

文章编号: 1002-0411(2004)01-0067-05

# 小波变换理论应用进展

郭彤颖<sup>1,2</sup>, 吴成东<sup>2</sup>, 曲道奎<sup>1</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016; 2. 沈阳建筑工程学院, 辽宁 沈阳 110168)

**摘要:** 本文介绍了小波变换理论, 讨论了基本小波函数的选取准则和小波变换算法, 分析了小波变换与人工智能等其它方法的结合方式和特点. 通过介绍小波变换在信号瞬态分析、图像边沿检测、图像去噪、模式识别、数据压缩、分形信号分析等方面的应用实例, 讨论了小波变换在处理非平稳信号和复杂图像时的优势. 最后, 对小波变换理论的发展及其应用前景作了描述.\*

**关键词:** 小波变换; 神经网络; 模糊逻辑; 专家系统; 粗糙集; 遗传算法

中图分类号: TP13

文献标识码: B

## Wavelet Transform Theory and Its Application Progress: a Review

GUO Tong-ying<sup>1,2</sup>, WU Cheng-dong<sup>2</sup>, QU Dao-kui<sup>2</sup>

(1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;

2. Shenyang Architecture and Civil Engineering Institute, Shenyang 110168, China)

**Abstract:** This paper, the wavelet transform theory is introduced, the criterions of choosing basic wavelet function and the algorithm of wavelet transform are discussed, and the ways and characteristics of wavelet transform combining with artificial intelligence and other methods are analyzed. The application examples of wavelet transform in the fields of signal instantaneous analysis, image edge detection, image denoising, pattern recognition, data compression and fractal signal analysis are reviewed. The advantage of processing unstable signals and complicated images by wavelet transform is discussed. At the end, the development and future trends of wavelet transform are pointed out.

**Keywords:** wavelet transform; neural network; fuzzy logic; expert system; rough set; genetic algorithm

## 1 引言(Introduction)

1984 年, 法国地球物理学家 Morlet 在分析地震波的局部特性时首次采用了小波变换. 由于其在时频两域都具有表征信号局部特征的能力和高分辨率分析的特点, 因此被誉为“数学显微镜”. 小波变换的基本思想是将原始信号通过伸缩和平移后, 分解为一系列具有不同空间分辨率、不同频率特性和方向特性的子带信号, 这些子带信号具有良好的时域、频域等局部特征. 这些特征可用来表示原始信号的局部特征, 进而实现对信号时间、频率的局部化分析, 从而克服了傅里叶分析在处理非平稳信号和复杂图像时所存在的局限性.

随着小波理论的日趋成熟, 人们对小波变换的实际应用越来越重视, 它已广泛地应用于信号处理、

图像处理、量子场论、地震勘探、语音识别与合成、音乐、雷达、CT 成像、彩色复印、流体湍流、模式识别、机器视觉、机械故障诊断与监控以及数字电视等科技领域. 最近几年, 一些学者将小波变换与人工智能及其它理论相结合进行研究, 并且已经取得了重要的成果. 本文介绍小波变换理论的一些典型应用实例, 分析其性能特点, 并讨论其发展趋势.

## 2 小波变换的基本理论(Basic theory of wavelet transform)

小波变换和傅里叶变换的出发点都是将信号表示成基函数的线性组合, 所不同的是傅里叶变换采用时间属于  $(-\infty, +\infty)$  的谐波函数  $e^{inx}$  作为基函数, 而小波变换的基函数是具有紧支集的母函数  $\Psi(t)$ , 通过对母函数  $\Psi(t)$  进行伸缩和平移得到一个小波序列:

\* 收稿日期: 2002-12-18  
基金项目: 辽宁省自然科学基金资助项目(010705)

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

$$a, b \in R; a \neq 0 \quad (1)$$

其中  $a$  为伸缩因子,  $b$  为平移因子。

对于任意函数  $f(t) \in L^2(R)$  的连续小波变换为:

$$W_f(a, b) = \iint \Psi_{a,b}(t) |a|^{-1/2} \int_R f(t) \Psi^*$$

$$\cdot \left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2)$$

其重构公式(逆变换)为:

$$f(t) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a} W_f(a, b)$$

$$\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db \quad (3)$$

基本小波函数的选取很重要,常常取决于实际应用。小波函数在几何形状上一般都具有两个基本特征:必须是振荡函数和迅速收敛的函数。在选取或自己构造小波函数时,必须遵循以上两个准则。尺度因子和伸缩因子的不同会给小波函数的几何形状带来很大的变化。

### 3 小波变换与人工智能的结合 (Combination of wavelet transform with artificial intelligence)

小波变换理论和人工智能相结合已成为当前的热门研究课题之一。一方面,各种方法之间可以优势互补、相互融合,另一方面,不同方法通过结合可能形成新的有效方法。

#### 3.1 小波变换和神经网络的结合

小波神经网络是最近几年在小波理论研究获得突破的基础上提出的一种新型网络。由于小波变换表现出良好的时频局域化特性,以及它的多分辨率功能,基于小波理论构造的小波神经网络也表现出了良好的辨识性能。并且小波网络结构的确定以小波理论为依据,可以避免 BP 网络结构设计上的盲目性,是颇有发展前景的一种网络。

Zhang 和 Benveniste<sup>[1]</sup> (1992) 提出了一种小波神经网络,并证明它具有逼近任何函数的能力。仿真结果说明,小波网络比具有相同神经元数和参数的前向神经网络精度高。但是,训练算法仍很复杂,训练速度慢,训练次数达到上万次。R. Bakshi 等人<sup>[2]</sup> (1993) 基于小波多分辨率分析理论用紧支正交小波构造了多分辨率小波网络。他们将小波函数和尺度函数共同应用于小波网络之中,充分利用了二者互

补的特性,具有分层、多分辨率和局部学习的特点,其优点是结构设计清晰,具有明确的全局和局部误差估计,较低的计算复杂性,良好的自适应性等。Zhang 等人<sup>[3]</sup> (1995) 提出的小波网络,以同一尺度下的尺度函数为神经网络。Zhang<sup>[4]</sup> (1997) 基于小波框架研究了高维小波网络的设计问题,但它依赖于输入样本空间的均匀性。吕立华等人<sup>[5]</sup> 基于小波网络系提出一种用非均匀分布样本训练多分辨率小波网络的方法,这种方法使非均匀分布样本在满足一定条件时近似到规则的网格系上,有效地克服了由于输入样本非均匀分布而引发的问题,使得多分辨率小波网络的优势得以充分发挥。

#### 3.2 小波变换和模糊逻辑的结合

模糊逻辑是一种处理不确定性、非线性和其它不适宜问题的有力工具,比较适合表达模糊或定性的知识,其推理方式类似于人的思维模式。对于多输入、多输出的模糊规则,可以分解为多个多输入、单输出的模糊规则。

Ringrose 和 Negnevitsky<sup>[6]</sup> 将小波变换和模糊逻辑相结合,应用于电力系统干扰的自动识别。采用此方法能够自动找出干扰的来源,克服了人工干扰识别效率低、费用昂贵的弊端。Wang 等人<sup>[7]</sup> 将小波变换和模糊逻辑相结合,用于监视工具旋转时的磨损情况。首先利用小波变换提取反映工具磨损状态的信号特征,然后采用模糊识别技术识别工具磨损状况。实验结果表明,基于小波变换和模糊逻辑的识别技术适用于生产线上的实时监测。王建等人<sup>[8]</sup> 将小波理论和模糊识别理论相结合,并应用于人体血压波形信号的实际分析中,将离散小波和连续小波变换结合,完成有用信号的特征提取,并用模糊识别的方法实现了人体高、低血压的灵活、准确识别,为各种瞬态变化的波形信号的分析以及多种有用信息相互叠加的信号分离提供了有效的方法,具有一定的推广应用价值。

#### 3.3 小波变换和神经网络、专家系统的结合

专家系统通过某种知识获取手段把人类专家的领域知识和经验技巧移植到计算机中,并且模拟人类专家的推理与决策过程,表现出求解复杂问题的人工智能。它与传统的计算机技术和常规的软件程序相比,具有启发性、透明性和灵活性的特点。Kim 等人<sup>[9]</sup> 将小波变换、神经网络和专家系统技术相结合,用于癫痫病病情发作监测研究。首先采用小波变换方法削减神经网络输入数,为神经网络提供训练和测试参数,其次,使用误差反传算法构建三层前

馈神经网络,最后利用专家系统得到可靠的研究结果.实验表明小波变换减少了网络的输入数据量,并且经过预处理的神经网络具有 97% 的灵敏度和 89.5% 的选择性,这明显优于输入数据未经小波变换预处理的神经网络所具有的精度.张定会和戴曙光<sup>[10]</sup>在对某钢厂复杂的大型冷轧自动化生产线系统进行实时状态监测和故障诊断中,利用基于知识的专家系统、人工神经网络和小波分析技术,组成几个相对独立的诊断模块,分别诊断冷轧生产线系统的某些特定故障,从而实现对整个冷轧生产线系统进行状态监测和故障诊断,将几种先进的诊断理论和技术结合起来,组成统一的整体,构造一个混合故障诊断专家系统.研究表明,混合专家系统为大型复杂系统的状态监测和故障诊断提供了有效的技术手段.

### 3.4 小波变换和神经网络、粗糙集的结合

粗糙集理论可以处理输入信息是不完整、不精确、不确定的定量数据或定性语句,并定义条件属性和决策属性的依赖关系,即输入空间与输出空间的映射关系是通过简单的决策表简化得到的,并通过去除冗余属性简化知识的表达空间维数,达到约简知识的目的,为智能信息处理提供了有效的处理技术.

Marcin 和 Piotr<sup>[11]</sup>在癫痫病诊断分析中,将小波理论和粗糙集、神经网络结合应用于 EEG 信号分类器研究.利用小波变换多分辨率的特性进行特征提取,从而减少输入数据量;利用粗糙集软计算算法构造具有令人满意的精度、灵活性和抗噪音的分类器;最后,应用神经网络构造更加灵活的分类器.实验结果表明,将小波变换与粗糙集、神经网络结合用于信号处理,使处理过程具有良好的实时性、透明性和鲁棒性.

## 4 小波变换理论的应用 (Applications of wavelet transform theory)

小波分析不仅具有完美的数学内涵,而且具有重要的应用价值,特别适用于信号的瞬态分析、图像边缘检测、图像去噪处理、模式识别、数据压缩、分形信号分析等方面.

Akey<sup>[12]</sup>、Blinowska<sup>[13]</sup>、Meste<sup>[14]</sup>等人利用小波理论的时间-尺度能量分布分析方法对心血管音、脑电、晚电位等生物医学信号进行分析,所得尺度谱的分辨率比一般谱图的分辨率要高.在晚电位分析方面,目前仪器中采用的手段多是累加平均,人们希

望能发展逐拍的动态检测,但是由于噪声(主要是肌电)干扰,小幅度的肌电与之很难区分.为了研究小波分析对心室晚电位动态分析的有效性,Tutur<sup>[15]</sup>人为地在某一心拍的 QRS 波后期加以持续时间约 0.1s 的仿真晚电位.分析结果表明,在  $a=16$  的尺度下晚电位被明显突出.钟伯成等人<sup>[16]</sup>以自发的脑电信号为对象,利用小波变换对其瞬态信号进行定位和提取.实验结果表明,基于小波变换的脑电信号瞬态检测法能方便而有效地完成瞬态波形的检测与参数提取.

边缘是图像对视觉的最主要特征,因此在计算机视觉技术中提出了多种检测边缘的算法.小波变换具有检测局部突变的能力,因此是检测边缘的良好工具.Mallat 等人<sup>[17]</sup>以居室的一角为例,由小波变换幅值的局部极值点连接成图形.在  $j$  值较小情况下,其中有许多点是噪声引入的极值,通常噪声干扰引入的极值数值较小,而边缘引起的极值数值较大,因此可以采用阈值检测加以滤波,只保留超过阈值的极值点.经阈值滤波后,所得局部极值点连接成的图形较清晰地反映出不同分辨率下图像中主要物体的边缘,然后通过提取边缘结果重建原始图像.重建图像与原始图像对比表明,小波变换用于图像的边缘分析具有良好的效果.

小波变换突出局部特征的能力使它成为检测瞬态突变及图像边缘的有力手段.传统上常用的检测手段是匹配滤波和傅里叶变换,但前者需要有关于待检测信号的先验知识,后者则主要对长期持续周期性信号有效.只有小波变换适于检测低能量的短时瞬变信号,而且不需要很多先验知识<sup>[18]</sup>.

图像去噪是一个古老的课题,而人们也根据实际图像的特点、噪声的统计特征和频谱分布规律,发展了各式各样的方法.在图像去噪领域中,小波理论也同样受到了许多学者的重视,他们应用小波进行去噪,并获得了非常好的效果<sup>[19-21]</sup>.Xu 等人<sup>[22]</sup>是较早利用小波变换对图像进行去噪处理的,他们所采用的方法虽然有效,但没有突出小波变换多分辨率的优点.Weaver<sup>[23]</sup>采用一种小波变换的改进算法,把低分辨率(大尺度)下的小波变换全部保留,高分辨率(小尺度)下的小波变换则只有被确认为边缘附近的各点才予以保留,其余的都加以去除.由于噪声的小波变换主要集中在小尺度各层次中,因此,经上述处理后噪声基本去除而边缘信息得以较好地保留.从信号学的角度看,小波去噪是一个信号滤波的问题,而且尽管在很大程度上小波去噪可以看成是

低通滤波,但是由于在去噪后,还能成功地保留图像特征,所以在这一点上又优于传统的低通滤波器.由此可见,小波去噪实际上是特征提取和低通滤波功能的综合.

Boles 等人<sup>[24]</sup>提出了一种基于一维小波变换的虹膜特征提取算法,其中只分析了虹膜中一系列同心圆周的一维信号.但是,虹膜的纹理结构是二维的,并且经过观察可以发现,沿半径方向虹膜的纹理更加明显.王蕴红等人<sup>[25]</sup>利用二维小波变换提取虹膜纹理图像的全局特征(均值和方差),使其算法具有平稳、旋转和缩放的不变性.在 160 个虹膜样本的实验中,识别率可以达到 82.5% 以上. Lee 等人<sup>[26]</sup>提出了基于小波变换的指纹识别算法.采用此算法不需要对指纹图像进行平滑化、二值化等传统的图像预处理过程.仿真实验结果表明指纹的误识率为 0.0%,拒识率为 2.5%.曾理等人<sup>[27]</sup>提出一种基于多尺度小波分解的离线手写汉字的特征提取方法,通过表示为灰度图像的手写汉字的多尺度小波分解,能在不同尺度下提取字符的特征.在较大的尺度下,提取字符少量的结构特征,可用于在巨大的汉字候选类集中进行字符的粗归类;在较小的尺度下,提取字符的细节特征,可用于在较小的汉字候选集中进行字符的细节归类(识别).这样一种从粗到细的策略,既减少了匹配的时间,又保持了识别的精度.

数据压缩是小波变换的一个成功应用领域,特别是对二维图像数据压缩更为有效.采用小波变换进行数据压缩的优点是不仅压缩比可以提高,而且可以避免其他压缩编码方法由于数据分块造成的“方块效应”和“蚊式噪声”,因而质量较好.随着多媒体、信息高速公路等技术的发展,数据压缩已成为信息传输中的瓶颈问题,因此其重要性愈见显著.基于小波分析的压缩方法很多,比较成功的有小波包最好基方法、小波域纹理模型方法、小波变换零树压缩、小波变换向量压缩等.把小波变换、图像分割、二维建模、自适应量化等技术综合起来,并结合人类视觉的特点,对图像中的不同区域(轮廓和纹理)采用不同的压缩方法,即所谓“第二代图像压缩技术”是图像压缩技术发展的必然趋势.

由于分形和小波变换在尺度性能上表现出的类似性,因此小波变换被认为是分析、刻画物理学中许多有关分形现象的有力工具.傅氏变换虽然能看到湍流信号的频率特性,但是却不能表现其相干结构;直观的图形(例如二维湍流场的旋涡图)虽能粗略观

察到它的相干结构,但却不能给出各尺度间能量和熵交换情况的定量描述.小波变换恰能把这两方面结合起来,弥补了上述缺点,而且它本身又包含有时间概念,因此还可以表现出湍流发展的过程,即如何由初始状态发展成充分成熟的涡流<sup>[28]</sup>. Arneodo 和 Argoul<sup>[29]</sup>则以小波变换为“数学显微镜”,对非平衡系统的模式形成现象,包括分维生长过程,如何向混沌过渡、分形聚集体等多分形现象作了分析.

## 5 结束语(Conclusion)

综观小波变换发展的历史,它的应用和理论发展是交织在一起相互促进的.目前,它已被应用于信号分析、语音处理、电子对抗、模式识别、图像处理、故障诊断等许多领域,取得了骄人的成绩.有人预言,传统的傅里叶分析有可能在不久的将来被小波分析所取代.因此,作为信号处理的一种新工具和新方法,小波分析无论在理论研究还是在工程应用方面都有着广阔的发展前景.然而,小波变换本身也存在一定的问题.例如,由于小波变换尺度跨距较宽,数据动态范围较大,因此,计算时往往需要采用浮点运算,因而增加了工程实时应用的困难.将小波变换和人工智能等其它多种方法有机结合,克服彼此的不足,发扬各自的优点,是今后小波变换技术发展的必然趋势.除此之外,小波变换或小波网络与遗传算法等其它理论的结合,也具有广阔的发展前景.

## 参 考 文 献(References)

- [1] Zhang Q, *et al.* Wavelet network [J]. IEEE Trans Neural Networks, 1992, 3(6): 889~ 898.
- [2] Bahavik R, *et al.* Wave net: a multiresolution, hierarchical neural network with localized learning [J]. AIChE Journal, 1993, 39(1): 57~ 81.
- [3] Zhang J, *et al.* Wavelet neural network for function learning [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(6): 1485~ 1497.
- [4] Zhang Q. Using wavelet network in nonparametric estimation [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1997, 8(2): 227 ~ 236.
- [5] 吕立华. 用非均匀分布样本训练多分辨小波网络的新方法 [J]. 模式识别与人工智能, 2001, 14(1): 14~ 18.
- [6] Ringrose M, Negnevitsky M. Automatic disturbance recognition in power system [J]. Journal of Electrical and Electronics Engineering, 1999, 19(1): 83~ 90.
- [7] Wang Z, *et al.* Monitoring tool wear states in turning based on wavelet analysis [J]. Journal of Beijing Institute of Technology (English edition), 2001, 10(1): 101~ 107.
- [8] 王 建. 小波变换和模糊识别技术在人体血压信号处理中的

- 应用 [J]. 信息与控制, 2002, 31(1): 93~ 96.
- [9] Kim S, *et al.* Automatic detection of epileptic form activity using wavelet and expert rule base [A]. Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology [C]. 1998, 4: 2078~ 2081.
- [10] 张定会, 等. 混合故障诊断专家系统 [J]. 模式识别与人工智能, 2000, 13(3): 276~ 280
- [11] Marcin S, Piotr W. Neuro wavelet classifiers for EEG signals based on rough set methods [J]. Neurocomputing, 2001, 36(1): 103~ 122.
- [12] Akey M, *et al.* Investigating the effects of vasodilator drugs on the turbulent sound caused by femoral artery stenosis using short term Fourier and wavelet transform methods [J]. IEEE Biomedical Engineering, 1994, 4(10): 921~ 928.
- [13] Blinowska K, *et al.* Time-frequency analysis of non stationary EEG by matching pursuit [A]. Proceedings of World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering [C]. Riode Janeiro, Brazil: 1994. 915~ 918.
- [14] Mest O, *et al.* Ventricular late potentials characterization in time-frequency domain by means of a wavelet transform [J]. IEEE Biomedical Engineering, 1994, 41(7): 625~ 634.
- [15] Tuteur F. Wavelet transformation in signal detection [A]. Proceedings of First International Conference on Wavelet [C]. Springer-Verlag, 1989. 132~ 139.
- [16] 钟伯成. 基于小波变换的脑电信号瞬态特征提取 [J]. 模式识别与人工智能, 2000, 13(2): 218~ 221.
- [17] Mallat S. Wavelet for vision [J]. Proceedings of IEEE, 1996, 84(4): 605~ 614.
- [18] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [19] Ching P, *et al.* On wavelet denoising and its applications to time delay estimation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1993, 2(3): 296~ 310.
- [20] Deng L, *et al.* Wavelet denoising of chirp-like signals in the Fourier domain [A]. Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and System [C]. Orlando, USA: 1999. 540~ 543.
- [21] Gunawan D. Denoising images using wavelet transform [A]. Proceeding of the IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing [C]. Victoria BC, USA: 1999. 83~ 85.
- [22] Xu Y, *et al.* Wavelet transform domain filters: a spatially selective noise filtration technique [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1994, 3(6): 747~ 757.
- [23] Weaver J. Filtering noise from images with wavelet transform [J]. Magnetic Resonance in Medicine, 1995, 21(1): 288~ 295.
- [24] Boles W, *et al.* A human identification technique using images of the iris and wavelet transform [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(4): 1185~ 1188.
- [25] 王蕴红. 基于虹膜识别的身份鉴别 [J]. 自动化学报, 2002, 29(1): 1~ 10.
- [26] Lee W, Chung J. Fingerprint recognition algorithm development using directional information in wavelet transform domain [A]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems [C]. 1997, 2. 1201~ 1204.
- [27] 曾理, 等. 离线手写汉字的多尺度小波特征提取 [J]. 模式识别与人工智能, 2000, 13(3): 281~ 284.
- [28] Farge M. The continuous wavelet transform of two dimensional turbulent flows [A]. Coifman R. Wavelets and Their Applications [M]. USA: Jones and Bartlett Publisher, 1991. 275~ 302
- [29] Amedeo A, *et al.* Wavelet transform of fractals: from the transition of chaos to fully developed turbulence [A]. Proceedings of the International Conference on Wavelet and Application [C]. Berlin: Springer, 1992. 286~ 289.

## 作者简介

郭彤颖(1974-), 女, 硕士, 讲师. 研究领域为机器人控制, 模式识别, 图像处理等.

吴成东(1960-), 男, 教授, 博士生导师. 研究领域为智能控制, 虚拟现实技术及应用, 机器人控制等.

曲道奎(1961-), 男, 研究员, 博士生导师. 研究领域为机器人学, 智能控制等.