

高速公路入口匝道的分散控制

黄小原 樊治平 张文江

(东北工学院管理工程系, 沈阳) (辽宁省高速公路管理局)

摘要 本文基于高速公路时变非线性离散模型, 应用反馈控制器参数化方法设计了入口匝道车辆放行的分散控制器, 该控制器具有时变非线性特点. 沈大高速公路的系统仿真实验证明了该控制器的有效性.

关键词: 交通控制, 高速公路模型, 时变非线性, 分散控制, 参数化方法

1 引言

高速公路交通控制, 对于提高公路的车辆通行能力和经济效益具有重要作用. 高速公路管理者最为关心的问题之一是公路处于高峰期时, 入口匝道车辆的放行管理策略, 即入口匝道控制. 高速公路的入口匝道控制方式有多种, 比如集中控制, 分散控制等等. 如果采用集中控制方式, 效果较好, 但是将付出昂贵的检测、通讯设备费用; 如果采用分散控制方式, 将大大地节省设备费用. 但是, 这将损失掉某些关联信息, 其效果成为人们所关心的问题. 本文基于文[1,2]提出的高速公路时变非线性离散模型, 应用反馈控制器参数化方法, 设计了高速公路入口匝道的分散控制器. 目前对于时变非线性离散系统, 所见到的分散控制甚少. 一般地, 反馈控制器参数化方法可以直接应用于任何非线性系统^[3], 但它的缺点是不能保证最优控制很接近于正确的最优点, 这主要取决于所选择的反馈控制器的函数形式. 本文将设计具有时变非线性特点的分散控制器, 以图改善控制器的性能.

2 高速公路交通模型

这里将引用文[1,2,3]所提出的高速公路时变非线性离散模型, 该模型着重考虑到在高速公路入口匝道处观测公路段上的车辆群数目和进入匝道的车辆队长的特点.

高速公路行车道上, 入口匝道上的车辆群状态方程和约束方程分别是

$$x_{i,k+1} = \frac{v_{i-1,f}}{S_{i-1}} (1 - \alpha_{i,k}) (1 - \frac{x_{i-1,k}}{x_{i-1,f}}) x_{i-1,k} + [1 - \frac{v_{i,f}}{S_i} (1 - \frac{x_{i,k}}{x_{i,f}})] x_{i,k} + u_{i,k} \quad (1)$$

$$x_{1,k} = 0, x_{i,0} = x_i^0, i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m$$

$$y_{i,k+1} = y_{i,k} - u_{i,k} + P_{i,k} \quad (2)$$

$$y_{i,0} = y_i^0, i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m$$

$$0 \leq x_{i,k} \leq x_{i,f} \quad (3)$$

$$0 \leq y_{i,k} \quad (4)$$

$$0 \leq u_{i,k} \leq y_{i,k} + P_{i,k} \quad (5)$$

其中, $x_{i,k}$ —第 i 段公路 k 到 $k-1$ 时刻车辆群(辆), 状态变量; $y_{i,k}$ —第 i 段公路 k 到 $k-1$

时刻入口匝道车辆群等待进入高速公路的排队队长(辆), 状态变量; $u_{i,k}$ —第 i 段公路 k 到 $k-1$ 时刻从入口匝道驶入高速公路的车辆群(辆), 控制变量; $v_{i,f}$ —第 i 段公路车辆群的自由油速度(公里/单位时间), 定常参数; S_i —第 i 段公路长度(公里), 定常参数; $x_{i,f}$ —第 i 段公路的车辆群最大容量(辆), 定常参数; $\alpha_{i,k}$ —第 i 段公路 k 到 $k-1$ 时刻的 Poisson 分流系统, 时变参数; $P_{i,k}$ —第 i 段公路 k 到 $k-1$ 时刻入口匝道处进入排队的车辆群(辆), 服从 Poisson 分布, 相当于外生给定输入变量。

第 i 段公路 k 时刻车辆群的平均速度 $v_{i,k}$ (公里/单位时间)由下式描述

$$v_{i,k} = v_{i,f} (1 - x_{i,k} / x_{i,f}) \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

上述模型的建立是基于如下假设: 每段公路上车辆群中的每个车辆在 k 时刻的速度是相等的; 每段公路上行进的车辆群是均匀分布的。

高速公路交通问题(1)–(5)的性能指标是

$$\min J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n [a_i (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k})^2 + b_i y_{i,k}^2 + c_i (u_{i,k} - \bar{u}_{i,k})^2] \quad (7)$$

其中 $\bar{x}_{i,k}$ 和 $\bar{u}_{i,k}$ 分别为车辆群状态设定值和控制设定值; a_i, b_i, c_i 是加权系数, 可以根据公路运行的实际情况来确定。性能指标的意义是高速公路的车辆群跟踪设定值, 入口匝道处等待放行的车辆群排队队长最短, 入口匝道处控制放行的车辆群跟踪设定值。

3 分散控制

3.1 分析

高速公路入口匝道的分散控制原理是, 将高速公路这个大系统按公路段划分为 n 个子系统, 各公路段的入口匝道处设置独立的局部控制站, 每个控制站只观察系统的局部信息, 且只控制系统的局部输入, 大系统则由 n 个独立的局部控制站来控制。

这里注意到, 在高速公路第 i 段入口匝道处, 由于上游第 $i-1$ 段公路的车辆群驶入第 i 段公路是可以测量到的, 所以 $x_{i-1,k}$ 已知; 而第 i 段公路车辆群 $x_{i,k}$ 是无法测量的。因此, 在高速公路入口匝道分散控制中, 只能在第 i 个入口匝道处通过观测第 $i-1$ 段公路车辆群 $x_{i-1,k}$, 排队队长 $y_{i,k}$ 和外生进入队长 $P_{i,k}$ 来确定控制方案, 而 $x_{i,k}$ 的信息将损失掉。

3.2 分散控制器

应用反馈控制器参数化方法⁽⁴⁾设计高速公路入口匝道处局部控制站的分散控制器是

$$u_{i,k} = f_{i,k}^1 (x_{i-1,k} - \bar{x}_{i-1,k}) + f_{i,k}^2 (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}) + f_{i,k}^3 y_{i,k} + f_{i,k}^4 x_{i-1,k}^2 + f_{i,k}^5 x_{i,k}^2 + f_{i,k}^6 P_{i,k} + \bar{u}_{i,k} \quad (8)$$

在分散控制器中, 利用了车辆群状态、排队队长状态、Poisson 排队进入变量共六项作为反馈项。这里注意到, 性能指标(7)中车辆群状态和入口匝道车辆群控制是跟踪二次型, 因此, 车辆群线性反馈项采用了跟踪形式 $x_{i-1,k} - \bar{x}_{i-1,k}$, $x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}$ 并引入了 $\bar{u}_{i,k}$; 由于状态方程(1)具有二次项, 式(8)相应地引进了二次项 $x_{i-1,k}^2$, $x_{i,k}^2$; 队长状态 $y_{i,k}$ 和 Poisson 进入变量 $P_{i,k}$ 则作为线性反馈项引入。同时注意到, 通常的反馈控制器参数化方法中, 反馈参数是定常的, 而由于高速公路交通模型具有时变性质, 因此, 把分散控制器的参数 $f_{i,k}^1 - f_{i,k}^6$ 设计成时变的将有助于改善控制效果。

当在第 i 段公路入口匝道处测量不到 $x_{i,k}$ 时, 分散控制器(8)中的 $f_{i,k}^2 = 0$, $f_{i,k}^5 = 0$,

因此, 分散控制器实质上是一个四参数($f_{i,k}^1, f_{i,k}^3, f_{i,k}^4, f_{i,k}^6$)控制器. 进一步, 如果不考虑二次项反馈, 即 $f_{i,k}^4=0$, 此时, 反馈是线性的, 而分散控制器就是三参数($f_{i,k}^1, f_{i,k}^3, f_{i,k}^6$)的. 为了分析方便, 下面的推导使用了六参数($f_{i,k}^1-f_{i,k}^6$).

3.3 推导

由于通常的反馈控制器参数化方法针对的是定常系统, 它的反馈参数是定常的, 所以最优反馈参数可通过状态方程、反馈控制方程和性能指标方程, 采用优化方法求得, 无需运用极大值原理. 但在设计的高速公路入口匝道分散控制器中, 由于参数是时变的, 故需引用极大值原理, 把分散控制器的参数作为控制变量处理, 以便求得最优时变参数.

将(8)代入方程(1), (2)和(7), 运用极大值原理, 建立问题的哈密顿函数

$$\begin{aligned}
 H = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{ a_i (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k})^2 + b_i y_{i,k}^2 + c_i [f_{i,k}^1 (x_{i-1,k} - \bar{x}_{i-1,k}) + \\
 & + f_{i,k}^2 (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}) + f_{i,k}^3 y_{i,k} + f_{i,k}^4 x_{i-1,k}^2 + f_{i,k}^5 x_{i,k}^2 + f_{i,k}^6 P_{i,k}]^2 \} + \\
 & + \sum_{i=1}^n \lambda_{i,k+1} \left\{ \frac{v_{i,f}}{S_{i-1}} (1 - \alpha_{i,k}) \left(1 - \frac{x_{i-1,k}}{x_{i-1,f}} \right) x_{i-1,k} + \left[1 - \frac{v_{i,f}}{S_i} \left(1 - \frac{x_{i,k}}{x_{i,f}} \right) \right] x_{i,k} + \right. \\
 & + f_{i,k}^1 (x_{i-1,k} - \bar{x}_{i-1,k}) + f_{i,k}^2 (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}) + f_{i,k}^3 y_{i,k} + f_{i,k}^4 x_{i-1,k}^2 + f_{i,k}^5 x_{i,k}^2 + \\
 & + f_{i,k}^6 P_{i,k} + \bar{u}_{i,k} \} + \sum_{i=1}^n \beta_{i,k+1} [y_{i,k} + P_{i,k} - f_{i,k}^1 (x_{i-1,k} - \bar{x}_{i-1,k}) - f_{i,k}^2 (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}) - \\
 & - f_{i,k}^3 y_{i,k} - f_{i,k}^4 x_{i-1,k}^2 - f_{i,k}^5 x_{i,k}^2 - f_{i,k}^6 P_{i,k} - \bar{u}_{i,k}] \quad (9)
 \end{aligned}$$

协态方程是

$$\begin{aligned}
 \lambda_{i,k} = \frac{\partial H}{\partial x_{i,k}} = & a_i (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}) + c_i [f_{i,k}^1 (x_{i-1,k} - \bar{x}_{i-1,k}) + f_{i,k}^2 (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}) + \\
 & + f_{i,k}^3 y_{i,k} + f_{i,k}^4 x_{i-1,k}^2 + f_{i,k}^5 x_{i,k}^2 + f_{i,k}^6 P_{i,k}] (f_{i,k}^2 + 2f_{i,k}^5 x_{i,k}) + c_{i+1} [f_{i+1,k}^1 (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}) + \\
 & + f_{i+1,k}^2 (x_{i+1,k} - \bar{x}_{i+1,k}) + f_{i+1,k}^3 y_{i+1,k} + f_{i+1,k}^4 x_{i,k}^2 + f_{i+1,k}^5 x_{i+1,k}^2 + f_{i+1,k}^6 P_{i+1,k}] \cdot \\
 & (f_{i+1,k}^1 + 2f_{i+1,k}^5 x_{i,k}) + \lambda_{i,k+1} \left[1 - \frac{v_{i,f}}{S_i} \left(1 - \frac{2x_{i,k}}{x_{i,f}} \right) + f_{i,k}^2 + 2f_{i,k}^5 x_{i,k} \right] + \\
 & + \lambda_{i+1,k+1} \left[\frac{v_{i,f}}{S_i} (1 - \alpha_{i+1,k}) \left(1 - \frac{2x_{i,k}}{x_{i,f}} \right) + f_{i+1,k}^1 + 2f_{i+1,k}^5 x_{i,k} \right] - \beta_{i,k+1} (f_{i,k}^2 + \\
 & + 2f_{i,k}^5 x_{i,k}) - \beta_{i+1,k+1} (f_{i+1,k}^2 + 2f_{i+1,k}^5 x_{i,k}), \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (10a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{n,k} = \frac{\partial H}{\partial x_{n,k}} = & a_n (x_{n,k} - \bar{x}_{n,k}) + c_n [f_{n,k}^1 (x_{n-1,k} - \bar{x}_{n-1,k}) + f_{n,k}^2 (x_{n,k} - \bar{x}_{n,k}) + \\
 & + f_{n,k}^3 y_{n,k} + f_{n,k}^4 x_{n-1,k}^2 + f_{n,k}^5 x_{n,k}^2 + f_{n,k}^6 P_{n,k}] (f_{n,k}^2 + 2f_{n,k}^5 x_{n,k}) + \lambda_{n,k+1} \left[1 - \frac{v_{n,f}}{S_n} \left(1 - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{2x_{n,k}}{x_{n,f}} \right) + f_{n,k}^2 + 2f_{n,k}^5 x_{n,k} \right] - \beta_{n,k+1} (f_{n,k}^2 + 2f_{n,k}^5 x_{n,k}), \quad \lambda_{i,T} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10b)
 \end{aligned}$$

$$\beta_{i,k} = \frac{\partial H}{\partial y_{i,k}} = b_i y_{i,k} + c_i [f_{i,k}^1 (x_{i-1,k} - \bar{x}_{i-1,k}) + f_{i,k}^2 (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}) + f_{i,k}^3 y_{i,k} +$$

$$+ f_{i,k}^4 x_{i-1,k}^2 + f_{i,k}^5 x_{i,k}^2 + f_{i,k}^6 P_{i,k}] f_{i,k}^3 + \lambda_{i,k+1} f_{i,k}^3 + \beta_{i,k+1} (1 - f_{i,k}^3) \quad (11)$$

$$\beta_{i,T} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

分散控制器的参数方程是

$$0 = \frac{\partial H}{\partial f_{i,k}^1} = \theta_{i,k} (x_{i-1,k} - \bar{x}_{i-1,k}), \quad 0 = \frac{\partial H}{\partial f_{i,k}^2} = \theta_{i,k} (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}), \quad 0 = \frac{\partial H}{\partial f_{i,k}^3} = \theta_{i,k} y_{i,k},$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial f_{i,k}^4} = \theta_{i,k} x_{i-1,k}^2, \quad 0 = \frac{\partial H}{\partial f_{i,k}^5} = \theta_{i,k} x_{i,k}^2, \quad 0 = \frac{\partial H}{\partial f_{i,k}^6} = \theta_{i,k} P_{i,k} \quad (12)$$

其中

$$\theta_{i,k} = c_i [f_{i,k}^1 (x_{i-1,k} - \bar{x}_{i-1,k}) + f_{i,k}^2 (x_{i,k} - \bar{x}_{i,k}) + f_{i,k}^3 y_{i,k} + f_{i,k}^4 x_{i-1,k}^2 + f_{i,k}^5 x_{i,k}^2 + f_{i,k}^6 P_{i,k}] + \lambda_{i,k+1} - \beta_{i,k+1} \quad (13)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

由上述方程可以看出, 分散控制器的最优反馈参数没有解析解. 因此, 对于分散控制器(8)通过式(1)~(5), (10)~(13), 采用数值解法, 可以求取最优参数 $f_{i,k}^1 - f_{i,k}^6$.

4 仿真研究

下面的仿真实验, 是以沈大公路为仿真对象, 针对高速公路高峰期入口匝道控制车辆放行问题进行的.

沈大公路全长 375 公里, 共有 25 个出入口. 入口匝道分散控制的仿真研究考虑的是单方向划分为 24 个公路段 ($n=24$), 有 24 个局部控制站. 仿真实验的时间间隔(单位时间)取作 4 分钟, 车辆群的自由油速度 $v_{i,f}=8$ (公里/4 分钟). 在各段公路上, 进入匝道服从

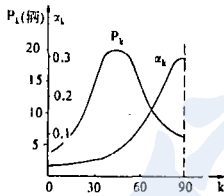


图 1 P_k 和 α_k 的 Poisson 分布

给出了从早 6 点 ($k=0$) 到中午 12 点 ($k=90$) P_k 和 α_k 的 Poisson 分布, 其中 α_k 是截断曲线. 仿真实验是针对高速公路上午出现的高峰期, 即 8 点 ($k=30$) 至 10 点 ($k=60$) 进行的. 有关仿真实验参数如表 1 所示. 性能指标(7)中的加权系数取作 $a_i=10^{-4}$, $b_i=10^{-3}$, $c_i=10^{-5}$.

沈大公路的系统仿真是采用具有约束控制的梯度算法⁽⁵⁾, 用 FORTRAN 语言编制程序, 在 IBM 4381 计算机上进行的. 仿真实验进行了 5 组, 如表 2 所示, 其中, 有关高速公路入口匝道集中控制方案的公式推导参见文[1]. 图 2 给出了高速公路第 19 段 ($i=19$) 公路入口匝道分散控制(实验 3)和集中控制(实验 5)的仿真结果. 由于篇幅有限, 其它各段公路的仿真结果略去.

仿真实验结果表明, 高速公路入口匝道采取分散控制方案(即实验 3 和实验 4)与采取集中控制相比, 前者在损失关联信息的情况下, 最优性能指标仅增加 2%—5%. 因此, 分散控制方案是有效的. 同时, 仿真结果也表明, 在所设计的分散控制器中, 引进了非线性项, 而且参数是时变的, 这些都有助于最优性能指标的改善. 另外, 对高速公路入口匝

Poisson 分布的车辆群和车辆群驶出匝道的 Poisson 分流系数分别为 $P_{i,k}=d_i P_k$ ($i=1, 2, \dots, 24$) 和 $\alpha_{i,k}=e_i \alpha_k$ ($i=2, 3, \dots, 24$, 因为在初始段, 没有车辆群驶出匝道, 所以没有 $\alpha_{i,k}$), 其中 d_i, e_i 是衰减系数, P_k, α_k 是服从 Poisson 分布的. 图 1

道分散控制系统的稳定性和状态初值依赖性所做的仿真实验结果表明,采用本文所设计的分散控制器,系统是稳定的;反馈参数的状态初值依赖性较弱.如果高速公路入口匝道的分散控制是在线工作,可以考虑预先置入设定的若干相应状态初值的分散控制反馈参数以供选择.

表1 高速公路仿真参数

i 参 数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S_i (公里)	11	16	13	16	8	24	13	24	5	26	5	24
x_i^0 (辆)	15	24	23	31	22	64	50	86	22	104	23	103
y_i^0 (辆)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{x}_{i,k}$ (辆)	55	80	65	80	40	120	65	120	25	130	25	120
$\bar{u}_{i,k}$ (辆)	13	3	3	3	8	3	10	3	5	3	6	3
$x_{i,k}$ (辆)	550	800	650	800	400	1200	650	1200	250	1300	250	1200
d_i	1	0.2	0.2	0.2	0.6	0.2	0.8	0.2	0.4	0.2	0.5	0.2
e_i		0.25	0.25	0.25	0.65	0.25	0.85	0.25	0.45	0.25	0.55	0.25

i 参 数	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
S_i (公里)	5	11	13	16	13	18	21	24	11	26	21	11
x_i^0 (辆)	24	50	60	73	61	78	91	92	41	90	66	37
y_i^0 (辆)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{x}_{i,k}$ (辆)	25	55	65	80	65	90	105	120	55	130	105	55
$\bar{u}_{i,k}$ (辆)	3	4	3	5	3	3	6	3	3	3	3	5
$x_{i,k}$ (辆)	250	550	650	800	650	900	1050	1200	550	1300	1050	550
d_i	0.2	0.3	0.2	0.4	0.2	0.2	0.5	0.2	0.2	0.2	0.2	0.4
e_i	0.25	0.35	0.25	0.45	0.25	0.25	0.55	0.25	0.25	0.25	0.25	0.45

表2 五组仿真实验

实验	分散控制器参数	最优性能指标 J
1	$f_{i,k}^1 f_{i,k}^2 f_{i,k}^3 f_{i,k}^4 f_{i,k}^5 f_{i,k}^6$	190
2	$f_{i,k}^1 f_{i,k}^2 f_{i,k}^3 f_{i,k}^4$	195
3	$f_{i,k}^1 f_{i,k}^2 f_{i,k}^3 f_{i,k}^4$	193
4	$f_{i,k}^1 f_{i,k}^2 f_{i,k}^3$	197
5	集中控制	188

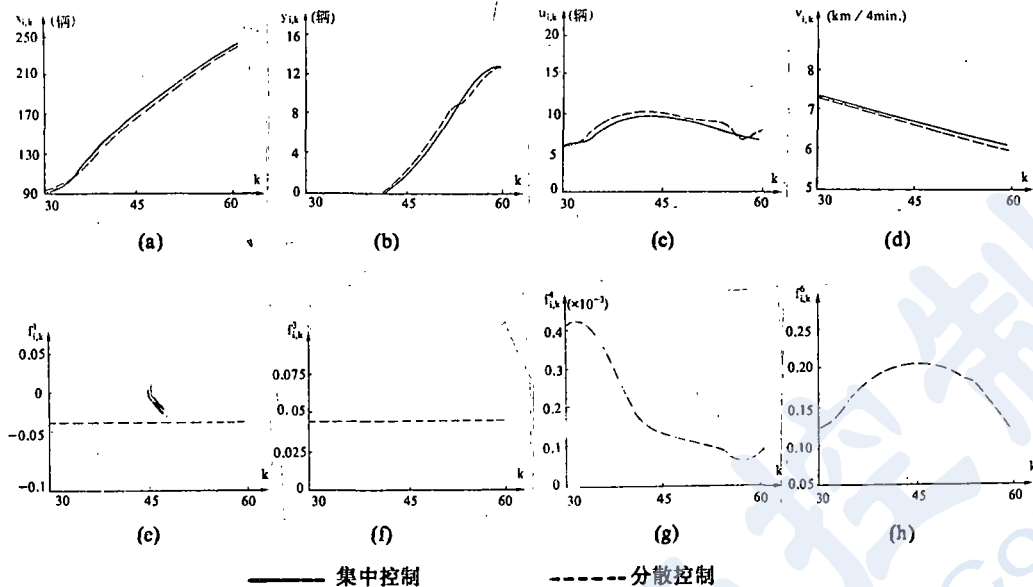


图2 高速公路第19段公路入口匝道分散控制和集中控制仿真结果

- (a) 车辆群 $x_{i,k}$; (b) 入口处车辆群排队队长 $y_{i,k}$; (c) 入口处控制放行车辆群 $u_{i,k}$; (d) 车辆群速度 $v_{i,k}$;
 (e) 最优参数 $f_{i,k}^1$; (f) 最优参数 $f_{i,k}^2$; (g) 最优参数 $f_{i,k}^3$; (h) 最优参数 $f_{i,k}^4$

参 考 文 献

- 1 黄小原, 樊治平, 张文江. 高速公路车辆群模型与控制. 东北工学院学报, 1990; 11(4): 377-382
- 2 黄小原, 樊治平, 张文江等. 高速公路入口匝道与限速标志的交通控制. 中国公路学报, 1991; 4(1): 59-64
- 3 黄小原, 樊治平, 张文江. 高速公路入口交通控制问题的研究. 系统工程, 1989; 7(6): 36-41
- 4 Ray W H. Advanced Process Control. McGraw-Hill, Inc, 1981
- 5 官锡芳. 最优控制问题的计算方法. 科学出版社, 1979

DECENTRALIZED CONTROL AT A FREEWAY ENTRANCE RAMP

HUANG Xiaoyuan FAN Zhiping ZHANG Wenjiang

(Northeast Univ of Technology, Shenyang) (Liaoning Freeway Administration)

Abstract

Based on a time-variant nonlinear discrete model of freeway, the decentralized controllers at an entrance ramp are designed by using the feedback controllers parametrization method. These controllers are of time-variant and nonlinear. Simulation experiments on Shen-Da Freeway prove the effectiveness of decentralized controllers.

Keywords: traffic control, freeway model, time-variant nonlinear, decentralized control, parametrization