

一种同时估计状态及参数的非线性过滤器

周东华 席裕庚 张钟俊

(上海交通大学自动控制系)

摘要 精确快速地同时估计出非线性动态系统的状态及参数对高精度非线性控制系统是必需的。本文在指出文献[1]若干错误的基础上,给出了一种改进型非线性滤波器,可同时精确估计出系统状态及参数。仿真实例证实了本文方法的有效性。

关键词: 非线性系统, 状态估计, 参数估计

1 引言

一类非线性离散型状态空间模型如

$$x(k+1) = f(\theta, u; k, x(k)) + v(k) \quad (1)$$

$$y(k+1) = H(\theta)x(k) + e(k) \quad (2)$$

其中 x 为 n 维状态向量, y 为 r 维输出量, $f(\cdot)$ 为 x 的非线性函数, θ 为 l 维未知定常参数, u 为 m 维控制向量。系统满足线性测量条件。 $v(k)$, $e(k)$ 分别为 n 维和 r 维零均值、高斯白噪声序列, 满足下列统计特性。

$$\begin{aligned} E v(k) &= E e(k) = 0, \quad E v(k) v^T(\tau) = Q_1(k) \delta_{k,\tau} \\ E e(k) e^T(\tau) &= Q_2(k) \delta_{k,\tau}, \quad E v(k) e^T(\tau) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

初始条件

$$E x(0) = x_0(\theta)$$

$$E [x(0) - x_0(\theta)] [x(0) - x_0(\theta)]^T = M_0(\theta) \quad (4)$$

所提的问题是: 同时快速精确估计出 $x(k)$ 及 θ 。Mogens Blank (1989) 给出了一种非线性滤波器^[1], 用于 $x(k)$ 及 θ 的估计。本文通过分析及仿真实例, 证实了文献[1]方法的某些错误及局限性, 并给出了一种改进型非线性滤波器。

2 Mogens Blank 方法的一些错误及改进

①文献[1], 公式(5-c)为 $\bar{K}_k = \partial / \partial \theta K(k) |_{\theta = \hat{\theta}(k)}$, 由于 $K(k)$ 为 $n \times r$ 阵, θ 为 l 维向量, 显然求导不成立。

②公式(5-f)为 $D_k = \partial / \partial \theta [H(\theta)x] |_{\theta = \hat{\theta}(k)}$, 对 $H(\theta)x$ 的偏导应包括 x 在内, 不应将 x 当成常量。

③公式(5-i)中有 $\bar{K}_k \varepsilon(k)$ 项, 由于上述 \bar{K}_k 错误, 此式无意义, 由①及③可将 $\bar{K}_k \varepsilon(k)$ 定义为

$$\bar{K}_k \varepsilon(k) = \frac{\partial K(k) \varepsilon(k)}{\partial \theta} |_{\theta = \hat{\theta}(k)}$$

④公式(4-c)中衰减因子 $\alpha(k)$ 定义为 $1 / (1+k)$, 不妥, 此函数应根据实际对象不同而由经验选取, 仿真结果表明此函数将直接影响 $\hat{\theta}$ 的估计精度, 进而影响 \hat{x} 的精度。

由此, 本文给出改进型非线性滤波器如下:

$$\hat{x}(k+1) = f(\hat{\theta}, u; k, \hat{x}(k, \hat{\theta})) + B_x + K(k) \varepsilon(k) \quad (5)$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \beta(k+1) R^{-1}(k+1) \Phi(k+1) S^{-1}(k+1) \varepsilon(k+1) \quad (6)$$

$$K(k) = [F_k P(k) F_k^T] S^{-1}(k) \quad (7)$$

$$P(k+1) = F_k P(k) F_k^T + Q_1(k) - K(k) S(k) K^T(k) \quad (8)$$

$$S(k+1) = H_k P(k+1) H_k^T + Q_x(k) \quad (9)$$

$$\hat{Y}(k+1) = H_k \hat{x}(k+1) \quad (10)$$

$$\varepsilon(k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1) \quad (11)$$

$$W(k+1, \hat{\theta}) = \bar{W}_x(k, \hat{\theta}) + \bar{M}_\theta(k) + \bar{K}_k \varepsilon(k) - K(k) D_k \quad (12)$$

$$\Phi^T(k+1) = H_k W(k+1, \hat{\theta}) + D_k \quad (13)$$

其中

$$B_x = [B_{x1} \ B_{x2} \ \dots \ B_{xn}]^T \quad (14)$$

$$B_{xk} = \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \frac{\partial^2 f_k(\hat{\theta}, u; k, \hat{x}(k, \hat{\theta}))}{\partial x^2} P(k) \right\} \quad (15)$$

$$F_k = \left. \frac{\partial f(\theta, u; k, \hat{x}(k, \theta))}{\partial x} \right|_{\theta = \hat{\theta}(k)} \quad (16)$$

$$H_{k+1} = H(\hat{\theta}(k+1)) \quad (17)$$

$$\bar{W}_x(k, \theta) = \frac{\partial}{\partial \theta} \{ f(\theta, u; k, \hat{x}(k, \theta)) + B_x(k, x(k, \theta)) \} - K(k) H(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{x}(k, \theta) \Big|_{\theta = \hat{\theta}(k)} \quad (18)$$

其中(18)式右面第一项只对 $x(k, \theta)$ 求 θ 的偏导, $f(\cdot)$ 中的 θ 看成常值。

$$\bar{M}_\theta(k) = \frac{\partial}{\partial \theta} \{ f(\theta, u; k, \hat{x}) + B_x(\theta, k) \} \Big|_{\theta = \hat{\theta}(k)} \quad (19)$$

其中, (19)式只对 θ 求偏导, \hat{x} 看成常数。

$$\bar{K}_k \varepsilon(k) = \frac{\partial}{\partial \theta} [K(k) \varepsilon(k)] \Big|_{\theta = \hat{\theta}(k)} \quad (20)$$

$$D_k = \frac{\partial}{\partial \theta} [H(\theta) x(\theta)] \Big|_{\theta = \hat{\theta}(k)} \quad (21)$$

$$\alpha(k+1) = 1 / (2+k) \quad (22)$$

$\beta(k+1) > 0$ (当 $k \rightarrow \infty$ 时), 根据特定模型由经验选取, 为参数估计的渐消因子。

3 仿真实例

某轮船推进系统的离散化模型

$$x(k+1) = 0.1ax^2(k) + x(k) + 0.1bu(k) + 0.1v(k)$$

$$y(k+1) = x(k+1) + e(k+1)$$

其中, a 代表船壳所受阻力平均值; b 代表主发动机效率; $a^* = -0.58$, $b^* = 0.2$ 为正常参数值; $Ex(0) = 0$, $Q_1 = 0$, $Q_2 = 0.01$ 。

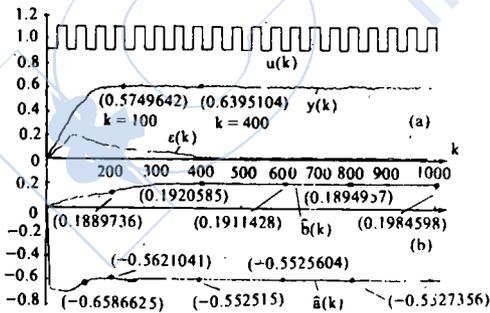


图1 当 $\beta(k+1) = 1 / (k+2)$ 时的系统响应曲线

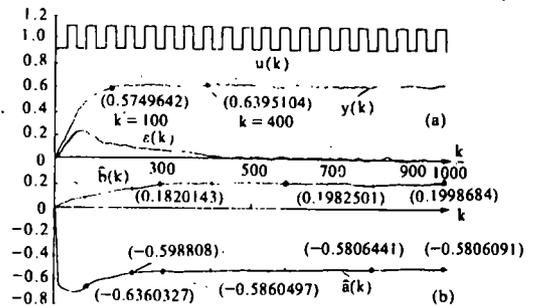


图2 正常运行系统响应曲线

$$\beta(k+1) = 1 / (1.45k+2)$$

图1给出了 $\beta(k+1) = 1 / (k+2)$ 时, 系统响应曲线, 由图1(b)看到, $\hat{\theta}$ 稳态值存在较大静态误差 (\hat{a} 误差 $\approx 6\%$, \hat{b} 误差 $\approx 2\%$)。证实了 $\beta(k+1)$ 的选取对 $\hat{\theta}$ 精度有直接影响。图2给出了

$\beta(k+1) = 1 / (1.45k+2)$ 时系统响应曲线。由图中看到, 具有较高估计精度(\hat{a} 误差 $< 0.1\%$, \hat{b} 误差 $< 0.1\%$)且具有较高估计速率。 $t = 30$ 秒时 \hat{a} 的精度已超过 99%。

4 结论

本文修正了文献[1]的错误及缺陷, 给出了一种改进型非线性滤波器, 可同时估计出一类非线性动态系统的状态及参数, 并且具有较高的响应速度。仿真结果证实了本文方法的有效性(100 毫秒采样一次)。本非线性滤波器可用于建立非线性动态系统安全网络⁽²⁾, 也可用于非线性动态补偿器设计, 具有较大的实用价值。

参 考 文 献

- 1 Mogens Blank et al. Identification of a Class of Nonlinear State-space Models Using RPE Techniques. IEEE Trans on AC, 1989; 34(3): 312-316
- 2 Toshigki Inagxki et al. A Mathematical Analysis of Human-machine Interface Configuration for a Safety Monitoring System. IEEE Trans on AC, 1988; 37(1): 35

A TYPE OF NONLINEAR FILTER—BEING ABLE TO IDENTIFY STATES AND PARAMETERS SIMULTANEOUSLY

ZHOU Donghua XI Yugeng ZHANG Zhongjun

(Dept. of Automatic Control, Shanghai Jiaotong Univ)

Abstract

It is essential for building precise nonlinear control system to exactly and fast identify state and parameter of nonlinear dynamic system simultaneously. In this paper some mistakes in reference[1] are pointed out, and an improved nonlinear filter is proposed. It can be used to identify the state and parameter of the system simultaneously. The effectiveness of the filter is proved by computer simulation.

Keywords: nonlinear system, state estimation, parameter estimation

系统辨识软件包 征订启事

该软件包包括《系统辨识及其程序设计》一书介绍的单变量系统辨识软件包。它提供了各种参数估计方法(离线与在线的最小二乘法、增广最小二乘法、辅助变量法、广义最小二乘法、极大似然估计与多步最小二乘法等)子程序; 结构辨识子程序; 快速确定、删除零参数的子程序; 能按用户给定的参数自动产生数据进行仿真; 也能处理现实的采样数据, 辨识实际系统。同时, 该软件包还有多输入多输出系统结构辨识和参数估计子程序。

该软件包采用模块结构, 菜单式提示, 全部子程序均以库程序方式提供, 用户可通过简单地调用库程序, 构造自己的程序。

每套软件包 150 元(包括两片软盘, 一本《系统辨识及其程序设计》书, 该书每本订价 9.50 元)

欲订该软件包或《系统辨识及其程序设计》一书者, 请与山东省自动化学会联系索取订单。通过邮局汇款或银行汇款都可。

山东省自动化学会地址: 济南经十路东首科院路山东省科学院自动化研究所内山东省自动化学会

电话: 济南市 615102 转 297 或 387 分机

联系人: 张云祜

开户银行: 济南千佛山城市信用社

账号: 29·14308

户名: 山东自动化学会科技咨询服务部