

# 无穷维时滞系统的变结构控制

李文林

(河南师大数学系, 新乡, 453002)

**摘要** 本文在 Banach 空间研究了无穷维时滞系统的变结构控制问题, 给出了滑动模态的稳定性条件, 滑动模态的到达条件和变结构控制的一般形式, 最后用分布参数系统变结构控制的例子说明了方法的有效性.

**关键词:** 时滞系统 变结构控制 半内积 强连续半群

## 1 引言

目前变结构控制的研究, 主要集中在有限维系统, 然而一些实际系统需要用偏微分方程才能精确描述, 所以无穷维系统变结构控制是一个重要的研究课题, 这方面的研究已经有了初步进展<sup>[1-4]</sup>, 目前的研究结果表明, 从有限维系统到无限维系统, 许多问题是不能简单推广的, 困难在于无穷维系统的动态性质与系统本身的特性有着复杂的关系, 比如, 从本文中举的例子可以看出, 边界条件的改变就会破坏稳定性和到达条件. 另外, 无穷维系统变结构控制还缺乏一般的理论, 变结构控制的一些基本问题: 滑动模态的稳定性, 滑动模态的到达条件, 变结构控制律的一般形式和时滞系统的情况都还没有得到研究. 本文引入半内积和泛函分析中的一些概念, 对上述几个问题进行研究, 给出了时滞系统滑动模态的稳定性条件, 滑动模态的到达条件, 变结构控制律的一般形式, 并以分布参数系统的例子, 说明了结论的有效性.

考虑时滞系统

$$\dot{x} = Ax + Bu(x, t) + f(x(t-h), t) \quad (1)$$

其中  $x \in X$ ,  $X$  是抽象函数组成的 Banach 空间,  $A$  是  $X$  中闭线性算子,  $A$  的定义域  $D(A)$  在  $X$  中稠密;  $f(x, t)$ ,  $u(x, t)$  分别是取值于 Banach 空间  $X$  和  $V$  中的算子函数;  $B \in L(V, X)$ ,  $L(V, X)$  表示  $V \rightarrow X$  的全体有界线性算子组成的线性空间,  $h$  表示时间延迟.

## 2 滑动方程

取切换函数为

$$S(x) = Cx, \quad C \in L(X, V) \quad (2)$$

切换流形为

$$S_0 = \{x | x \in X, S(x) = 0\}$$

为了研究滑动模态, 先给出几个概念和引理, 这些概念和引理后面要多次用到.

**定义 1<sup>[5]</sup>** 对  $\forall x, y \in X$ , 定义半内积

$$[x, y] = \inf\{y^*(x) | y^* \in X^*(X \text{ 的共轭空间}), \\ y^*(y) = \|y\|^2 = \|y^*\|^2\}$$

**引理 1<sup>[5]</sup>** 半内积有下面性质

- (1)  $|[x, y]| \leq \|x\| \|y\|$
- (2)  $[ax + \beta y, y] = a[x, y] + \beta \|y\|^2$

$$(3) \quad \|x(t)\| D \|x(t)\| \leq [\dot{x}(t), x(t)]$$

$$\text{其中 } D \|x(t)\| = \limsup_{h \rightarrow 0} \frac{\|x(t)\| - \|x(t-h)\|}{h}$$

引理 2<sup>[4]</sup> 设  $A$  是  $X$  中的闭线性算子, 且存在实数  $a$ , 使得

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq (\lambda + a)^{-1}, \quad \lambda > \max\{0, -a\}$$

则以  $A$  为无穷小生成元可产生一个强连续半群  $T(t)$ , 使得

$$(1) \quad \frac{d}{dt}(T(t)x) = AT(t)x, \quad x \in D(A)$$

$$(2) \quad \|T(t)\| \leq e^{-at}, \quad t \geq t_0$$

由引理 1, 可得下面结论.

定理 1 (1) 滑动模态存在的充分必要条件为  $\lim_{|s| \rightarrow 0} [S(x), S(x)] < 0$ ; (2) 滑动方程可由式

(1) 和  $S(x) = 0$  确定.

证明

$$(1) \text{ 由引理 1, } D \|S(x)\| \leq [S, S] / \|S\|$$

(1) 显然.

$$(2) \quad D \|S(x)\| = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\|S(x(t))\| - \|S(x(t-h))\|}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\|S(x(t))\| - \|S(x(t)) - hS(x(t))\| + 0(h)}{h}$$

在切换流形  $S_0$  上,  $S(x) = 0$ , 所以

$$D \|S(x)\| = 0 \Leftrightarrow S(x) = 0, \quad x \in S_0$$

因此, 等效控制  $u_{eq}$  可由  $\dot{S} = 0$  确定, 令  $\dot{S} = 0$ , 由系统(1)得

$$CAx + CBu(x, t) + Cf(x(t-h), t) = 0 \quad (3)$$

若  $CB$  可逆, 由式(3)可解得

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}C(Ax + f(x(t-h), t)) \quad (4)$$

将式(4)代入(1), 得等效控制方程为

$$\dot{x} = (I - B(CB)^{-1}C)(Ax + f(x(t-h), t)) \quad (5)$$

记  $P = B(CB)^{-1}C$ , 若  $P, A$  可交换, 在  $S_0$  上, 式(5)化为

$$\dot{x} = Ax + (I - P)f(x(t-h), t) \quad (6)$$

这就是滑动模态的运动方程.

本文以下均假设  $P, A$  是可交换的.

### 3 滑动模态的稳定性

滑动运动是变结构控制最本质的运动, 滑动模态的稳定性是变结构控制的基本要求.

引理 3 若存在  $\alpha \geq 0$ , 使得

$$[\dot{x}(t), x(t)] < \alpha (\|x(t-h)\|^2 - \|x(t)\|^2)$$

则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$$

证明

$$D \|x(t)\|^2 = \limsup_{h \rightarrow 0} \frac{\|x(t)\|^2 - \|x(t-h)\|^2}{h}$$

$$= \limsup_{t \rightarrow 0} \sup_{(0, \tau)} (\|x(t)\| + \|x(t-h)\|) \frac{\|x(t)\| - \|x(t-h)\|}{h} = 2\|x(t)\| \|D\| \|x(t)\|$$

$$\text{令 } v(t) = \frac{1}{2} \|x(t)\|^2 + \alpha \int_{t-h}^t \|x(\tau)\|^2 d\tau$$

$$Dv(t) = \|x(t)\| \|D\| \|x(t)\| + \alpha (\|x(t)\|^2 - \|x(t-h)\|^2)$$

由定理条件  $Dv(t) < 0$ , 即

$$Dv(t) = \limsup_{t \rightarrow 0} \sup_{(0, \tau)} \frac{v(t) - v(t-h)}{h} < 0$$

于是存在  $\tau > 0$ , 使得

$$v(t) < v(t-h), \quad 0 < h \leq \tau$$

所以  $v(t) \rightarrow 0$ , 从而  $\|x(t)\| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ .

**引理 4** 若存在  $\alpha \geq 0$  和  $a \geq 0$ , 使得

$$[\dot{x}(t), x(t)] + \alpha (\|x(t)\|^2 - \|x(t-h)\|^2) < -a \|x(t)\|$$

则  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$ , 且到达零的速率不小于  $a$ .

$$\begin{aligned} \text{证明 } & [\dot{x}(t), x(t)] + \alpha (\|x(t)\|^2 - \|x(t-h)\|^2) \\ & \geq [\dot{x}(t), x(t)] + \alpha (\|x(t)\|^2 - \frac{\|x(t)\| + \|x(t-h)\|^2}{2}) \\ & = [\dot{x}(t), x(t)] + \frac{\alpha}{2} (\|x(t)\|^2 - \|x(t-h)\|^2) \end{aligned}$$

由引理条件得

$$[\dot{x}(t), x(t)] + \frac{\alpha}{2} (\|x(t)\|^2 - \|x(t-h)\|^2) \leq -a \|x(t)\|$$

利用引理 3 的结论, 得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$$

于是得到

$$\|D\| \|x(t)\| \leq [\dot{x}, x(t)] / \|x(t)\| \leq \alpha (\|x(t-h)\| - \|x(t)\|) - a \rightarrow -a$$

故  $\|x(t)\|$  以速率  $a$  到达零.

**引理 5** 若  $[Ax, x] \leq -a \|x\|^2, \forall x \in D(A)$ , 则  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq (\lambda + a)^{-1}, \lambda > \max\{0, -a\}, a \in \mathbb{R}$ , 反之也成立.

$$\begin{aligned} \text{证明 } & \|(\lambda I - A)x\| \|x\| \geq [(\lambda I - A)x, x] = \\ & = \lambda \|x\|^2 - [Ax, x] \geq (\lambda + a) \|x\|^2 \quad \|(\lambda I - A)x\| \geq (\lambda + a) \|x\| \end{aligned}$$

特别取  $x = (\lambda I - A)^{-1}y$ , 得

$$\begin{aligned} \|y\| & \geq (\lambda + a) \|(\lambda I - A)^{-1}y\| \\ \|(\lambda I - A)^{-1}y\| & \leq (\lambda + a)^{-1} \|y\|, \quad \lambda > \max\{0, -a\} \\ \|(\lambda I - A)^{-1}\| & \leq (\lambda + a)^{-1}, \quad \lambda > \max\{0, -a\} \end{aligned}$$

将上述证明倒推, 即知结论的逆也成立.

**定义 2<sup>[5]</sup>** 若对  $\forall x \in D(A)$ , 有  $[Ax, x] \leq 0$ , 称算子  $A$  是耗散的, 若仅当  $x=0$  时, 等号才成立, 称算子  $A$  是严格耗散的.

**引理 6** 对于弱紧的 Banach 空间, 若  $A$  是严格耗散的. 则存在  $a > 0$ , 使得

$$[Ax, x] \leq -a \|x\|^2, \quad \forall x \in D(A)$$

证明 因  $A$  严格耗散, 对  $\forall y \in D(A), \|y\| = 1, [Ay, y] < 0$   
由此推知, 必存在  $a > 0$ , 使得

$$[Ay, y] \leq -a, \quad y \in D(A), \quad \|y\| = 1 \quad (7)$$

否则, 必存在序列  $\{y_n | y_n \in D(A), \|y_n\| = 1\}$ ,

$$[Ay_n, y_n] > -\frac{1}{n} \quad (8)$$

因为  $A$  是闭算子, 且  $X$  弱紧, 于是存在子序列  $\{y_{n_k} \subset \{y_n\}$  和  $y_0 \in D(A), \|y_0\| = 1$ , 使得

$$[Ay_0, y_0] = \lim_{k \rightarrow \infty} [Ay_{n_k}, y_{n_k}] \geq \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{-1}{n_k} = 0$$

与  $A$  严格耗散矛盾, 所以(7)成立, 于是

$$\left[ A \frac{x}{\|x\|}, \frac{x}{\|x\|} \right] \leq -a, \quad \forall x \in D(A), \quad x \neq 0$$

故  $[Ax, x] \leq -a \|x\|^2, \quad \forall x \in D(A)$ .

定理 2 设  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq (\lambda + a)^{-1}, \lambda > 0$ , 其中  $a$  是某一正数, 若下面条件之一成立, 则滑动模态是渐近稳定的.

- (1)  $\|(I - P)f(x, t), x'\| \leq \beta \|x\| \|x'\|, \quad \beta < a$   
特别  $\|(I - P)f(x, t)\| \leq \beta \|x\|, \quad \beta < a$

(2)  $\|(I - P)f(x, t)\| \leq |g(t)| \|x\|$   
 $\frac{1}{t} \int_0^t |g(\tau)| d\tau \leq \delta, \quad \delta e^{at} < a$

证明

(1) 由滑动方程(6), 得

$$\begin{aligned} [\dot{x}(t), x(t)] &= [Ax(t), x(t)] + [(I - P)f(x(t-h), t), x(t)] \\ &\leq -a \|x(t)\|^2 + \beta \|x(t-h)\| \|x(t)\| \quad (\text{引理 5}) \end{aligned}$$

由此得  $[\dot{x}(t), x(t)] + \beta (\|x(t)\|^2 - \|x(t-h)\| \|x(t)\|)$   
 $\leq -(a - \beta) \|x(t)\|^2 < 0, \quad (\beta < a)$

利用引理 4, 得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$$

(2) 因  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq (\lambda + a)^{-1}$ , 由引理 2, 存在强连续半群  $T(t), \|T(t)\| \leq e^{-at}$ , 利用半群  $T(t)$  解滑动方程(6), 得

$$\begin{aligned} x(t) &= T(t)x(0) + \int_0^t T(t-s)(I - P)f(x(s-h), s) ds \\ \|x(t)\| &\leq \|T(t)\| (\|x(0)\| + \int_0^t \|T(-s)\| \|(I - P)f(x(s-h), s)\| ds) \\ &\leq e^{-at} (\|x(0)\| + \int_0^t e^{as} |g(s-h)| \|x(s-h)\| ds) \\ &\leq e^{-at} \|x(t)\| \leq \|x(0)\| + \eta + \int_0^t e^{a(\tau+h)} |g(\tau)| \|x(\tau)\| d\tau \end{aligned}$$

其中  $\eta = \int_{-h}^0 e^{a(\tau+h)} |g(\tau)| \|x(\tau)\| d\tau \leq \bar{\eta}$

由 Gronwall 引理, 得

$$\begin{aligned} e^{at} \|x(t)\| &\leq (\|x(0)\| + \bar{\eta}) e^{\int_0^t \delta e^{a\tau} |\tau(\tau)| d\tau} \\ \|x(t)\| &\leq (\|x(0)\| + \bar{\eta}) e^{\int_0^t \delta e^{a\tau} |\tau(\tau)| d\tau} \cdot e^{-at} \\ &\leq (\|x(0)\| + \bar{\eta}) \exp[(\delta e^{at} - a)t] \rightarrow 0 \end{aligned}$$

定理3 若存在算子  $K \in L(X, V)$  和  $a > 0$ , 使得

$$\|(\lambda I - (A + BK))^{-1}\| \leq (\lambda + a)^{-1}, \lambda > 0$$

且定理2中的条件(1)或(2)成立, 则取切换函数为  $S = Kx$ , 可使滑动模态渐近稳定.

证明 取  $S(x) = Kx$ , 在  $S_0$  上  $Kx = 0$ , 于是滑动方程(6)可写成

$$\dot{x}(A + BK)x + (I - P)f(x(t - h), t) \quad (9)$$

记  $\bar{A} = A + BK$ , 由定理2的证明滑动模态渐近稳定.

变结构控制的最大缺陷是滑动流形附近的抖动问题, 为了减少抖动, 常设立边界层

$$S_\delta = \{x | x \in X, \|S(x)\| \leq \delta\}$$

在边界层内用连续控制代替变结构控制, 对于边界层  $S_\delta$  内的运动, 我们有下面的结果.

定理4 设  $\|(\lambda I - A)\|^{-1} \leq (\lambda + a)^{-1}, \lambda > 0, a$  是某一正数, 若下面条件之一成立

$$(1) \quad \|(I - P)f(x, t)\| \leq |g(t)| \|(I - P)x\|$$

$$\frac{1}{t} \int_0^t |g(\tau)| d\tau \leq \varepsilon, \quad \varepsilon e^{at} < a$$

(2) 当  $g(t)$  为常数时, 条件可放宽为

$$\|(I - P)f(x', t), (I - P)x\| \leq \beta \|(I - P)x'\| \|(I - P)x\|, \beta < a$$

$$\text{特别} \quad \|(I - P)f(x, t)\| \leq \beta \|(I - P)x\|, \beta < a$$

则保持在  $S_\delta$  内的运动量  $\delta$  稳定的, 即  $t$  充分大时

$$\|x(t)\| \leq a\delta, a \text{ 是某一常数}$$

证明

(1) 由(1)式得

$$\begin{aligned} P\dot{x} &= PAx + PBu(x, t) + Pf(x(t - h), t) \\ &= PAx + Bu(x, t) + Pf(x(t - h), t) \end{aligned} \quad (10)$$

将(10)与(1)式相减, 得

$$(I - P)\dot{x} = A(I - P)x + (I - P)f(x(t - h), t) \quad (11)$$

将  $(I - P)x$  看成定理2中(2)的  $x$ , 同法可证

$$\|(I - P)x\| \rightarrow 0, (t \rightarrow \infty)$$

$$\|x(t)\| \leq \|(I - P)x(t)\| + \|Px(t)\| \quad (12)$$

$$\rightarrow \|Px(t)\| \leq \|B(CB)^{-1}\| \|S(x)\| \leq a\delta, a = \|B(CB)^{-1}\|$$

(2) 由(11)式, 得

$$\begin{aligned} [(I - P)\dot{x}(t), (I - P)x(t)] &= [A(I - P)x, (I - P)x] \\ &\quad + [(I - P)f(t - h), t], (I - P)x(t)] \end{aligned}$$

$$\leq -a \|(I - P)x(t)\|^2 + \beta \|(I - P)x(t)\| \|(I - P)x(t - h)\|$$

记  $(I - P)x(t) = P(t)$ , 由定理2中(1)的证明方法, 可得  $\|(I - P)x(t)\| \rightarrow 0$ , 再由式(12), 存在  $a > 0$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| \leq a\delta$$

#### 4 滑动流形的到达条件

引理 7 (1)算子  $P=B(CB)^{-1}C$  是  $X$  中的幂等算子,且  $PB=B,CP=C$

(2)存在  $\alpha, \beta > 0$ , 使得

$$\alpha \|Cx\| \leq \|Px\| \leq \beta \|Cx\|$$

证明

(1)可由  $P=B(CB)^{-1}C$  直接验证.

$$(2) \quad \|Px\| = \|B(CB)^{-1}Cx\| \leq \|B(CB)^{-1}\| \|Cx\|$$

$$\|Cx\| = \|CPx\| \leq \|C\| \|Px\|$$

令  $\alpha \|C\|^{-1}, \beta = \|B(CB)^{-1}\|$ , 即得(2).

定理 5 设  $A$  是严格耗散的, 且

$$\|Pf(x, t)\| \leq \gamma_1 \|Px\|$$

则取控制  $u = -\gamma(CB)^{-1}Cx$ ,  $\gamma > \gamma_1$

可使系统的任意状态都趋于切换流形  $S_0$ .

证明 由式(10)得

$$[P\dot{x}, Px] = [APx, Px] + [Bu, Px] + [Pf(x, t-h), Px]$$

$$\leq [APx, Px] - \gamma \|Px\|^2 + \gamma_1 \|Px\| \|Px(t-h)\|$$

由此得  $[P\dot{x}, Px] + \gamma_1 (\|Px\|^2 - \|Px(t-h)\| \|Px\|)$

$$\leq [APx, Px] - (\gamma - \gamma_1) \|Px\|^2 \leq [APx, Px] < 0, \quad (A \text{ 严格耗散})$$

由引理 4,  $\|Px\| \rightarrow 0$ , 从而  $\|S(x)\| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ .

为了给出变结构控制的一般形式, 引入下列记号

(1)  $P$  类函数, 若  $u(x, t) \in V$ , 且

$$[Bu(x, t), Px] < 0$$

称  $u(x, t)$  为  $P$  类函数, 记为  $u \in P$

(2) 记  $\text{sign}P = \frac{(CB)^{-1}Cx}{\|Px\|}$ , 显然  $-\text{sign}P \in P$ , 因为  $[-B\text{sign}P, Px] = -\left[\frac{Px}{\|Px\|}, Px\right] = -\|Px\|$

定理 6 设  $\|Pf(x, t)\| \leq \beta \|Px\|$ , 则取控制

$$u(x, t) = -(CB)^{-1}CAx - \bar{\beta}(CB)^{-1}Cx - \epsilon \text{sign}P, \quad \bar{\beta} \geq \beta$$

则系统(1)的任一状态经有限时间都将到达  $S_0$ , 且到达  $S_0$  时的速率不小于  $\epsilon$ .

证明 利用(10)式

$$[P\dot{x}, Px] \leq [APx + Bu, Px] + [Pf(x(t-h), t), Px]$$

$$= -[\bar{\beta}B(CB)^{-1}Cx, Px] - \epsilon[B\text{sign}P, Px] + \beta \|P(x(t-h), t)\| \|Px(t)\|$$

$$= -\bar{\beta} \|Px\|^2 - \epsilon \|Px\| + \beta \|Px(t-h)\| \|Px\|$$

即  $[P\dot{x}, Px] + \beta (\|Px\|^2 - \|Px(t-h)\| \|Px\|) \leq$

$$-(\bar{\beta} - \beta) \|Px\|^2 - \epsilon \|Px\| \leq -\epsilon \|Px\|$$

由引理 4,  $\|Px(t)\|$  有限时间内到达零, 且到达零的速率不小于  $\epsilon$ .

由定理 6, 变结构控制的一般形式为

$$u = -(CB)^{-1}CAx - \beta(CB)^{-1}Cx - \epsilon \text{sign}P \quad (13)$$

对于无时滞的系统, 控制应取为

$$u = u_q - \epsilon \text{sign}P \quad (14)$$

总之, 控制  $u$  由两部分组成  $u = u_1 + u_2$ ,  $u_1 = -(CB)^{-1}C(Ax + \beta x)$  用来抵消原系统的动态性能,  $u_2 = -\epsilon \text{sign}P$  用来改变系统的结构, 这和有限维系统情况是一致的.

## 5 例子

几个有高温炉车间的温度调节问题, 其数学模型可由下面分布参数系统描述

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} + f(Q(x, y, z, t - h), t) + Bu(Q, t) \quad (15)$$

$$\begin{cases} Q(0, y, z, t) = Q(l_1, y, z, t) = T & (T \text{ 环境温度}) \\ Q(x, 0, z, t) = Q(x, l_2, z, t) = T, & t \geq t_0 \\ Q(x, y, 0, t) = Q(x, y, l_3, t) = T & (\text{边界条件}) \\ Q(x, y, z, 0) = Q_0(x, y, z) & (\text{初始条件}) \end{cases}$$

其中  $Q \in R^n$ , 表示车间内的温度分布,  $f(Q, t)$  表示炉子的热流密度, 一般有时滞;  $Bu$  表示控制项,  $u \in R^m$ , 控制的目的是希望车间内的温度维持在  $T$ , 显然, 此问题和均匀细杆的温度调节问题

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + f(Q(x, t - h), t) + Bu(Q, t) \quad (16)$$

$$\begin{cases} Q(0, t) = Q(1, t) = 0, & t \geq t_0 \\ Q(x, t) = Q_0(x) \end{cases}$$

基本一样, 为叙述方便起见, 下面仅以均匀细杆的温度调节(16)为例, 说明本文方法的有效性, (其中各项的物理意义同(15),  $Q \in R^n, u \in R^m$ )

定义算子  $A = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$

$$D(A) = \{Q \in H^1(0, 1), Q(0, t) = Q(1, t) = 0\}$$

$H^1(0, 1)$  表示 Sobolev 空间, 由偏微分方程基本知识知道,  $A$  是下面强连续半群  $T(t)$  的无穷小生成元

$$T(t)Q = \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-k^2 t} \sin K\pi x$$

所以  $\|T(t)\| \leq e^{-t}$ .

选取切换函数  $S(Q) = CQ(x, t)$ , 由(4), 得等效控制为

$$\begin{aligned} u_q &= -(CB)^{-1}C(AQ + f(Q(x, t - h), t)) \\ &= -(CB)^{-1}C\left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + f(Q(x, t - h), t)\right) \end{aligned}$$

滑动方程为  $\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + (I - P)f(Q(x, t - h), t)$

由定理 2 中(1), 若  $\|(I - P)f(Q, t)\| < \pi^2$ , 则滑动模态渐近稳定.

再由定理 6, 若还有  $\|Pf(Q, t)\| \leq \beta \|Q\|$ , 则取控制

$$u = -(CB)^{-1}C \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \beta(CB)^{-1}CQ - \epsilon \text{sign}P$$

可使系统(16)的任一状态在有限时间内到达切换流形 $\{Q|CQ=0\}$ ,因此,系统渐近稳定,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(x,t)=0$ ,类似的对系统(15)取控制

$$u = -(CB)^{-1}C \frac{\partial Q}{\partial x^2} + \frac{\partial Q}{\partial y^2} + \frac{\partial Q}{\partial z^2} - \beta Q) - \epsilon \text{sign} P$$

则可使车间内的温度最终维持在 $T$ .

## 参 考 文 献

- 1 Breger A M, *et al.* Sliding Modes in Control of Distributed Plants Subjected to a Mobile Multicycle Signal. (in Russian) Automation and Remote Control, 1980; (3), 72-83
- 2 Orlov Yu V. Using the Lyapunov Method in Distributed Systems. (in Russian) Automation and Remote Control, 1983; (4), 22-28
- 3 Orlov Yu V, Utkin V L. Sliding Mode Control in Indefinite-Dimensional Systems. Automatica, 1987; 23(6), 753-757
- 4 胡跃明,周其节. 抛物形分布参数系统的变结构控制. 控制理论与应用, 1991; 8(1), 38-42
- 5 Klaus D. Ordinary Differential Equations in Banach Space. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 1977
- 6 Martin S. Principles of Functional Analysis. Academic Press, New York and London, 1971; 229-235

## VARIABLE STRUCTURE CONTROL OF TIME-DELAY INDEFINITE DIMENSIONAL SYSTEMS

LI Wenlin

(Department of Mathematics, He Nan Normal University, Xin Xiang)

### Abstract

In Banach space, the variable structure control of time-delay indefinite dimensional systems are studied. The stability of sliding mode, the reaching conditions of sliding mode and general control forms are suggested. Finally, a variable structure control example of distributed parameter system is considered.

**Key words:** time-delay systems variable structure control semi-inner product strongly continuous semi-group

(李文林,男,44岁,硕士,副教授.所从事的研究领域为非线性系统控制理论和变结构控制.)

## 通 知

《中国大百科全书·自动控制与系统工程》卷已开始向作者发稿酬,因近些年来人员变动较大,有些作者我们已无法联系.因此,请尚未收到稿酬的作者,与北京市阜成门北大街17号(邮编:100037)中国大百科出版社研究室戴中器同志联系.回信时请注明收款人姓名、地址和邮编.

《中国大百科全书·自动控制与系统工程》卷

1993年5月10日