

非最小相位区间系统鲁棒稳定补偿器

林 岩 韩永生

(中国人民大学信息系 北京 100872) (中国机械工业电脑应用技术开发公司 北京 100004)

摘 要 研究了非最小相位区间系统鲁棒稳定补偿器的设计问题,得到了一个补偿器存在的充分条件,并利用保形映射及 Nevanlinna-Pick 插值定理提出了一个可行的补偿器设计方法。

关键词 区间系统,鲁棒稳定性,补偿器

1 引言

考虑如下 SISO 正则区间系统

$$G_p(s, t, q) = \frac{n_p(s, t)}{d_p(s, q)} = \frac{k(s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_0)}{(a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0)}, k > 0 \quad (1)$$

其中, $t \in T \triangleq \{t | t = [b_0, b_1, \dots, b_{m-1}]^T, b_i \in [b_i^-, b_i^+], i = 0, 1, \dots, m-1\}$, $q \in Q \triangleq \{q | q = [a_0, a_1, \dots, a_n]^T, a_j \in [a_j^-, a_j^+], j = 0, 1, \dots, n; a_n^+ \geq a_n^- > 0\}$, 且对所有 $t \in T, q \in Q$, 系统无不稳定的零极对消. 系统为非最小相位时的鲁棒稳定补偿器设计是当前面临的主要困难之一, 也是一般 SISO 参数不确定系统补偿器设计面临的主要困难. 与此相关的进展可参考文献[1, 2, 3]. 特别, 文[1]证明, 固定补偿器 $G_c(s)$ 使区间系统对所有 $t \in T, q \in Q$ 鲁棒稳定, 必要且只要 32 条闭环特征式“边”稳定, 这使得我们可将非最小相位系统的补偿器设计仅限制在区间系统的 32 个子系统上, 使问题大大简化. 在本文中, 我们将上述 32 条“边”的稳定问题转变为求一个在 C^+ ($C^+ \triangleq \{s | \text{Res} \geq 0\}$) 解析且满足一定插值条件和约束条件的正则有理函数问题, 利用保形映射及 Nevanlinna-Pick 插值定理^[4]得到了一个可行的补偿器设计方法.

2 主要结果

定义 1 对于区间多项式 $d_p(s, q), q \in Q$, 称其如下 4 个顶点多项式为 Kharitonov 多项式^[5]

$$\left. \begin{aligned} d_1(s) &= a_0^- + a_1^- s + a_2^+ s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^- s^4 + a_5^+ s^5 + \dots \\ d_2(s) &= a_0^- + a_1^+ s + a_2^+ s^2 + a_3^- s^3 + a_4^- s^4 + a_5^+ s^5 + \dots \\ d_3(s) &= a_0^+ + a_1^- s + a_2^- s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^+ s^4 + a_5^- s^5 + \dots \\ d_4(s) &= a_0^+ + a_1^+ s + a_2^- s^2 + a_3^- s^3 + a_4^+ s^4 + a_5^- s^5 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

完全相同地, 对 $n_p(s, t), t \in T$ (参见(1)), 用 $n_1(s) \sim n_4(s)$ 表示它的 4 个 Kharitonov 多项式.

定理 1^[1] 一个固定补偿器 $G_c(s) \triangleq x_c(s)/y_c(s)$ 使(1)所示区间系统对所有 $t \in T, q \in Q$ 鲁棒稳定, 当且仅当如下 32 条“边”对所有 $\lambda \in [0, 1]$ 均为胡尔维茨多项式

$$\left. \begin{aligned} x_c(s)n_k(s) + y_c(s)[(1-\lambda)d_a(s) + \lambda d_b(s)] &= 0 \\ x_c(s)[(1-\lambda)n_a(s) + \lambda n_b(s)] + y_c(s)d_k(s) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$k=1,2,3,4$, 且对每个 $k \in \{1,2,3,4\}$, (a,b) 依次取 $(1,2), (1,3), (2,4), (3,4)$.

引理 1 区间多项式 $d_p(s,q), q \in Q$ 之 4 个 Kharitonov 多项式具有如下性质.

$$d_2(s) - d_1(s) = d_4(s) - d_3(s) \quad (4)$$

$$d_3(s) - d_1(s) = d_4(s) - d_2(s) \quad (5)$$

当 $d_p(s,q), q \in Q$ 之 首项系数满足 $a_n^+ > a_n^-$ 时

$$\deg(d_3(s) - d_1(s)) \begin{cases} > \deg(d_2(s) - d_1(s)), & n = 2, 4, 6, \dots \\ < \deg(d_2(s) - d_1(s)), & n = 1, 3, 5, \dots \end{cases} \quad (6)$$

上述性质对 $n_p(s,t)$ 也成立.

证明 直接由 (2) 式验证即可.

为简化讨论,对区间系统 (1) 作如下假设.

假设 1 区间系统 (1) 满足

$$\deg(d_3(s) - d_1(s)) > \deg(d_2(s) - d_1(s)) \quad (7)$$

及

$$\deg(d_3(s) - d_1(s)) = \begin{cases} n, & n = 2, 4, 6, \dots \\ n - 1, & n = 1, 3, 5, \dots \end{cases} \quad (8)$$

假设 2 $d_1(s) \sim d_4(s), n_1(s) \sim n_4(s)$ 及 $(d_3(s) - d_1(s))$ 均无临界稳定根.

以下定理 2 为本文的主要结论.

定理 2 如对于区间系统 $G_p(s,t,q)$, 假设 1、假设 2 成立, 那末, 若存在两个同阶的胡尔维茨多项式 $\delta_1(s), \delta_3(s)$ 满足以下条件, 则一定存在一个正则补偿器 $G_c(s)$ 使该系统鲁棒稳定.

(1) 满足插值条件

$$\frac{\delta_3(s)}{\delta_1(s)} = \begin{cases} 1, & s \text{ 为 } (d_3(s) - d_1(s)) \text{ 在 } C^+ \text{ 之根} \\ d_3(s)/d_1(s), & s \text{ 为 } n_1(s) \text{ 在 } C^+ \text{ 之根} \end{cases} \quad (9)$$

及当 $\deg(d_3(s) - d_1(s)) = n - 1$ 时的补充插值条件

$$\delta_3(\infty)/\delta_1(\infty) = d_3(\infty)/d_1(\infty) \quad (9')$$

(2) 如下 32 个不等式对所有 $\omega \in R, \lambda \in [0, 1]$ 成立

$$\frac{\delta_3(j\omega)}{\delta_1(j\omega)} \neq \begin{cases} \frac{n_1(j\omega)d_4(j\omega) - d_3(j\omega)\alpha_{ab}(j\omega, \lambda)}{n_1(j\omega)d_4(j\omega) - d_1(j\omega)\alpha_{ab}(j\omega, \lambda)} & (10) \\ \frac{n_k(j\omega)d_3(j\omega) - n_1(j\omega)\beta_{ab}(j\omega, \lambda)}{n_k(j\omega)d_1(j\omega) - n_1(j\omega)\beta_{ab}(j\omega, \lambda)} & (11) \end{cases}$$

这里, $k, (a,b)$ 的取值与 (3) 式同; $j = \sqrt{-1}$, $\alpha_{ab}(s, \lambda) \triangleq (1 - \lambda)n_a(s) + \lambda n_b(s)$, $\beta_{ab}(s, \lambda) \triangleq (1 - \lambda)d_a(s) + \lambda d_b(s)$.

证明 只证 $\deg(d_3 - d_1) = n$ 时的情形, 等于 $n - 1$ 时的情形完全类似. 令

$$\begin{cases} \Delta_1(s) = e_{13}^-(s)\delta_1(s) \\ \Delta_3(s) = e_{13}^-(s)\delta_3(s) \end{cases} \quad (12)$$

其中, $e_{13}^-(s)$ 为 $n_1(s), (d_3(s) - d_1(s))$ 中所有稳定根组成的首一多项式. 若 $\delta_1(s), \delta_3(s)$ 满足定理中条件 (1), 记

$$\begin{cases} x_c(s) = [\Delta_1(s)d_3(s) - \Delta_3(s)d_1(s)]/n_1(s)(d_3(s) - d_1(s)) \\ y_c(s) = [\Delta_3(s) - \Delta_1(s)]/(d_3(s) - d_1(s)) \end{cases} \quad (13)$$

那末, 由 [2] 容易推得, $G_c(s) \triangleq x_c(s)/y_c(s)$ 就是使子系统 $n_1(s)/d_1(s), n_1(s)/d_3(s)$ 同时稳定的补偿器, 且

$$\left. \begin{aligned} x_c(s)n_1(s) + y_c(s)d_i(s) &= \Delta_i(s), \quad i = 1, 3 \\ \deg(\Delta_1) &= \deg(\Delta_3) = \max\{\deg(x_c n_1), \deg(y_c d_i), i = 1, 3\} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

下面证明当定理中条件(2)也满足时, $G_c(s)$ 将使整个区间系统同时稳定. 首先证明不等式(10), (11)右端分子多项式与分母多项式对任意 $\omega \in R$ 及 $\lambda \in [0, 1]$ 无公共零点. 事实上, 若有 $\bar{\omega} \in R, \bar{\lambda} \in [0, 1]$ 使(10)式对某个给定的 k 和 (a, b) , 其分子多项式与分母多项式同时为零

$$\left. \begin{aligned} n_1(j\bar{\omega})d_k(j\bar{\omega}) - d_3(j\bar{\omega})\alpha_{ab}(j\bar{\omega}, \bar{\lambda}) &= 0 \\ n_1(j\bar{\omega})d_k(j\bar{\omega}) - d_1(j\bar{\omega})\alpha_{ab}(j\bar{\omega}, \bar{\lambda}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

按假设 2, $n_i(j\omega) \neq 0, d_i(j\omega) \neq 0, i = 1, 2, 3, 4$, 因此

$$\left. \begin{aligned} n_1(j\bar{\omega})d_k(j\bar{\omega}) &= d_3(j\bar{\omega})\alpha_{ab}(j\bar{\omega}, \bar{\lambda}) \neq 0 \\ n_1(j\bar{\omega})d_k(j\bar{\omega}) &= d_1(j\bar{\omega})\alpha_{ab}(j\bar{\omega}, \bar{\lambda}) \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(16)式中两式相减, 得

$$(d_3(j\bar{\omega}) - d_1(j\bar{\omega}))\alpha_{ab}(j\bar{\omega}, \bar{\lambda}) = 0 \quad (17)$$

由(16)式可知 $\alpha_{ab}(j\bar{\omega}, \bar{\lambda}) \neq 0$, 故(17)中

$$d_3(j\bar{\omega}) - d_1(j\bar{\omega}) = 0 \quad (18)$$

这与假设 2 矛盾. 对(11)也有相同的结论. 因此, 不等式(10), (11)等价于以下不等式

$$\left. \begin{aligned} \delta_3(j\omega)[n_1(j\omega)d_k(j\omega) - d_1(j\omega)\alpha_{ab}(j\omega, \lambda)] &\neq \delta_1(j\omega)[n_1(j\omega)d_k(j\omega) - d_3(j\omega)\alpha_{ab}(j\omega, \lambda)] \\ \delta_3(j\omega)[n_k(j\omega)d_1(j\omega) - n_1(j\omega)\beta_{ab}(j\omega, \lambda)] &\neq \delta_1(j\omega)[n_k(j\omega)d_3(j\omega) - n_1(j\omega)\beta_{ab}(j\omega, \lambda)] \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

先后用 $e_{13}(j\omega), 1/n_1(j\omega)(d_3(j\omega) - d_1(j\omega))$ (它们显然均不为零) 乘(19)中各式的两边, 再注意到(12), (13), 经整理后, 得

$$\left. \begin{aligned} x_c(j\omega)[(1 - \lambda)n_a(j\omega) + \lambda n_b(j\omega)] + y_c(j\omega)d_k(j\omega) &\neq 0 \\ x_c(j\omega)n_k(j\omega) + y_c(j\omega)[(1 - \lambda)d_a(j\omega) + \lambda d_b(j\omega)] &\neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$k = 1, 2, 3, 4$, 且对每个 $k \in \{1, 2, 3, 4\}, (a, b) = (1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 4)$.

如前所述, $G_c(s)$ 使 $n_1(s)/d_1(s), n_1(s)/d_3(s)$ 稳定, 即 32 条“边”中之一条

$$x_c(s)n_1(s) + y_c(s)[(1 - \lambda)d_1(s) + \lambda d_3(s)] = 0 \quad (21)$$

的两个顶点(取 $\lambda = 0, 1$)为胡尔维茨多项式. 又由于 32 条“边”中每一条的顶点均是与之相邻的另一条“边”的顶点, 故只要证明这 32 条“边”均有相同的阶数, 那末, 由零点分离定理^[6], 在(21)的两个顶点为胡尔维茨多项式的条件下, 如(20)成立, 此 32 条“边”将同时稳定. 对(20)中第一式, 记

$$f(s) = x_c(s)[(1 - \lambda)n_a(s) + \lambda n_b(s)] + y_c(s)d_k(s) \quad (22)$$

根据 a, k 的取值及(14), 可将 $f(s)$ 分别改写为

$$f(s) = \begin{cases} \Delta_k(s) + \lambda x_c(s)(n_b(s) - n_a(s)), & a = 1, k = 1 \text{ 或 } 3 \\ \Delta_k(s) + x_c(s)[\lambda(n_b(s) - n_a(s)) + (n_a(s) - n_1(s))], & a \neq 1, k = 1 \text{ 或 } 3 \\ \Delta_{k-1}(s) + x_c(s)(\lambda(n_b(s) - n_a(s)) + y_c(s)(d_k(s) - d_{k-1}(s))), & a = 1, k = 2 \text{ 或 } 4 \\ \Delta_{k-1}(s) + x_c(s)[\lambda(n_b(s) - n_a(s)) + (n_a(s) - n_1(s))] + \\ \quad y_c(s)(d_k(s) - d_{k-1}(s)), & a \neq 1, k = 2 \text{ 或 } 4 \end{cases} \quad (23)$$

由假设 1, 引理 1, (14)及 $n_b(s, t)$ 的定义(参见(1)), 可直接验证(23)右端各式的阶数恒与 Δ_1

(s) ($\Delta_3(s)$) 的阶数相同,这说明与(22)相应的 16 条“边”为胡尔维茨多项式. 同理可证与(20)第二式相应的 16 条“边”也为胡尔维茨多项式. 最后,若 $G_c(s)$ 非正则,可按[7]中方法构造正则补偿器. 证毕.

实际问题中,需要稳定的“边”有可能远小于 32 条^[1], (10), (11) 中不等式的个数将相应减少. 特别,如 $G_p(s, t, q)$ 中分子多项式固定,则有推论 1.

推论 1 如定理 2 中,区间系统 $G_p(s, t, q) = G_p(s, q) = n_p(s)/d_p(s, q)$, $q \in Q$, 那末,如下条件满足时,存在正则补偿器 $G_c(s)$ 使系统鲁棒稳定.

(1) 与定理 2 中条件(1)相同;

(2) 如下 4 个不等式对所有 $\omega \in R$ 及 $\lambda \in [0, 1]$ 成立

$$\left. \begin{aligned} \delta_3(j\omega)/\delta_1(j\omega) &\neq [d_3(j\omega) - \beta_{ab}(j\omega, \lambda)]/[d_1(j\omega) - \beta_{ab}(j\omega, \lambda)] \\ (a, b) &= (1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 4) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

注 1 文献[8]讨论了仅有一个极点变化时的鲁棒稳定补偿器,而推论 1 允许多个极点同时变化.

对定理 2 中不等式(10), (11) 右端 32 个(或小于 32 个)约束条件,将它们分别编号为 1~16, 17~32, 令

$$E_{i_1}^r(j\omega, \lambda) \triangleq \frac{n_1(j\omega)d_k(j\omega) - d_3(j\omega)\alpha_{ab}(j\omega, \lambda)}{n_1(j\omega)d_k(j\omega) - d_1(j\omega)\alpha_{ab}(j\omega, \lambda)}, \quad l_1 = l_1(k, a, b) = 1, 2, \dots, 16 \quad (25)$$

$$E_{i_2}^p(j\omega, \lambda) \triangleq \frac{n_k(j\omega)d_3(j\omega) - n_1(j\omega)\beta_{ab}(j\omega, \lambda)}{n_k(j\omega)d_1(j\omega) - n_1(j\omega)\beta_{ab}(j\omega, \lambda)}, \quad l_2 = l_2(k, a, b) = 17, 18, \dots, 32 \quad (26)$$

对给定的 $\omega_0 \in R$, 当 $\lambda: 0 \rightarrow 1$, (25), (26) 均为双线性变换, $E_{i_1}^r(j\omega_0, \lambda)$, $E_{i_2}^p(j\omega_0, \lambda)$ 为复平面上的一段圆弧,再定义域 $H_{i_1}^r, H_{i_2}^p$ 如下:

$$\left. \begin{aligned} H_{i_1}^r &\triangleq \{E_{i_1}^r(j\omega, \lambda) | \forall \omega \in R, \forall \lambda \in [0, 1]\} \\ H_{i_2}^p &\triangleq \{E_{i_2}^p(j\omega, \lambda) | \forall \omega \in R, \forall \lambda \in [0, 1]\} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\text{令} \quad H \triangleq \left[\bigcup_{i_1=1}^{16} H_{i_1}^r \right] \cup \left[\bigcup_{i_2=17}^{32} H_{i_2}^p \right] \quad (28)$$

根据定理 2, 域 H 显然是在求 $\delta_1(s), \delta_3(s)$ 时应避免进入的区域. 由经典控制理论的频率特性法, 绘制 $H_{i_1}^r, H_{i_2}^p$ 及 H 并不困难, 可参考[9, 10]提供的算法和程序. 当 $G_p(s, t, q)$ 的分子多项式固定时, 根据推论 1, 有

$$H = \bigcup_{k=1}^4 H_k^p \quad (29)$$

从推论 1 及引理 1 之(4)(5)式, 可推得

$$\left. \begin{aligned} H_1^p &= \{-1, (1-\lambda)/\lambda | \forall \lambda \in [0, 1]\} = (-\infty, 0] \\ H_2^p &= \{1 + ju(\omega) | u(\omega) \in (-\infty, -u_{\min}] \cup [u_{\min}, +\infty)\} \\ H_3^p &= \{1/[1 - ju(\omega)] | u(\omega) \in (-\infty, -u_{\min}] \cup [u_{\min}, +\infty)\} \\ H_4^p &= \{[1 + j(1-\lambda)u(\omega)]/[1 - j\lambda u(\omega)] | \\ &\quad u(\omega) \in (-\infty, -u_{\min}] \cup [u_{\min}, +\infty), \lambda \in [0, 1]\} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

其中, $u(\omega) = j[d_3(j\omega) - d_1(j\omega)]/[d_2(j\omega) - d_1(j\omega)]$. 由(2)可知, $u(\omega)$ 为关于 ω 的奇函数, $u_{\min} = \inf_{\omega > 0} u(\omega)$. 易见, H_1^p, H_2^p 为复平面上的直线, H_3^p 为圆 $(x - \frac{1}{2})^2 + y^2 = (\frac{1}{2})^2$ 的一部分, H_4^p 为连接 $(1 + ju(\omega))$ 与 $1/(1 - ju(\omega))$ 的无数条圆弧组成的区域. 对给定的 ω , 该圆弧为圆

$$(x - 1)^2 + (y - \frac{1}{2}u(\omega))^2 = (\frac{1}{2}u(\omega))^2, u(\omega) \in (-\infty, -u_{\min}] \cup [u_{\min}, +\infty)$$

的一部分. 一个典型的域 H 的图形如图 1 所示.

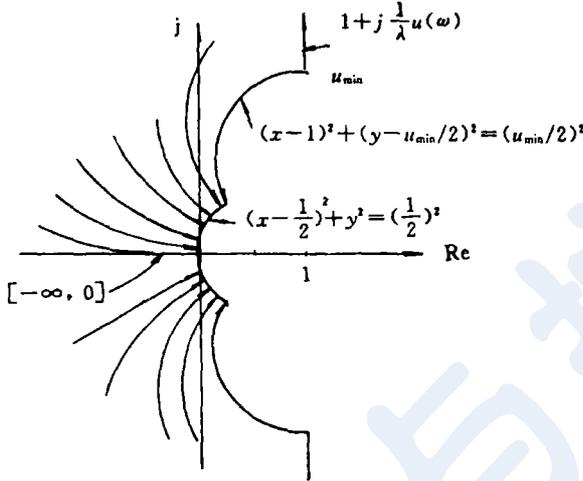
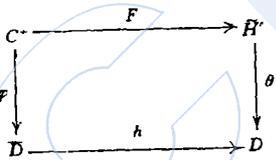


图 1 典型域 H 的图形

一般地, 令 H^c 为 H 之补域 ($H \cup H^c = C, H \cap H^c = \emptyset$), 令 \tilde{H}^c 为 H^c 的一个单连通的子域, 则有以下定理.

定理 3^[11] 如果存在一个在 C^+ 解析的正则有理函数 $F(s)$, 使对所有 $s \in C^+$, 都有 $F(s) \in \tilde{H}^c$, 且 $F(s)$ 满足定理 2(1) 的插值条件, 则一定存在两个同阶的胡尔维茨多项式 $\delta_1(s), \delta_3(s)$ 满足定理 2 之条件 (1), (2).

为求 $F(s)$, 考虑如下变换图.



其中, \bar{D}, D 分别表示闭和开的单位圆盘. $\varphi: C^+ \rightarrow \bar{D}, \theta: \tilde{H}^c \rightarrow D$ 均为保形映射. 由此图可得如下对一的变换

$$F = \theta^{-1} \circ h \circ \varphi \tag{31}$$

定义

$$\gamma_i = \delta_3(s_i) / \delta_1(s_i), \quad i = 1, 2, \dots, l \tag{32}$$

这里, s_1, s_2, \dots, s_l 表示定理 2 中 (1) 所有位于 C^+ 之根, 为方便, 设它们均为单根. 因此, 由此变换图, 可得

$$\zeta_i = \varphi(s_i), \quad \eta_i = \theta(\gamma_i), \quad i = 1, 2, \dots, l \tag{33}$$

及

$$h(\zeta_i) = \eta_i, \quad i = 1, 2, \dots, l \tag{34}$$

根据 Nevanlinna-Pick 插值定理, $h(s)$ 存在的充要条件是如下 Hermite 矩阵正定.

$$\left[\frac{1 - \bar{\eta}_i \eta_j}{1 - \bar{\zeta}_i \zeta_j} \right]_{i,j=1,2,\dots,l} \tag{35}$$

因此有定理 4.

定理 4^[11] 设 $\tilde{H}^c \subseteq H^c$ 为单连域且 $\gamma_i \in \tilde{H}^c, i = 1, 2, \dots, l$. 若存在实有理保形映射函数 $\varphi:$

$C^+ \rightarrow \bar{D}$ 及 $\theta^{-1}: D \rightarrow \tilde{H}^c$ (不一定为有理函数), 使(35)正定, 则一定存在一个满足定理 3 的正则有理函数 $F(s)$.

根据以上理论分析, 可得如下设计步骤.

step 1 求域 H (参见(25)~(28)), 一般说, H 的绘制应借助于计算机;

step 2 令 $\varphi(s) = (s-1)/(s+1)$, 根据 H^c 在复平面上的形状选择实有理保形映射函数 $\theta^{-1}: D \rightarrow \tilde{H}^c$;

step 3 按(32)求 (s_i, γ_i) , 若所有 $\gamma_i \in \tilde{H}^c$, 按(33)求插值点 (ζ_i, η_i) , $i=1, 2, \dots, l$;

step 4 当 Hermite 阵(35)正定时, 按如下递推公式反解出 $h(s)$ [4]

$$\left. \begin{aligned} h_r(s) &= \frac{h_{r-1}(s) - \eta_r^{(r-1)}}{1 - \bar{\eta}_r^{(r-1)} h_{r-1}(s)} \cdot \frac{1 - \bar{\zeta}_r s}{s - \zeta_r}, \eta_1^{(0)} = \eta_1, h_0(s) \triangleq h(s) \\ \eta_k^{(r)} &= h(\zeta_k) = \frac{\eta_k^{(r-1)} - \eta_r^{(r-1)}}{1 - \bar{\eta}_r^{(r-1)} \eta_k^{(r-1)}} \cdot \frac{1 - \bar{\zeta}_r \zeta_k}{\zeta_k - \zeta_r}, \eta_k^{(0)} = \eta_k \\ & r = 1, 2, \dots, l, k = r+1, r+2, \dots, l \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$h_i(s)$ 为任一单位圆内解析的实有理函数.

以上递推公式适于 $h: D \rightarrow D$. 如需求 $h: \bar{D} \rightarrow D$, 可按[8]之定理 1.5 处理.

step 5 求 $F(s) = \theta^{-1} \circ h \circ \varphi = \delta_3(s)/\delta_1(s)$, 并按(13)求 $G_c(s)$. 如 $G_c(s)$ 非正则, 按[7]中方法构造正则补偿器.

3 应用举例

考虑如下非最小相位不稳定区间系统

$$G_r(s, q) = n_r(s)/d_r(s, q) = 10(s-4)(s+5)/\{[-2, 6] + [-1, 1]s + [6, 7]s^2\}$$

这里, $a_0 \in [-2, 6]$, $a_1 \in [-1, 1]$, $a_2 \in [6, 7]$. 由于系统分子多项式固定, 从上节分析可知, 不用借助计算机即可方便地绘出 H 的图形. 由(30)绘得域 H 如图 2 阴影区所示. 其中

$$u_{\min} = \min_{\omega \geq 0} [j(d_3(j\omega) - d_1(j\omega))/(d_2(j\omega) - d_1(j\omega))] = 2.8284$$

根据 H^c 的形状, 简单地取 \tilde{H}_k 为圆盘 $(x-7.5)^2 + y^2 \leq 7^2$, 即

$$\theta^{-1}(s) = 7s + 7.5$$

或

$$\theta(s) = (s - 7.5)/7$$

从定理 2 之(1)及式(32), 算得

$$(s_1, \gamma_1) = (\sqrt{8}, 1), (s_2, \gamma_2) = (4, 0.9245)$$

因此, 由(33)得

$$(\zeta_1, \eta_1) = (0.4776, -0.9286), (\zeta_2, \eta_2) = (0.6, -0.9394)$$

经验证, 此时 Hermite 阵(35)正定, 故由(36)得到

$$h(s) = -(0.6937 + 0.0483s)/(0.7819 - 0.0209s)$$

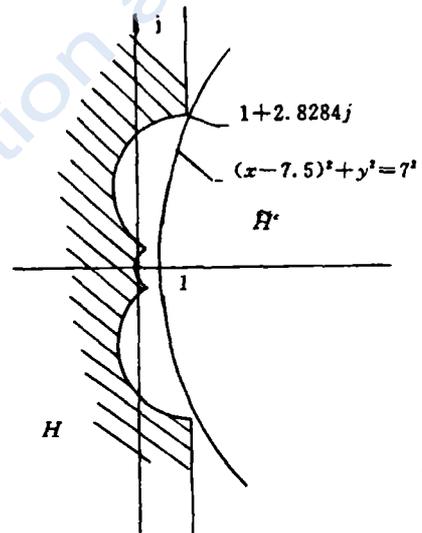


图 2 域 H (阴影区)

根据 step 5, 求得

$$F(s) = \frac{\delta_3(s)}{\delta_1(s)} = \frac{1.5032 + 0.5135s}{0.8028 + 0.7610s}$$

最后, 由(13) 算得

$$G_c(s) = x_c(s)/y_c(s) = -0.3925 \frac{(s + 0.7117)}{(s + 5)}$$

系统结构见图 3.

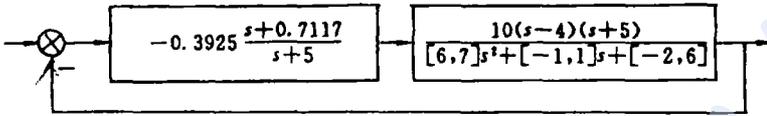


图 3 系统结构图

4 结语

本文研究了非最小相位区间系统的鲁棒稳定补偿器设计. 首先得到了一个补偿器存在的充分条件, 然后用保形映射及 Nevanlinna-Pick 插值定理给出了一个补偿器设计方法, 其核心是在复平面上形成一个可能导致系统不稳定的区域, 并使设计避开此区域. 一个二阶系统的例子说明了该方法的应用.

参 考 文 献

- 1 Chappellat H, Bhattacharyya S P. A Generalization of Kharitonov's Theorem; Robust Stability of Interval Plants. *IEEE Trans Automat Contr*, 1989, AC-34(3): 306~311
- 2 Ghosh B K. A New Approach to Simultaneous System Design, Part I: Non-Switching Gain and Dynamic Feedback Compensation by Algebraic Geometric Methods. *SIAM Contr and Optimizations*, 1988, 26(4): 919~963
- 3 Keel L H, Bhattacharyya S P. Control System Design for Parametric Uncertainty. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 1994, 4: 87~100
- 4 Delsarte P H, et al. On the Role of the Nevanlinna-Pick Problem in Circuit and System Theory. *Circuit Theory and Applications*, 1981, 9: 177~187
- 5 Kharitonov V L. Asymptotic Stability of an Equilibrium Position of a Family of Systems of Linear Differential Equations. *Differentsial'nye Uravenija*, 1978, 14(5): 2086~2088
- 6 Frazer R A, Duncan W J. On the Criteria for Stability for Small Motions. *Proc Roy Soc London, Ser. A*, 1929, A124: 642~654
- 7 Wei K, Barmish B R. Making a Polynomial Hurwitz Invariant by Choice of Feedback Gains. *Int J Control*, 1989, 50(4): 1025~1038
- 8 Khargonekar, et al. Non-Euclidian Metrics and the Robust Stabilization of Systems with Parameter Uncertainty. *IEEE Trans Automat Contr*, 1985, AC-30(10): 1005~1013
- 9 南航, 西工大, 北航合编. 自动控制原理(上册). 北京: 国防工业出版社, 1990
- 10 Fu M. Computing the Frequency Response of Linear Systems with Parameter Perturbation. *Syst and Contr Letters*, 1990, 15: 45~52
- 11 林 岩. 多个系统同时稳定: 一种映射方法. *信息与控制*, 1995, 24(6)

ROBUST STABILITY FOR NONMINIMUM PHASE INTERVAL PLANTS

LIN Yan HAN Yongsheng

(People's University of China, 100872) (MICT of China, 100004)

Abstract This paper considers the robust stability of nonminimum phase interval plants. A sufficient condition for the existence of robust compensators has been derived. The structure and parameter of the robust compensators can be obtained from the corresponding Nevanlinna-Pick interpolation problems.

Key words interval systems, robust stability, compensators

作者简介

林 岩,男,40岁,硕士,讲师.研究领域为控制系统的鲁棒稳定性,系统设计中的计算方法,经济系统的最优控制.

韩永生,男39岁,硕士,高工.研究领域为系统CAD,液压伺服系统.

'96 中国控制会议征文通知

'96 中国控制会议拟定于1996年第三季度在山东青岛举行.会议由中国自动化学会控制理论专业委员会主办,IEEE北京分部协办,青岛大学承办.具体事宜如下.

1 征文范围:控制理论及其应用未发表的论文,内容包括下列领域的理论与应用.

线性系统	非线性系统	随机控制系统	计算机集成制造系统
专家系统	分布参数系统	离散事件系统	社会经济系统
大系统	H_∞ 控制	适应控制	生态环境系统
鲁棒控制	预测控制	智能控制	机器人控制
模糊控制	神经网络	容错控制	系统辨识与建模
模型降阶	稳定性分析	最优估计	计算机辅助研究与设计
工业控制			

2 截止日期:收稿截止日期为1996年3月31日.

3 会议请奖:凡申请中国控制会议第三届《关肇直奖》的论文,需在投稿时注明,交论文一式九份,并附工作证(或学生证)和身份证复印件,及至少一份同行教授级专家推荐意见(参见《关肇直奖》条例).

4 说明:

(1)会议录取的文章,将于5月初通知作者.

(2)论文集将由正式出版社出版.

(3)请作者自留底稿,无论是否录取,一律不退稿.

5 联系人及地址:

联系人:张月田

通讯地址:中国科学院系统科学研究所(北京中关村 100080)

中国自动化学会控制理论专业委员会

1995.12