

资产重组中金融风险的 H 控制理论应用研究

黄小原 钟麦英

(东北大学工商管理学院 沈阳 110006)

摘要 在随机资产模型的基础上,建立了资产重组问题的离散时间系统模型,运用降阶方法推导了在资产重组过程中使风险最小的奇异控制策略.最后,根据复变函数理论求解范数的方法求得了问题的解析解.

关键词 资产重组, 奇异 H 控制, 金融风险, 离散时间系统

1 引言

资产重组是我国经济体制改革,实现现代企业制度的重要内容.资产重组对于现有资产合理利用和优化配置,推动国有企业战略改组至关重要.另一方面,资产重组也面临风险,其中最重要的就是金融风险^[1,2].定性并且定量地考虑资产重组过程中的金融风险,对于理论和实践提出了重要的课题.

90 年代以来,美国 Princeton 大学的 Mulvey 教授就企业资产的战略风险管理及其优化问题进行了研究,提出了随机资产分配模型及其优化算法.其中,最重要的思路就是采用随机情况产生器,在不同参数情况下,研究扼制风险的决策方法.本文将采用控制理论方法,研究资产重组中的金融风险问题,为企业资产风险管理问题研究提供了新的理论方法.

2 模型

2.1 随机资产模型

Mulvey 在文献[3~6]中提出随机资产分配模型,这一模型的数理经济意义是企业资本运营过程中,如何采用资产负债决策控制企业的金融风险,模型的结构特点是模型参数是不确定性的.

Mulvey 随机资产分配模型,即

$$x_{i,k}^s = r_{i,k-1}^s x_{i,k-1}^s + \sum_{i=1}^I (1 - \alpha_{i,k}) d_{i,k}^s - \sum_{i=1}^I p_{i,k}^s - (1 + \beta_{k-1}^s) b_{k-1}^s + b_k^s \quad (1)$$

$$x_{i,k}^s = r_{i,k-1}^s x_{i,k-1}^s + (1 - \alpha_{i,k}) p_{i,k}^s - d_{i,k}^s \quad i = 1 \quad (2)$$

在随机资产分配模型中,变量上角标 s 表明在市场经济条件下,投资主体面临的不同金融风险情况.下角标 i 表明投资情况, $i=1$, 描述现金资金流, $i=2,3$ 等描述股票、证券等衍生资金流, k 表明资产运作的离散时间.其中,状态变量 $x_{i,k}^s$ 是情景 s 、投资主体 i 、时刻 k 条件下的资金数量.控制变量 $d_{i,k}^s$ 是情景 s 、投资主体 i 、时刻 k 条件下的销售数量,控制变量 $p_{i,k}^s$ 是相应诸条件下的资产购买数量,控制变量 $b_{i,k}^s$ 是相应诸条件下的借款数量. $r_{i,k}^s = 1 + \alpha_{i,k}$, $\beta_{i,k}^s$ 是收益率, $\alpha_{i,k}$ 是相应条件下交易费用比率, $\beta_{i,k}^s$ 是相应条件下借款率.方程式(1)描述在随机资产

$$B_0 = \begin{bmatrix} -1 & 1-2 & 1-3 & & 1-m & 1 & -1 \\ 1-2 & -1 & 0 & & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & & & & \\ & & & & -1 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & -(1+) & 0 \\ 0 & & & & 0 & 0 & -(1+) \end{bmatrix}_{(n+2) \times (n+2)}$$

其次,作控制变量代换,即

$u_k = N v_k$, $v_k^T = [v_{1k}^T, v_{2k}^T, v_{3k}^T]^T$, 其中, $v_{1k} \in R^{n+2}$, $v_{2k} \in R^1$, $v_{3k} \in R^{n+1}$. 则式(6),(7)变为

$$x_k = A x_{k-1} + B_0 v_{1k} + E w_k \quad (11)$$

$$y_k = C x_k + v_{2k} + F w_k \quad (12)$$

再次,选择状态反馈

$$\begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0^{-1} (-A + aI) \\ K_2 \end{bmatrix} x_{k-1} \quad (13)$$

其中, a 为实数, K_2 为 $n+2$ 维行向量, 均为待定参数, 则(11),(12)变为

$$x_k = a x_{k-1} + E w_k \quad (14)$$

$$y_k = C x_k + K_2 x_{k-1} + F w_k \quad (15)$$

所以

$$y_k = [(Cz + K_2)E/(z - a) + F] w_k$$

于是,资产重组过程中扰动对于输出,亦即风险对于财富的传递函数为

$$G = (Cz + K_2)E/(z - a) + F \quad (16)$$

H 控制理论研究结果表明,控制变量的非奇异变换不改变系统输出对于扰动的传递函数^[8]. 在资产重组问题中,式(10)中非奇异变换 N 不改变输出对于扰动的传递函数. 因此,降阶后的系统传递函数(16)完全可以反映原来系统(6),(7)中风险对于财富的关系.

4 H 控制问题的解析解

4.1 资产重组问题中 H 范数的求解

资产重组问题中降阶系统的传递函数(16)是一个向量,依据文[9]运用复变函数理论关于 H 范数的研究结果,对多项式范数标量形式的求解方法很容易推广到向量有理函数的情况,并且写成关于参数 a, K_2, a 的函数. 在资产重组问题中,设 $g = G(z)G(z^{-1})^T$, $z = e^{j\omega}$, $(0 \leq \omega \leq 2\pi)$, 由式(16)得

$$g = [(CE + F)(CE + F)^T + (K_2E - aF)(K_2E - aF)^T + 2(CE + F)(K_2E - aF)^T \cos \omega] / (1 - 2a \cos \omega + a^2) \quad (17)$$

于是,(16)式中传递函数 G 的 H 范数可以表示为

$$\|G\|_H = \text{ess sup}_{\omega} g^{1/2}, \quad a^2 + 1 - 2a \cos \omega > 0$$

所以, $\min\{\|G\|_H\} = \inf_{a, K_2} \sup_{\omega} g^{1/2} \quad (18)$

注意到,文[9]是关于 \cos 亦即关于 \sin 的求取 H 范数的过程.现在将此结果推广为对含有参数 K_2, a 的(18)的 H 范数的求取过程,实际上就是对于传递函数(16)以至原问题控制的求解.

$$-\frac{g}{a} = -2\sin \{ (CE + F)(K_2E + F)^T(1 - 2a\cos + a^2) + a[(CE + F)(CE + F)^T + (K_2E - aF)(K_2E - aF)^T + 2(CE + F)(K_2E - aF)^T \cos] \} / (1 - 2a\cos + a^2)^2 \quad (19)$$

$$-\frac{g}{a} = -2\{ [K_2E - aF)(CE + F)\cos] F^T(1 + a^2 - 2a\cos) + [(CE + F)(CE + F)^T + (K_2E - aF)(K_2E - aF)^T + 2(CE + F)(K_2E - aF)^T \cos] (a - \cos) \} / (1 - 2a\cos + a^2)^2 \quad (20)$$

$$-\frac{g}{K_2} = 2[(K_2E - aF) + (CE + F)\cos] E^T / (1 - 2a\cos + a^2) \quad (21)$$

由 $-\frac{g}{a} = 0$ 得

$$\sin = 0 \quad (22)$$

或者

$$(CE + F)(K_2E - aF)^T(1 + a^2) + a[(CE + F)(CE + F)^T + (K_2E - aF)(K_2E - aF)^T] = 0 \quad (23)$$

由 $-\frac{g}{a} = 0$ 得

$$[(K_2E - aF) + (CE + F)\cos] F^T(1 - 2a\cos + a^2) + [(CE + F)(CE + F)^T + (K_2E - aF)(K_2E - aF)^T + 2(CE + F)(K_2E - aF)^T \cos] (a - \cos) = 0 \quad (24)$$

由 $-\frac{g}{K_2} = 0$ 得

$$[(K_2E - aF) + (CE + F)\cos] E^T = 0 \quad (25)$$

联立式(22), (23)和(24), (25)求解 k_2, a , 即当满足

$$\begin{aligned} &= (CE + F)(K_2E - aF)^T(1 + a^2) + a[(CE + F)(CE + F)^T \\ &\quad + (K_2E - aF)(K_2E - aF)^T] > 0 \text{ 时} \\ &= 0, \quad [a \quad K_2] = [1 \quad -C] + \sum_{i=1}^3 i i, \quad g = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

当满足 $= 0$ 时,

$$\text{为任意值, } [a \quad K_2] = \sum_{i=2}^3 i i, \quad g = (CE + F)(CE + F)^T \quad (27)$$

当 < 0 时, 无解.

在(26), (27)中, i 为任意常数($i = 1, 2, 3$), i 为满足 $\begin{bmatrix} -FE^T \\ EE^T \end{bmatrix} = 0$ 的 $n+3$ 维向量解, 即

$$\begin{aligned} i_1 &= \begin{bmatrix} 1 & f_1 & \dots & f_m & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad i_2 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ i_3 &= \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

综合分析结果, 在解(27)中 $a = 0$, 无实际金融意义. 所以, 式(26)为问题的解, 且为保证资产重组闭环系统能稳定运行, 必须满足 $1 + i_1 < 1$, 此时随机扰动的影响可减少到任意小(最

小到零).

4.2 特殊基变换和解的综合

在资产重组系统(6),(7)中的基变换阵为 N , H 控制策略为

$$u^k = N v^k = N [v_{1k}^T, v_{2k}^T, v_{3k}^T]^T, \text{ 其中 } \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0^{-1}(-A + aI) \\ K_2 \end{bmatrix} x^{k-1}, v_{3k} \text{ 为任意实值向量, } N =$$

$\begin{bmatrix} N_1, N_2 - N_1 B_0^{-1} N_5 \\ N_3, N_4 - N_3 B_0^{-1} N_5 \end{bmatrix}$, 而 N_1, N_2, N_3, N_4, N_5 分别为

$$N_1 = \begin{bmatrix} d_{22}/d_{11} & -d_{12}/d_{11} & & -d_{1n}/d_{11} & d_3/d_{11} & -d_4/d_{11} \\ 0 & 1 & & & 0 & 0 \\ & & O & & & \\ & & & O & & \\ & & & & 1 & \\ 0 & 0 & & & 0 & \\ 1 & 0 & & & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(n+2) \times (n+2)}$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} -1/d_{11} & d_{21}/d_{11} & d_{23}/d_{11} & d_{24}/d_{11} & d_{2n}/d_{11} \\ O_{(n+1) \times 1} & & & & O_{(n+1) \times 1} \end{bmatrix}_{(n+2) \times n}$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} O_{(n-2) \times n} & O_{(n-2) \times 2} \\ O_{2 \times n} & I_2 \end{bmatrix}_{n \times (n+2)}, \quad N_4 = \begin{bmatrix} I_{n-2} & O \\ O & O \end{bmatrix}_{n \times n}$$

$$N_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & & -1 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 \\ & & 0 & 1 & -3 & 0 \\ & & & & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & 1 & -n \\ & & & & 0 & \\ 0 & & & & 0 & \end{bmatrix}_{(n+2) \times n}$$

a, K_2 由解(26)给出.

如此选取控制策略, 可在资产重组过程中风险对于财富的影响最小, 即金融风险最小.

5 结语

本文运用 H 控制理论方法研究了资产重组问题, 提出了离散时间系统状态空间模型, 推导了奇异 H 策略, 为资产重组问题的分析和研究提供了新的理论方法.

参 考 文 献

- 1 赵炳贤, 资本运营论, 企业管理出版社, 北京, 1997
- 2 刘巨钦. 企业股份制与资产重组. 中国经济出版社, 北京, 1997
- 3 Mulvey J M, Rosenbaum D P, shetty B. Strategic Financial Risk Management and Operations Research, European Jour-

nal of Operational. Research, 1997, **97**(1): 1 ~ 16

- 4 Mulvey J M, *et al.* A new Scenario Decomposition Method for Large Scale Stochastic Optimization, Operation Research, 1995, **43**(4): 477 ~ 490
- 5 Mulvey J M, Vladimirov. Stochastic Network Programming for Financial Planning Problems, Management Science, 1992, **38**(6): 1642 ~ 1661
- 6 Marans C D, *etal.* Solving Long-term Financial Planning Problems Via Global Optimization, Journal of Economic Dynamics and Control, 1997, **21**(6): 1405 ~ 1425
- 7 吕跃飞, 戴冠中. 奇异 H 状态反馈问题降阶递推解法. 控制理论与应用, 1993, **10**(4): 367 ~ 373
- 8 Chen, B. M. and Saberi, A. Noniterative Computation of Infimum in H Operation for Plants with Invariant Zeros on the Jw -axis, IEE Proceedings - D, 1993, **140**(5): 298 ~ 304
- 9 黄永宣. 多项式 H 范数的一种解析算法. 自动化学报, 1996, **22**(3): 379 ~ 381

THE RESEARCH OF H CONTROL THEORY APPLICATION TO FINANCIAL RISK OF ASSES REGROUPING

HUANG Xiaoyuan ZHONG Maiying

(Business Institute, Northeastern Univ., Shenyang)

Abstract This paper proposed a discrete-time system model of assets regrouping on the basis of Mulvey's stochastic assets allocation model. And presented the singular control strategies, which could minimize the financial risk in the process of assets regrouping, by use of reduced-order method. Finally, based on complex function theory, we also gave the analysis solutions of this problem.

Key words asset regrouping, singular H control, financial risk, discrete-time system

作者简介

黄小原, 51 岁, 副院长, 教授, 博士生导师. 研究领域为经济控制理论, 金融工程, 人工生命系统方法.

钟麦英, 33 岁, 博士生. 研究领域为控制理论, 金融工程.

