

提高变型标准遗传算法收敛速度的混合法及其推广[†]

徐川育

(杭州商学院 杭州 310035)

摘要 针对即使是全局收敛的变型标准遗传算法 VCGA^[1]有时也会发生收敛速度变慢的问题,提出了 VCGA 和最陡下降法相结合的混合法 HVCSDA.该方法增强了 VCGA 在接近全局最优解时的微调能力.还将 HVCSDA 推广到一类修正的 VCGA 上.仿真实例表明了 HVCSDA 及其推广能有效地提高收敛速度.对 30 城市 TSP 的仿真结果为 6.822,要好于用 TABU 得到的 6.99 的结果^[6].

关键词 VCGA, 一类修正的 VCGA, 收敛速度, HVCSDA 及其推广

1 引言

遗传算法的收敛速度是当前遗传算法研究中需要加以解决的一个问题.1995 年, Suzuki 问道:群体要多快才能包含适合度值最高的个体^[2]? 1993 年, Kreinovich 等指出标准遗传算法 (CGA, Canonical Genetic Algorithms)^[3]存在着“进化过程变慢”的问题^[4].在 CGA 基础上发展起来的变型标准遗传算法 (VCGA, Variants of Canonical Genetic Algorithms) 尽管是全局收敛的^[1],但也存在着有时收敛速度变慢的问题.有关该问题的研究结果尚未见报道.

混合法 (Hybrid Approach) 为解决上述问题提供了可能性.混合法的概念是在 1989 年由 Goldberg 提出来的^[5].它是遗传算法与特定的问题搜索技术相结合而形成的.它既利用了全局性,又利用了特定的问题搜索技术的收敛性.最近问世的有 IENS^[6].

本文在分析 VCGA 存在问题和参考 IENS 的基础上,提出了 VCGA 和最陡下降法相结合的混合法 HVCSDA (Hybrid VCGA Combined with Steepest Descent Approach) 及其推广,旨在加快 VCGA 的收敛速度,并扩大其应用面. HVCSDA 及其推广与 VCGA 的不同之处是:前者比后者多了一个“最陡下降法搜索过程”. HVCSDA 及其推广与 IENS 也有两点不同:在方法上,前者是混合的 VCGA 及其推广,后者是混合的倒位遗传算法;在理论上,前者基于 Markov 链,后者基于 O-图式的存活率和 Holland 基本理论^[6].

2 VCGA^[1]

VCGA 被用于解决静态优化问题

$$\max \{f(b) \mid b \in IB^l\} \quad (1)$$

其中 $b \in IB^l = \{0, 1\}^l$, $0 < f(b) < \infty$, $f(b)$ 常数.

设个体基因数为 l , 个体为二进制链码, 群体大小为 n , 群体状态为 i , $i = 1, \dots, 2^{nl}$, 群体的第 k 个个体记作 $\pi_k(i)$, $k = 1, \dots, n$, 第 k 个个体的适合度值为 $f(\pi_k(i))$.

VCGA 是在 CGA 的基础上增加了超级个体 (Super-individual) 和提升 (Upgrade) 机制.

超级个体是指往大小为 n 的群体中添加的一个不参与 3 种进化操作(选择、交叉和变异)的个体. 它被放在群体的最前边. 于是新的群体大小为 $n+1$. 不失一般性, 仍记新群体的状态为 $i, i=1, \dots, 2^{(n+1)l}$, 群体的第 k 个个体记作 $\pi_k(i), k=0, \dots, n, \pi_0(i)$ 为超级个体.

提升机制可用描述拷贝算子(Copy Operator)的提升矩阵 U 来表示.

$$U = \begin{bmatrix} U_{11} & & & \\ U_{12} & U_{22} & & \\ \dots & \dots & \dots & \\ U_{2^{nl},1} & U_{2^{nl},2} & \dots & U_{2^{nl},2^{nl}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

U 为 $2^{(n+1)l} \times 2^{(n+1)l}$ 方阵, 其中子块矩阵 U_{ab} 是 $2^{nl} \times 2^{nl}$ 方阵. 设 i 为当代群体状态, 定义 $b = \arg \max \{f(\pi_k(i)) \mid k=1, \dots, n\} \in \mathbb{I}^l$. U 的任一元素 U_{ij} 这样被确定: 若 $f(\pi_0(i)) < f(b)$, 则元素 $U_{ij} = 1$, 其中定义下一代群体状态 $j = (b, \pi_1(i), \dots, \pi_n(i))$; 否则 $U_{ii} = 1$.

VCGA 可用时齐马尔可夫链模型来表示, 其概率转移矩阵为

$$P^+ = \begin{bmatrix} CMS & & & \\ & CMS & & \\ & & \dots & \\ & & & CMS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{12} \quad U_{22} \\ \dots \quad \dots \\ U_{2^{nl},1} \quad U_{2^{nl},2} \quad \dots \quad U_{2^{nl},2^{nl}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

或

$$P^+ = \begin{bmatrix} CM & & & \\ & CM & & \\ & & \dots & \\ & & & CM \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{12} \quad U_{22} \\ \dots \quad \dots \\ U_{2^{nl},1} \quad U_{2^{nl},2} \quad \dots \quad U_{2^{nl},2^{nl}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ S \\ \dots \\ S \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 S, C 和 M 分别为 CGA 的选择、交叉和变异算子的概率转移矩阵, 它们的大小均为 $2^{nl} \times 2^{nl}$. 在(3)(4)两式中的 3 个准对角矩阵中, 对角线上分别有 2^l 个大小为 $2^{nl} \times 2^{nl}$ 的方阵 CMS, CM 和 S .

定义 设在时刻 t , 状态为 i 的群体中最好的个体适合度值 $z_t = \max \{f(\pi_k(i))\}$, 则遗传算法收敛于全局最优解当且仅当

$$\lim_t P\{z_t = f^*\} = 1 \quad (5)$$

其中 $f^* = \max \{f(b) \mid b \in \mathbb{I}^l\}$ 是(1)式的全局最优解.

通过对 CGA 的上述改进, 时间序列 $\{z_t\}$ 的意义发生了变化. CGA 的 $\{z_t\}$ 是每代群体的最好个体适合度值组成的时间序列, 它不是全局收敛的; 而 VCGA 的 $\{z_t\}$ 是最优保存的超级个体适合度值组成的时间序列, 是全局收敛的.

顺便说明, VCGA 与杰出策略遗传算法不同, 前者的超级个体不参与进化, 后者的杰出个体参与进化.

3 HVCSDA

本文指出, VCGA 在进化后期有可能发生收敛速度变慢的问题.

VCGA 的收敛速度即是最优保存的超级个体适合度值被刷新速度, 也就是被适合度值记录的冒尖个体出现速度. 它取决于 VCGA 中的 CGA. CGA 的问题是: 在进化前期, 一些

个体支配了选择操作;在进化后期,大多数个体的适合度值接近最优解,以致实际上缺乏竞争,CGA 使过程变慢³¹.由此也就造成了 VCGA 收敛速度变慢.

上面问题反映出 VCGA 在接近最优解时微调能力较差.本文提出解决问题的如下思路:当 VCGA 接近最优解时,应及时改变搜索策略,辅之以有效的局部搜索策略.这样,本文自然地想到了 VCGA 和最陡下降法相结合的混合法 HVCSDA.

HVCSDA 由两部分组成:(1)VCGA;(2)最陡下降法(SDA, Steepest Descent Approach).

HVCSDA 先用 VCGA 进行全局搜索.当 VCGA 的收敛速度放慢到一定程度时,就中断 VCGA,并转向执行 SDA,以对当前最优保存的超级个体的邻域进行搜索.

SDA 要解决的实际上是一个无约束条件的非线性 0-1 规划问题.

设一个二进制基因链码形式的个体为 x , 它的第 j 个基因为 $x_j, j = 1, \dots, l$, 适合度函数为 $f(x_1, \dots, x_l)$, 则优化问题为

$$\min f(x_1, \dots, x_l) \quad x_j = 0 \text{ 或 } 1; j = 1, \dots, l \quad (6)$$

由 Taylor 公式,有

$$f(x_1 + \Delta x_1, \dots, x_l + \Delta x_l) = f(x_1, \dots, x_l) + \sum_{j=1}^l \frac{\partial f}{\partial x_j} \Delta x_j + O(\Delta x^2) \quad (7)$$

其中 f 是二次可微函数.若忽略 $O(\Delta x^2)$ 项,就有

$$f(x_1 + \Delta x_1, \dots, x_l + \Delta x_l) = f(x_1, \dots, x_l) + \sum_{j=1}^l \frac{\partial f}{\partial x_j} \Delta x_j \quad (8)$$

由于适合度函数未必满足二次可微的条件,加之 x 也是离散的,所以无法运用数值方法的 SDA.

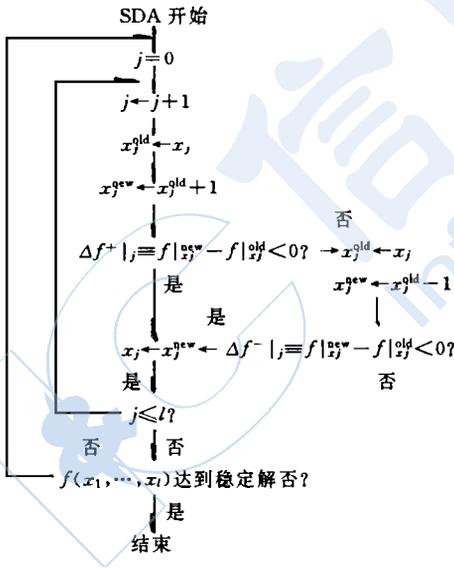


图1 SDA 框图

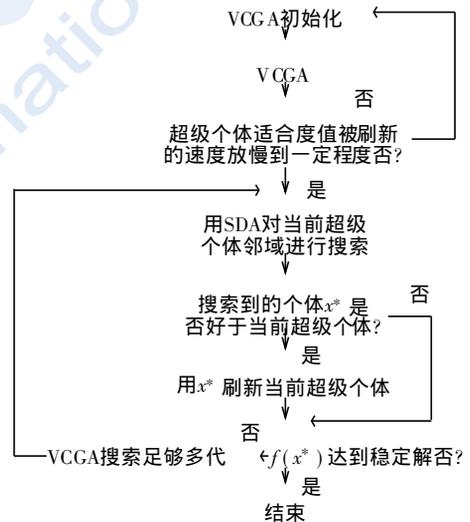


图2 HVCSDA 框图

如何能用 HVCSDA 中的 SDA 来调整个体中的基因,使个体的适合度函数达到极值呢?与(8)式进行类比,在 SDA 中相当于梯度的算子就是 $x_j \pm 1, j = 1, \dots, l$.对于离散的 Δx_j ,可采用搜索法寻找它,使得 $x_j^{new} = x_j \pm \Delta x_j$ 最大程度地改善适合度函数值.SDA 每次调整一个基

因, 逐个调整, 随着不断地调整, 个体的适合度函数值呈下降趋势, 直至个体的适合度函数值最后达到一个稳定状态 $f^*(x)$, 所求个体 $x^* = \arg f^*(x)$. 为确保 SDA 不致陷入局部极小状态, 在每次调用 SDA 前, 都要先让 VCGA 全局搜索足够多次.

SDA 的框图如图 1. HVCSDA 的框图如图 2.

4 推广的 HVCSDA

在多数问题中, 问题解的表示对于个体的编码都有限制条件. 如 TSP 的解是包含所有城市在内的, 且不允许有城市重复出现的一条闭合路径. 为了防止 VCGA 的遗传算子产生非法解, 需要对它们进行修正, 以保证产生合法解. 当修正的 VCGA 是全局收敛时, 本文称它为一类修正的 VCGA. 并将 HVCSDA 推广到它上面. 推广工作包含以下两个内容.

第一, 个体的编码既可以是二进制链码形式, 也可以是非二进制链码形式. 若个体由 α 进制链码形式表示, 则先把群体的所有个体都表示成二进制链码形式, 再调用 HVCSDA. HVCSDA 获得的结果是以二进制形式表示的个体. 最后再将它转换回 α 进制编码表示.

第二, 在 HVCSDA 框图结构不变的前提下, 将 HVCSDA 的两个框里的内容进行置换如下.

(1) GA 部分, 将 VCGA 置换成修正的 VCGA.

(2) SDA 部分, 置换过程详述如下.

在个体编码有约束条件的情况下, 求解适合度函数值的极值问题, 是一个有约束条件的非线性 0-1 规划问题.

引入名词“关键值”(Key Value)^[6]. 个体的基因链码被划分成有意义的最短基因片段, $x = (k_1, \dots, k_m)$, 称每个基因片段 $k_v, v = 1, \dots, m$, 为一个关键值. 如 TSP 中, 表示一个城市的一个基因片段就是一个关键值.

在 SDA 中相应于梯度的算子是 $k_v \pm \Delta k_v, v = 1, \dots, m$, Δk_v 的取值受 k_v 的邻域和约束条件的制约. 设符号“ \pm ”为从“+”和“-”中二择一. 当个体 x 从 k_v 变到 $k_v \pm \Delta k_v$ 时, 对应的适合度函数值从 f_v 变到 $f_{v'}$. 两者的差值

$$\Delta f_{v'}^{\pm} = f_{v'} - f_v \quad (9)$$

若 $\Delta f_{v'}^{\pm} > 0$, 则确认个体变化到 $k_v \pm \Delta k_v$; 否则个体仍保持不变. SDA 采用搜索法在 x 邻域内寻找满足约束条件的 Δk_v , 使 $k_v^{new} = k_v \pm \Delta k_v, v = 1, \dots, m$, 尽量地改善适合度函数值. 每次调整一个关键值, 逐个调整, 随着不断地调整, 个体的适合度函数值呈下降趋势, 直至最后个体的适合度函数值达到一个稳定状态 $f^*(x)$, 所求个体 $x^* = \arg f^*(x)$.

5 仿真实例

(1) 实例 1^[7]

$$y = (x_1^2 + x_2^2) / 2 + \cos(20\pi x_1) \cos(20\pi x_2) + 2 \quad (10)$$

在 $x_1, x_2 \in [-10, 10]$ 的区域内, 函数有 40 000 个局部极小点. 当 $x_1 = x_2 = 0$ 时, 函数有全局最优解.

把 x_1 和 x_2 编码成一个二进制基因链码个体. 取 $P_c = 1.0, P_m = 0.01$, 群体大小为 200. 仿真结果见表 1.

(2) 实例 2 30 城市 TSP^[6].

本文用 30 城市 TSP 作为基准测试问题(Benchmark), 对修正的 VCGA 和推广的 HVCS-DA 进行对照.

在推广的 HVCSDA 中, 取群体大小为 200, 修正的 VCGA 部分采用的遗传算子是常见的: 选择算子同 VCGA, 交叉算子为 Order-Crossover^[8], 取 $P_c = 1.0$, 变异算子为对换算子(Swap Operator)^[9], 取 $P_m = 0.01$. 在推广的 HVCSDA 的 SDA 部分, 相应于梯度的算子为局部相邻对换算子(Local Adjacent Swap Operator)^[9]. 计算机仿真结果见表 2.

表 1 HVCSDA 对于实例 1 的仿真结果

HVCSDA 运 行 结 果	VCGA 部分运 行结果	子代的 数目	超级个体适合 度值刷新次数	最优保存的超级 个体的适合度值	x_1, x_2
		1	1	1.921225	
		2	2	1.508018	
		4	3	1.046785	
		6	4	1.013085	
		65	5	1.012840	
		114	6	1.006430	
		124	7	1.004830	
		151	8	1.003752	
		154	9	1.002673	
478	10	1.001880			
1200		1.001880			
					$x_1 = 0.000000$ $x_2 = -0.000977$
SDA 部分 运行结果	SDA 循环轮数		获得的稳定适合度值		x_1, x_2
	3		1.000000		$x_1 = 0.000000$ $x_2 = 0.000000$

表 2 推广的 HVCSDA 对于 30 城市 TSP 的仿真结果

推广的 HVCSDA 的运行结果					
修正的 VCGA 部分的运行结果			SDA 部分的运行结果		
子代的 数目	超级个体适合度 值被刷新的次数	最优保存的超级 个体的适合度值	SDA 循 环轮数	超级个体适合度 值被刷新的次数	SDA 搜索到的最 好适合度值
1	1	11.092319	0	0	8.509102
3	2	10.793600	1	1	8.450747
5	3	10.555657	2	2	8.045422
8	4	10.058983	14	3	7.965511
9	5	9.941136	15	4	7.886013
11	6	9.465212	19	5	7.804464
31	7	9.451612	23	6	7.609268
58	8	9.246127	30	7	7.505808
59	9	8.665101	48	8	7.331295
152	10	8.509102	72	9	7.250476
900		8.509102	100	11	6.833110
			128	12	6.821870
			150		6.821870

6 结束语

仿真结果表明: (一类修正的) VCGA 在进化后期有可能发生收敛速度变慢的问题. HVCSDA 及其推广能改善(一类修正的) VCGA 在进化后期适合度值徘徊不前的情况, 并加快了收敛速度. 在例 1 中, HVCSDA 仅用 3 个 SDA 循环就找到了全局最优解. 在例 2 中, 推广的 HVCSDA 在采用常见遗传算子的条件下, 用了 125 个 SDA 循环, 达到了 30 城市路径为 6.822 的结果. 其结果要比(一类修正的) VCGA 结果来的好. 并好于用 TABU^[6] 得到的 6.99 的结果. HVCSDA 及其推广的实现也比较容易, 只要在(一类修正的) VCGA 之后添上 SDA 部分.

参 考 文 献

- 1 Rudolph G C. Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithms. IEEE Trans on NN, 1994, 5(1): 96 ~ 101
- 2 Suzuki J. A Markov Chain Analysis in Simple Genetic Algorithms. IEEE Trans on SMC, 1995, 25(4): 655 ~ 659
- 3 Holland J H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975
- 4 Kreinovich V, Quintana C, Fuentes O. Genetic Algorithms: What Fitness Scaling is Optimal? Cybernetics and Systems, 1993, 24(1): 9 ~ 36
- 5 Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Reading, MA: Addison Wesley, 1989
- 6 Lin W, Delgado-Frias J G. Hybrid Newton-Raphson Genetic Algorithm for Traveling Salesman Problem. Cybernetics and Systems, 1995, 26(5): 387 ~ 412
- 7 Percy P C Yip, Yoh-Han Pao. Combinatorial Optimization with Use of Guided Evolutionary Simulated Annealing. IEEE Trans on NN, 1995, 2(6): 290 ~ 295
- 8 Davis L. Applying Adaptive Algorithms to Epistatic Domains. In Proc of the 1985 JCAI, Los Angeles, CA: Morgan Kaufmann, 1985
- 9 Feng-Tse Lin, Cheng-Yan Kao, Chng-Chi Hsu. Applying the Genetic Approach to Simulated Annealing in Solving Some NP-Hard Problems. IEEE Trans on SMC, 1993, 6(23): 1752 ~ 1767

HYBRID APPROACH FOR RAISING CONVERGENCE RATE OF VARIANTS OF CANONICAL GENETIC ALGORITHMS AND ITS GENERALIZATION

XU Chuanyu

(Hangzhou Institute of Commerce, Hangzhou 310035)

Abstract Aimed at the problem that VCGA with global convergence sometimes slows the convergence rate down, this paper suggests a hybrid approach called HVCSDA which can reinforces the capability of fine tuning of VCGA as it is near the global optimal solution. This paper also generalizes HVCSDA in order to adapt for a class of the modified VCGA. Two simulation examples show that HVCSDA and its generalization can effectively raise the convergence rate of (a class of modified) VCGA. In the second simulation example, the length of routing of 30 cities TSP is 6.882, it is better than one that is 6.99 by TABU.

Key words VCGA, a class of modified VCGA, convergence rate, HVCSDA and its generalization

作者简介

徐川育, 男, 52 岁, 副教授, 工学博士. 研究领域为发酵过程模型化和控制, 进化算法.