

# 广义预测极点配置前馈控制的一种算法

孙茂相 王曙光 吴学曼

(沈阳工业大学电气工程系, 110021)

封锡盛 关玉林

(中国科学院沈阳自动化研究所, 110015)

(中国科学院机器人学开放研究实验室, 沈阳, 110015)

**摘要** 本文提出了广义预测极点配置前馈自校正控制算法. 计算机仿真结果表明, 该算法控制质量好, 能够消除系统可测扰动对输出的影响.

**关键词:** 自适应控制 预测 前馈控制 极点配置

## 1 引言

自 70 年代末以来, 预测控制已有了引人注目的发展, 特别是基于长期预测控制方法自校正控制器在近几年倍受重视<sup>[1-4]</sup>, 成为人们寻求鲁棒自校正控制的一个重要方向. 这些控制器算法的共同特点是采用了多步代价函数, 通过运算处理, 使代价函数极小, 以获得所需的控制律. 这种处理要求在未来的长时间序列上对系统输出做合理的估计. 然而, 人们在进行上述研究的过程中, 很少象以往研究预测控制那样围绕系统闭环极点配置开展相应的工作. 因此, 导致了算法缺少工程应用所要求的直观性. 1987 年, M. A. Lelic 与 M. B. Zarrop<sup>[7]</sup>在 D. W. Clark 等的广义预测控制(GPC)研究基础上, 提出了广义预测极点配置自校正控制器算法, 首次将广义预测控制策略与极点配置策略有机地结合到一起.

许多工业过程大都含有某些可以测量的扰动量, 前馈控制则是削弱以致消除可测扰动对系统输出影响的有效措施之一. 柴天佑曾将广义最小方差前馈控制成功地应用于工程实践<sup>[9]</sup>, 然而利用广义预测构成前馈控制目前尚未有人做过尝试. 本文在总结前人研究成果的基础上, 提出了广义预测极点配置前馈控制算法.

## 2 广义预测极点配置前馈自校正控制

### 2.1 对象模型

设已知被控对象为 SISO 系统, 其离散模型由下式的线性差分方程描述(CARMA 模型)

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + D(z^{-1})v(t-1) + C(z^{-1})e(t) \quad (1)$$

式中  $y(t)$ ,  $u(t)$  和  $v(t)$  分别为系统的输出、输入以及可测扰动量;  $e(t)$  为零均值、方差为  $\sigma^2$  的白噪声随机干扰信号;  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$ ,  $D(z^{-1})$ ,  $C(z^{-1})$  分别为单位后移算子  $z^{-1}$  的多项式, 并且要求满足条件: (i)  $A(0) = C(0) = 1$ ; (ii)  $C(z^{-1})$  是稳定的, 且  $B(z^{-1})$  的时延不大于  $D(z^{-1})$  的时延. 在下文中, 为简便起见, 多项式中的  $z^{-1}$  都将被略去.

**命题** 式(1)确定的时刻  $t$  后, 在控制量序列  $\{u(t), u(t+1), \dots, u(t+i-1)\}$  及可测扰动序列  $\{v(t), v(t+1), \dots, v(t+i-1)\}$  作用下的第  $i$  步加权输出  $P_y(t+i|t)$  可由下式最优估计

$$P\hat{y}(t+i|t) = E_i u(t+i-1) + C^{-1}[L_i u(t-1) + G_i y(t) + DF_i v(t+i-1)] \quad (2)$$

式中  $E_i, L_i, G_i$  及  $F_i$  分别由下式确定

$$PC = AF_i + z^{-1}G_i \quad (3)$$

$$\deg F_i = i-1, \quad \deg G_i = \max(n_p + n_c - 1, n_a - 1)$$

$$BF_i = CE_i + z^{-1}L_i \quad (4)$$

$$\deg E_i = i-1, \quad \deg L_i = \max(n_b - 1, n_c - 1)$$

证明 由(1), (3)式及条件(ii)可得

$$P_y(t+i|t) = C^{-1}[BF_i u(t+i-1) + DF_i v(t+i-1) + G_i y(t)] + F_i e(t+i) \quad (5)$$

由(4)式和(5)式可得

$$P_y(t+i|t) = E_i u(t+i-1) + C^{-1}[L_i u(t-1) + DF_i v(t+i-1) + G_i y(t)] + F_i e(t) \quad (6)$$

由于上式右边最后一项与其它项均不相关, 所以有下式成立

$$J = E\{[P_y(t+i|t) - P\hat{y}(t+i|t)]^2\} = E\{[E_i u(t+i-1) + C^{-1}(L_i u(t-1) + DF_i v(t+i-1) + G_i y(t)) - P\hat{y}(t+i|t)]^2\} + E\{[F_i e(t+i)]^2\} \quad (7)$$

欲使上式最小, 必使下式得到满足

$$P\hat{y}(t+i|t) = E_i u(t+i-1) + C^{-1}[L_i u(t-1) + DF_i v(t+i-1) + G_i y(t)] \quad (8)$$

此时有

$$J_{\min} = E\{[F_i e(t+i)]^2\} \quad (9)$$

即  $P_y(t+i)$  的估计值与真实值间误差最小, 预测误差为

$$P_y(t+i|t) - P\hat{y}(t+i|t) = F_i e(t+i) \quad (10)$$

## 2.2 控制律

取控制系统的代价函数为

$$J(N_1, N_2) = E\left\{\sum_{t=N_1}^{N_2} \varphi^2(t) + \lambda \sum_{i=1}^{N_2} (Q_i u(t+i-1))^2\right\} \quad (11)$$

$$\text{此处 } \varphi(t) = P_y(t+i) + Qu(t-1) + Sv(t+i-1) - Rw(t+i) \quad (12)$$

式中,  $P, Q, S, R, Q_1, \dots, Q_{N_2}$  均为  $z^{-1}$  的有限项多项式,  $Q$  为以  $z^{-1}$  形式表示的有理传递函数.

为简便起见, 现假设  $N_1=1, N_2=N, Q_1=Q_2=\dots=Q_N=1, Q$  由下式确定

$$Q = Q_n / Q_d \quad (Q_d(0) = 1) \quad (13)$$

用命题中  $P_y(t+i|t)$  的估计式(2)替换式(13)中的  $P_y(t+i)$ , 同时引入向量

$$\Phi^T = [\varphi_1(t), \dots, \varphi_N(t)] \quad (14a)$$

$$U^T = [u(t), \dots, u(t+N-1)] \quad (14b)$$

$$V^T = [v(t), \dots, v(t+N-1)] \quad (14c)$$

$$W^T = [w(t+i), \dots, w(t+N)] \quad (14d)$$

$$G^T = [G_1, \dots, G_N] \quad (14e)$$

$$\mathcal{Y}^T = [(L_1 + CQ), \dots, (L_N + CQ)] \quad (14f)$$

$$\alpha = \text{diag}\{a_1, \dots, a_N\} \quad (14g)$$

$$a_i = DF_i + CS \quad (14h)$$

$$E = \begin{bmatrix} e_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ e_1 & e_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ e_{N-1} & e_{N-2} & e_{N-3} & \cdots & e_1 & e_0 \end{bmatrix} \quad (14i)$$

则式(12)可表示为

$$\Phi = EU + C^{-1}[\gamma u(t-1) + Gy(t) + aV - RCW] \quad (15)$$

此时可得代价函数的向量描述为

$$J = E\{\Phi^T \Phi + \lambda U^T U\} \quad (16)$$

使代价函数(16)最小化,得控制律

$$(E^T E + \lambda I)U = E^T C^{-1}[RCW - \gamma u(t-1) - Gy(t) - aV] \quad (17)$$

记 $(E^T E + \lambda I)^{-1} E^T$ 的第一行为

$$K^T = [k_1, \dots, k_N]$$

则由式(17)可得一步控制律(Rolling Horizon Control Law)

$$Cu(t) = K^T[RCW - \gamma u(t-1) - Gy(t) - aV] \quad (18)$$

由式(13),(14)与(18)得

$$\mathcal{F}u(t) + \xi y(t) = \mathcal{N}w(t+N) - \beta v(t) \quad (19)$$

式中

$$\begin{cases} \mathcal{F} = CQ_d + z^{-1}Q_d(K^T L) + z^{-1}\lambda_N CQ_d \\ \xi = Q_d(K^T G), \quad \mathcal{N} = RC\mathcal{X}Q_d \\ \lambda_N = \sum_{i=1}^N k_i, \quad L^T = [L_1, \dots, L_N], \quad \beta = \sum_{i=1}^N k_i \alpha_i \\ \mathcal{X} = k_N + k_{N-1}z^{-1} + \dots + k_1 z^{-N+1} \end{cases} \quad (20)$$

式中多项式的阶次满足

$$\begin{aligned} \deg \mathcal{F} &= \max(n_c + n_{pd}, n_b + n_{pd}, n_c + n_{pm}); \\ \deg \xi &= \max(n_p + n_c + n_{pd} - N, n_a + n_{pd} - 1) \\ \deg \mathcal{N} &= n_r + n_c + n_{pd} + N - 1; \\ \deg \beta &\leq \max(n_d + N - 1, n_c + n_r) \end{aligned}$$

### 2.3 闭环特性

由式(1)与(19)得控制系统的闭环传递方程

$$Hy(t) = B\mathcal{N}w(t+N-1) + (\mathcal{F}D - B\beta)v(t-1) + \mathcal{F}Ce(t) \quad (21)$$

式中

$$H = A\mathcal{F} + z^{-1}B\xi = A\mathcal{F} + z^{-1}B(K^T G)Q_d \quad (22)$$

结合式(21)与(22)可以看出,通过适当地选择 $\mathcal{F}$ , $Q_d$ , $R$ 及 $S$ 可以做到消除系统的可测扰动,实现对系统参考输入的稳态跟踪以及系统闭环极点的配置。

为实现上述目标,可按下面的方法选择相应的加权多项式。

(1) 由式(20)可知, $\mathcal{F}$ 为 $Q_d$ , $Q_c$ 系数的线性函数,所以,假设给定的系统闭环特征多项式为 $T$ ,为实现闭环极点配置,应选择 $Q_c$ , $Q_d$ 满足下式(参阅文献[7])

$$A\mathcal{F} + z^{-1}B(K^T G)Q_d = CT \quad (23)$$

式(23)为 Diophantine 方程, 其解存在的充要条件是  $A, z^{-1}B(K^T G)$  互质. 若  $A, z^{-1}B(K^T G)$  非互质, 则其公共零点必须包含于式(23)右边多项式的零点集中, 以保证方程可解.

方程式(23)在条件  $n_a + n_b + \max(n_p + n_c - N, n_a - 1) \leq n_c + n_i$ ,  $\deg \mathcal{S} = n_b + \max(n_p + n_c - N, n_a - 1)$ ,  $\deg Q_d = n_a - 1$  下具有唯一解. 假设此时解为  $\mathcal{S}_0, Q_{d0}$ , 那么由 Diophantine 方程解的性质知

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_0 + \Psi B(K^T G)z^{-1} \quad (24a)$$

$$Q_d = Q_{d0} - \Psi A \quad (24b)$$

也为方程式(23)的解. 适当选择  $\Psi$  可以求得满足式(23)及式(13)的解  $\mathcal{S}, Q_d$ .

本文由于直接计算了  $\mathcal{S}, Q_d$ , 因此与文献[7]相比较, 在极点配置的加权多项式选择算法中减少了计算量, 提高了算法的实时性.

(2) 为满足实现对系统参考输入的稳态无差跟踪的要求, 考虑式(21), (23)与(20)可简便地按下式选择  $R$  为常数

$$R = T(1)/\lambda_N B(1)Q_d(1) \quad (25)$$

(3) 由闭环特性方程(21)可以看出, 加权多项式  $S$  的选择决定着可测扰动对系统输出的影响程度. 又由式(20), (14g), (14h)知  $\beta$  为  $S$  的系数的线性函数, 因此对  $S$  的选择基本上等价于对  $\beta$  的选择, 故为消除可测扰动对系统输出的影响, 应选择  $\beta$  满足下式

$$\mathcal{S}D - B\beta = 0 \quad (26)$$

式(26)中  $\mathcal{S}$  由极点配置关系式确定,  $B, D$  由系统模型决定,  $\beta$  则为式中的待选量, 它可通过解式(26)的  $z^{-1}$  的同阶系数之和为零确定的方程组求得. 显然, 若  $n_b \neq 0$ , 那么该式就为超定方程, 我们可用 McDermott 与 Mellichamp<sup>[8]</sup> 曾阐述的方法解决此问题. 另外式(26)确定的方程组为线性的, 我们亦可用最小二乘法寻求使其尽可能为零的  $\beta$ . 若只要求消除可测扰动的稳态影响, 简单选择  $\beta$  为常数即可

$$\beta = \mathcal{S}(1)D(1)/B(1) \quad (27)$$

### 3 控制算法

本算法采用显式自校正控制策略实现, 其步骤如下:

(1) 采样输入  $u(t)$ , 输出  $y(t)$ , 扰动  $v(t)$ ; (2) 递推估计模型参数  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ ; (3) 计算  $\mathcal{S}, Q_d, R, \beta, N, G$  等; (4) 按式(19)确定控制量  $u(t)$ ; (5) 以  $u(t)$  控制被控对象, 返回(1).

### 4 计算机仿真实例

设被控对象的模型为

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + D(z^{-1})v(t-1) + C(z^{-1})e(t) \quad (28)$$

仿真时, 我们考虑较复杂的被控对象.

**例 1** 开环稳定的非最小相位系统, 模型中  $A(z^{-1}) = 1 - 1.1z^{-1} + 0.3z^{-2}$ ,  $B(z^{-1}) = 0.5 + 0.8z^{-1}$ ,  $D(z^{-1}) = 0.6 + 0.3z^{-1}$ ,  $C(z^{-1}) = 1 + 0.7z^{-1}$ .

**例 2** 开环不稳定非最小相位系统, 模型中  $A(z^{-1}) = 1 - 1.1z^{-1}$ , 其余各式与例 1 同.

以上两例的仿真结果如图 1, 2 所示,  $w$  为参考输入,  $y$  为系统输出,  $v$  为可测扰动. 仿真结果表明, 用同一种算法对不同的被控对象进行控制, 均能收到较好的控制效果.

## 5 结论

本文提出的广义预测极点配置前馈控制算法具有控制效果好、适用范围广等优点,既能用于伺服跟踪控制,又有利于用来实现程序控制。

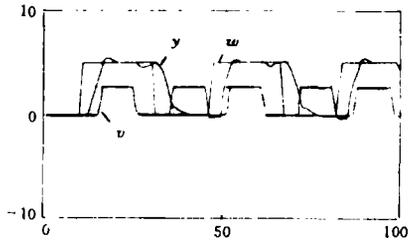


图1 例1的仿真结果

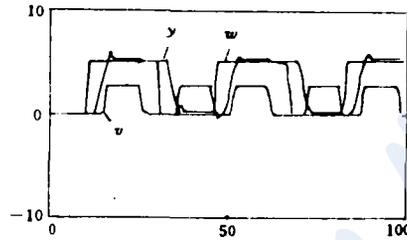


图2 例2的仿真结果

## 参 考 文 献

- 1 Kichalet J A, *et al.* Model Predictive Heuristic Control, Applications to Industrial Processes. *Automatica*, 1978; 14:413-428
- 2 Cutler C R, Ramaker B L. *Dynamic Matrix Control—A Computer Control Algorithm*. JACC, San Francisco, 1980
- 3 De Keyser R M C, Van Cauwenberghe A R. Typical Application Possibilities for Self-Tuning Predictive Control. IFAC Symp Ident Syst Parm Est, Washington, 1982
- 4 Mosca E, Zappa G, Mantredi C. Multistep Horizon Self-Tuning Controllers, The MUSMAR Approach. IFAC 9th World Congress, Budapest, Hungary, 1984
- 5 Clark D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized Predictive Control—Part I, the Basic Algorithm. *Automatica*, 1987; 25(2), 137-148
- 6 Clark D W. Self-Tuning Control of Nonminimum-Phase Systems. *Automatica*, 1984; 20: 501-517
- 7 Lelic M A, Zarrop M B. Generalized Pole-Placement Self-Tuning Controller, Part I, Basic Algorithm. *Int J Control*, 1987; 46(2), 547-568
- 8 McDermott P E, Mellichamp D A. *Optimal Control Applications and Methods*. 1986; 7:55
- 9 Chai Tianyou. Direct Adaptive Decoupling Control for General Stochastic Multivariable Systems. *Int J Control*, 1990; 51(4), 885-990

## AN ALGORITHM FOR GENERALIZED PREDICTIVE POLE-PLACEMENT FEEDFORWARD CONTROL

SUN Maoxiang WANG Shuguang WU Xueman

(Shenyang Polytechnic Univ)

FENG Xisheng GUAN Yulin

(Shenyang Inst of Automation, Chinese Academy of Sciences)

(Robotics Lab., C. A. S.)

### Abstract

An algorithm based on generalized predictive pole-placement feedforward control strategy is proposed in this paper. Computer simulation results show that the algorithm has several advantages, such as, it can implement pole-placement and eliminate the effect of measurable disturbances on output.

**Key words:** adaptive control predictive feedforward control pole-placement