有  $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$ 。

但是, 在以前设计的模型参考自适应控制系统中, 要求参考模型是线性时不变的, 根据被控对象所要达到的性能指标来确定其参数。由于这些参数都是确定的常数, 就使得我们所采用的性能指标往往是从古典控制理论的角度提出的, 难以使用最优指标设计参考模型, 而且在系统工作过程中, 各种指标是不可改变的。

既然按某种最优指标设计的参考模型往往不是线性时不变的, 如何使参数未知或慢时变的被控对象较好地跟随一个最优指标下的模型? 为了解决这个问题, 本文给出如下结构的模型参考自适应控制系统。

## 2 具有可变参考模型的 MRAC 系统的结构

由图 1 可见, 参考模型 (图 1 中的 A) 由

被跟随模型加反馈控制环实现。参考模型按照所要求的性能指标设计。被跟随模型是稳定的、线性时不变的, 其参数可以人为地确定。

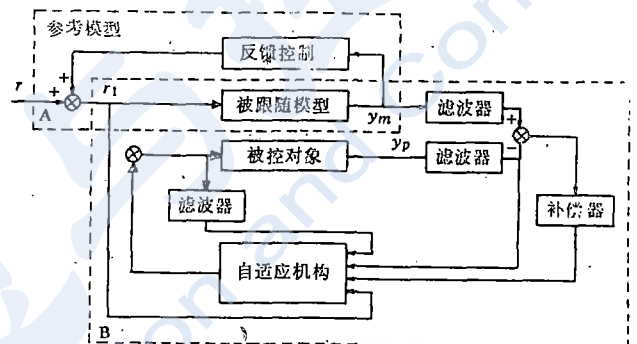


图 1 具有可变参考模型的 MRAC 系统结构

图 1 使用了双环控制。由被跟随模型的各个状态引出的反馈环, 可以实现某一指标下的最优参考模型, 也可以用来改变参考模型的极点。去掉这一反馈环, 系统就成为典型的模型参考自适应控制系统 (图 1 中的 B)。由于被跟随模型是线性时不变的, 自适应环的设计可采用现有的任何一种全局稳定的设计方法。

加进不同形式的反馈控制环后, 参考模型可以是线性或非线性时变的。但是, 参考模型的变化对图 1 中 B 部分 (MRAC 系统) 并无大的影响, 仅仅是参考输入  $r$  变为  $r_1$ 。参考模型的输出  $y_m(t)$  是有界的, 这在设计参考模型时完全可以保证, 而被跟随模型传递函数的分子和分母都是稳定的 Hurwitz 多项式, 因此可以保证  $r_1$  一定是有界的分段连续的时间函数。所

以, 参考模型和被控对象的输出误差仍趋于零, 即闭环系统是稳定的。

图 1 所示的结构实质上是将参考模型的变化转化为参考输入的变化。

### 3 仿真研究

这里给出两个仿真研究的例子。为简单起见, 被控对象和被跟随模型都是二阶有一个零点的系统。

#### 3.1 自适应控制器的设计

被跟随模型的方程为

$$D_m(s)y_m(t) = K_m N_m(s)r_1(t) \quad (1)$$

其中,  $D_m(s) = s^2 + a_1s + a_0$ ,  $N_m(s) = s + b_0$ ,  $y_m(t)$  是模型的输出,  $r_1(t)$  是参考输入。 $s = \frac{d}{dt}$  表示微分算子。 $D_m(s)$  和  $N_m(s)$  是 Hurwitz 多项式。 $a_0, a_1, b_0, K_m$  是任意确定的常数。

被控对象的方程为

$$D_p(s)y_p(t) = K_p N_p(s)u(t) \quad (2)$$

其中,  $D_p(s) = s^2 + a_1s + a_0$ ,  $N_p(s) = s + \beta_0$ ,  $y_p(t)$  是被控对象的输出,  $u(t)$  是控制输入。 $N_p(s)$  是 Hurwitz 多项式。 $a_0, a_1, \beta_0, K_p$  是未知常数或慢时变参数。

定义输出误差为  $e(t) = y_m(t) - y_p(t)$ 。

(1) 式减 (2) 式, 有

$$D_m(s)e = [D_p(s) - D_m(s)]y_p + K_m N_m(s)r_1 - K_p N_p(s)u \quad (3)$$

状态滤波器为  $\frac{1}{N_f(s)} = \frac{c_0}{s + c_0}$

其中  $c_0$  是任意确定的常数,  $c_0 > 0$ 。

由 (3) 可得

$$D_m e_f = (D_p - D_m)y_{pf} + K_m \frac{N_m}{N_f} r_1 - K_p N_p u_f \quad (4)$$

其中  $e_f = e/N_f(s)$ ,  $y_{pf} = y_p/N_f(s)$ ,  $u_f = u/N_f(s)$ 。

由 (4) 可得

$$D_m e_f = (D_p - D_m)y_{pf} + K_m \frac{N_m}{N_f} r_1 - K_p N_p u_f + K_p N_m u_f - K_p \frac{N_m}{N_f} u$$

令  $u = \frac{N_f}{N_m} u_1$ ,  $\frac{N_m}{N_f} r_1 = r_{1f}$ , 有

$$D_m e_f = (D_p - D_m)y_{pf} + K_p \frac{K_m}{K_p} r_{1f} + K_p (N_m - N_p)u_f - K_p u_1 \quad (5)$$

取  $u_1 = K_c r_{1f} - G(s)y_{pf} - K(s)u_f$  (6)

其中,  $G(s) = g_1s + g_0$ ,  $K(s) = K_0$ ,  $g_0, g_1, K_0, K_c$  是由自适应律调整的参数。(6) 代入 (5), 可得

$$D_m e_f = (D_p - D_m + K_p G)y_{pf} + K_p (N_m - N_p + K)u_f + K_p (\frac{K_m}{K_p} - K_c) r_{1f} \quad (7)$$

线性补偿器为  $D_c = d_1s + d_0$

令  $e_f D_c = v$ , 代入 (7) 得广义误差方程

$$u = \frac{D_c}{D_m} [(D_p - D_m + K_p G)y_{pf} + K_p (N_m - N_p + K)u_f + K_p (\frac{K_m}{K_p} - K_c) r_{1f}] \quad (8)$$

应用超稳定定理, 当满足下列条件时, 参数自适应控制系统是全局渐近超稳定的<sup>[1]</sup>。

- 传递函数  $D_c(s)/D_m(s)$  是严格正实的;

- 比例加积分自适应律为

$$\frac{d}{dt} K_c = r_{11} v r_{1f} + r_{12} \frac{d}{dt} (v r_{1f}) \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} g_1 = -r_{21} v s y_{pf} - r_{22} \frac{d}{dt} (v s y_{pf}) \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} g_0 = -r_{31} v y_{pf} - r_{32} \frac{d}{dt} (v y_{pf}) \quad (11)$$

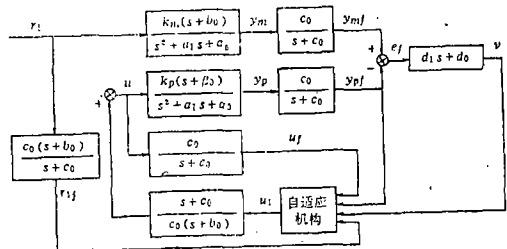


图 2 自适应控制器结构

$$\frac{d}{dt}K_0 \equiv -r_{41}vu_f - r_{42} \frac{d}{dt}(vu_f) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{控制输入 } u = & \frac{N_f}{N_m} (K_c r_{1f} - g_1 s y_{pf} - \\ & - g_0 y_{pf} - K_0 u_f) \quad (13) \end{aligned}$$

图2给出了自适应控制器的结构。

### 3.2 具有变参数参考模型的 MRACS 的仿真

参考模型如图3所示。

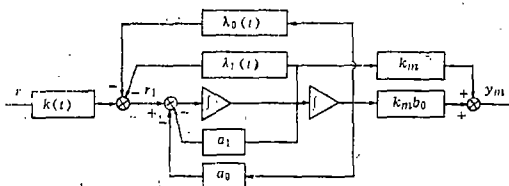


图3 参考模型框图

参考模型传函 =

$$= \frac{K(t)K_m(s+b_0)}{s^2 + [a_1 + \lambda_1(t)]s + [a_0 + \lambda_0(t)]}$$

通过改变 $K(t)$ ,  $\lambda_0(t)$ ,  $\lambda_1(t)$ , 可改变参考模型的极点和增益。

$$\text{被控对象传函} = \frac{s + 0.3}{s^2 + 1.5s + 0.5}$$

$$\text{被跟随模型传函} = \frac{2(s+2)}{s^2 + 2s + 5}$$

$$\text{参考模型 I 传函} = \frac{9(s+2)}{s^2 + 8s + 18}$$

$$\text{参考模型 II 传函} = \frac{6(s+2)}{s^2 + 7s + 12}$$

$$\text{状态滤波器传函} = \frac{3}{s+3}$$

为保证  $(d_1s+d_0)/(s^2+2s+5)$  严格正实, 取  $d_0=1$ ,  $d_1=1$ 。

采用图2的自适应结构和图3的参考模型, 数字仿真结果如图4。输入信号 $r$ 是幅值为1的方波。图4(a)是参考模型I, 参考模型II和未加控制时被控对象的输出响应; 图4(b)是加自适应控制后参考模型和被控对象的输出, 当时间 $t$ 在 $(0,3)$ ,  $(7,11)$ ,  $(15,19)$ ,  $(23,$

27)区间上, 被控对象跟随参考模型I, 当 $t$ 在 $(3,7)$ ,  $(11,15)$ ,  $(19,23)$ 区间上, 被控对象跟随参考模型II; 图4(c)是广义误差 $v$ 的曲线。从仿真结果可以看出, 模型参数的改变并不影响自适应系统的收敛性。

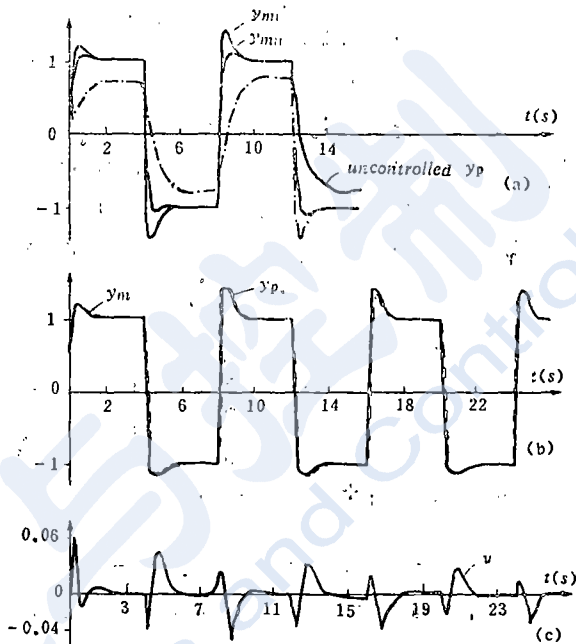


图4 采用图2结构和图3模型的数字仿真结果

### 3.3 按最优时间控制设计参考模型的 MRACS 的仿真

用极大值原理求时间最优的参考模型<sup>21</sup>, 要求模型从一个状态转移到另一状态时间最短。

$$\text{被跟随模型传函} = \frac{1.2(s+2.5)}{s^2 + 3s + 2}$$

用状态方程表示为

$$\dot{x} = Ax + Bu_r \quad (14)$$

$$\text{其 } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

指标泛函  $J = \int_0^{t_f} dt = t_f$ , 要求终端状态  $x_1(t_f) = x_2(t_f) = 0$ , 要使 $J$ 为极小, 就应使哈密顿函数 $H$ 极小。其

$$\begin{aligned} H = & 1 + \lambda^T (Ax + Bu_r) = 1 + \lambda_1 x_2 + \\ & + \lambda_2 u_r - 2 \lambda_2 x_1 - 3 \lambda_2 x_2 \end{aligned}$$

设约束条件为  $|u_r| \leq 1$ 。可求得最优控制输入为  $u_r^* = -\text{sgn } \lambda_2$ 。下面用  $x_1$  和  $x_2$  的相轨迹进行分析, 求  $u_r^*$ 。

状态方程 (14) 的解为

$$\begin{cases} x_1 = c_1 e^{-2t} + c_2 e^{-t} + u_r \\ x_2 = -2c_1 e^{-2t} - c_2 e^{-t} \end{cases}$$

$c_1, c_2$  为任意常数 (15)

求出状态轨迹为

$$\left( \frac{2x_1 + x_2 - 2u_r}{c_2} \right)^2 = - \frac{x_1 + x_2 - u_r}{c_1}$$

(16)

可见在  $x_1, x_2$  平面上, 状态轨迹是一组抛物线。由终端状态  $x_1 = 0, x_2 = 0$  可求切换线。

令  $t = 0, u_r = 1, x_1 = x_2 = 0$ , 由 (15) 求得  $c_1 = 1, c_2 = -2$ , 代入 (16), 得

$$\left( x_1 + \frac{1}{2}x_2 \right)^2 = x_1$$

令  $t = 0, u_r = -1, x_1 = x_2 = 0$ , 由 (15) 求得  $c_1 = -1, c_2 = 2$ , 代入 (16), 得

$$-\left( x_1 + \frac{1}{2}x_2 \right)^2 = x_1$$

图 5 中的 NOP 为切换曲线。

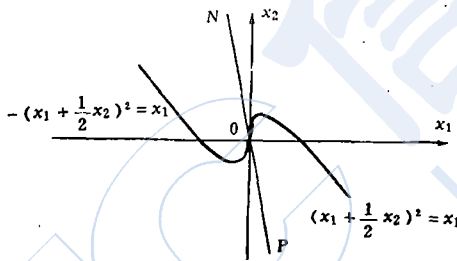


图 5 切换曲线

$$u_r^* = -\text{sgn} \left[ x_1 + \left| x_1 + \frac{1}{2}x_2 \right| \left( x_1 + \frac{1}{2}x_2 \right) \right]$$

时间最优的参考模型如图 6 所示。

采用图 2 所给的自适应结构和图 6 的参考模型, 仿真结果如图 7 所示。

$$\text{被控对象传函} = \frac{s + 0.3}{s^2 + 1.5s + 0.5}$$

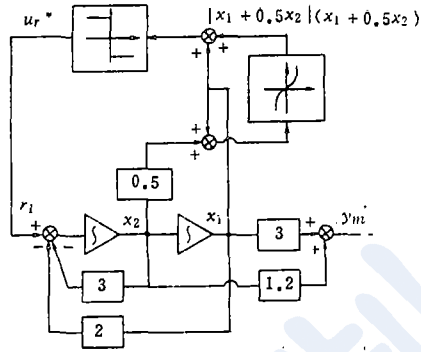


图 6 时间最优参考模型

图 7 (a) 是在自适应和最优控制下, 被控对象的输出  $y_p$  和参考模型的输出  $y_m$ 。当  $t$  在  $(0, 3), [6, 9)$  上,  $r_1 = r (r = 1)$ ,  $t$  在  $[3, 6), [9, 12)$  上,  $r_1 = u_r^*$ 。图 7 (b) 是广义误差  $v$  的曲线。

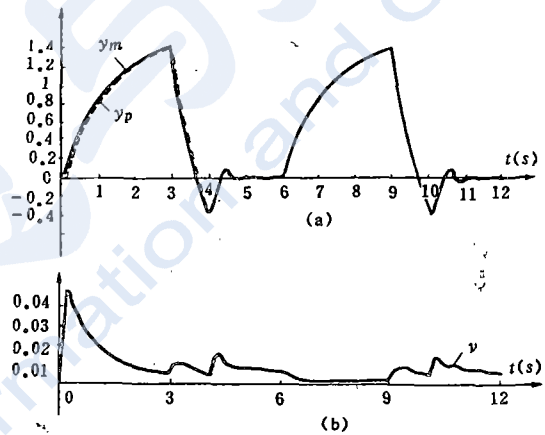


图 7 采用图 2 结构和图 6 模型的仿真结果

#### 4 对误差响应的影响

图 2 所示系统的广义误差方程为

$$v = \frac{D_c(s)}{D_m(s)} \left[ (D_p - D_m + K_p G) y_{pf} + \right.$$

$$\left. + K_p (N_m - N_p + K) u_f + K_p \left( \frac{k_m}{k_p} - K_c \right) r_{1f} \right]$$

$$\text{令 } W = - \left[ (D_p - D_m + K_p G) y_{pf} + K_p (N_m - \right.$$

$$\left. - N_p + K) u_f + K_p \left( \frac{K_m}{K_p} - K_c \right) r_{1f} \right], \text{ 图 2 可等}$$

效为图 8<sup>[11]</sup>。

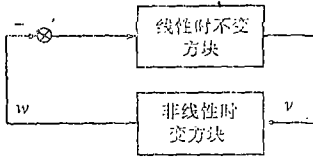


图8 图2等效图

线性时不变前向方块的传递函数为  $D_c(s)/D_m(s)$ , 广义误差  $v$  的动态特性由  $D_c(s)/D_m(s)$  决定<sup>[3]</sup>,  $D_m(s)$  是被跟随模型的分母多项式,  $D_c(s)$  的参数受  $D_m(s)$  的参数限制。由于被跟随模型的选取不再受所要求的指标的限制, 可以任意地确定, 因此本文提出的结构在改进自适应系统的误差响应特性上具有一定的灵活性。

### 5 结论

本文提出的模型参考自适应控制系统采用双环控制, 自适应环采用现有的稳定性方案, 另一反馈环由参考模型的状态引出, 反馈到整个系统的输入端, 改变系统的参考输入, 从而使模型达到要求的性能指标。

## Model Reference Adaptive Control System with a Variable Reference Model

ZANG Yingzhi WU Shichang FANG Min

This paper presents a certain kind of adaptive control system structure with a variable reference model. Double loop control is used, with an available stable scheme as the adaptive loop. Various states of the reference model are fed back to the input side of the whole system, and then the parameters of the reference model are changed, or the reference model may be made to fulfil a certain index of optimum performance. Changes of the reference model are equivalent to changes of the reference input of the system. Therefore the stability of the adaptive system remains unchanged. This paper also presents simulation results and shows that this structure possesses a certain flexibility in improving the dynamic characteristics of the error response.

这种方法使得对参考模型的限制大大放宽, 可以是时变的、非线性的。

被跟随模型仍是线性时不变的, 因而不影响整个自适应系统的稳定性。由于被跟随模型的参数可以任意确定, 在改进误差的动特性上具有一定的灵活性。

仿真结果表明, 当参考模型随时间变化或是非线性时, 并不影响输出广义误差  $v$  收敛, 被控对象的输出跟随参考模型输出的效果是良好的。

### 参考文献

1. Landau I D. Adaptive Control—The Model Reference Approach, New York, Marcel Dekker, 1979, 381—389
2. 蔡宜三. 最优化与最优控制. 北京, 清华大学出版社, 1982, 470—487
3. Valavani L S. Stability and Convergence of Adaptive Control Algorithms: A Survey and Some New Results. Proc of the Int Autom Control Conf, 1980